

모멘트 대입법에 의한 전력부족 기대치와 빈도수의 산정

유 현호, 김 진오
한양대학교 전기공학과

Calculation of Loss of Load Expectation and Loss of Load Frequency using a Moment matching method

Hyun-Ho Yoo, Jin-O Kim
Department of Electrical Engineering, Hanyang University

Abstract - This paper proposes a new approach for calculating frequency and duration by using the moment matching technique. Two separate expressions are derived, one for the loss of load expectation(LOLE) and the other for the loss of load frequency(LOLF). These expressions are combination of exponentials and are therefore easily integrable and can be readily evaluated. The proposed approach is quite comparable with the other methods at the aspect of accuracy and efficiency.

1. 서 론

전력부족 기대치(LOLE)와 전력부족 빈도수(LOLF)는 발전 시스템의 신뢰도 지수 계산을 위한 방법으로 많이 쓰이고 있다. 신뢰도 지수의 계산은 축차 알고리즘을 근거로 개발된 해석적 방법과 시뮬레이션 방법으로 대별된다. 이러한 방법들은 근래의 복잡한 전력시스템에 적용할 때 과중한 계산 시간이 부담이 되고 있다. 본 논문에서는 확률에 대한 분포함수를 이용하여 발전 시스템의 공급지장 용량의 확률과 빈도수에 대한 다변수 분포함수를 가정하고 발전 설비의 주어진 각 계수로서 모멘트 대입방법(Moment matching Method)을 이용하여 분포함수의 계수를 결정하여 이를 지수의 근사치로 사용함으로써 계산시간을 단축하고자 한다. 본 논문에서는 2단계의 알고리즘으로 분포함수의 계수를 결정하였다. 즉 1)유전자 알고리즘을 이용하여 계수의 근사해를 구하고 2)이를 초기치로 하여 비선형 계획법의 일종인 Complex Method를 적용하여 확률과 빈도수에 대한 분포함수의 계수를 결정하였다. 본 논문에서 제안된 분포함수에 의해 개발된 방정식들은 지수 분포의 조합으로 구성되어 있으며, 따라서 쉽게 적분이 가능하며 지수의 계산이 용이하다(1).

2. 확률에 대한 분포함수

2.1 공급 지장 확률

어떤 이산 분포에 대한 평균값이 주어지면 감마 분포(Gamma Distribution)는 계수들을 일정 비율로 변화 시킴으로써 넓은 범위의 다양한 모양을 얻을 수 있다. 이러한 감마 분포의 성질을 이용하여 감마 분포의 2계수를 적당히 선정함으로써 많은 실험적인 분포 곡선이 감마 분포로서 표현될 수 있으며, 더욱이 여러 상이한 계수를 갖는 감마 분포를 조합함으로써 더욱 더 다양한 분포를 얻을 수 있다(2). 따라서 본 논문에서는 공급 지장 용량을 모델링하기 위해 감마 분포의 가중치 합으로서 구성된 분포를 사용하였으며, 이 3n-1 변수를 갖는 분포는 식 (2.1)에 주어져 있다.

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(a_i)} \sum_{i=1}^n w_i \rho_i e^{-\rho_i x} (\rho_i x)^{a_i-1} \quad (2.1)$$

ρ_i = i 번째 감마 분포의 크기변수

a_i = 형태 변수

w_i = 가중인자이며 그 합은

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (2.2)$$

이상의 파라미터를 구하여 분포함수 $f(x)$ 를 알게 되면 발전용량 연구에 필요한 공급 지장 확률은 (2.3)식과 같이 표현된다.

$$P_g(X) = Prob\{Capacity\ Outage > X\} \quad (2.3)$$

$$= \sum_{i=1}^n \left[w_i e^{-\rho_i X} \sum_{j=1}^{a_i} \frac{(\rho_i X)^{j-1}}{(j-1)!} \right]$$

위의 식 (2.3)의 \sum 의 중복에 따른 계산의 복잡성과 계산시간을 줄이기 위하여 Weibull 분포를 사용하면

$$f(x) = \sum_{i=1}^n w_i \frac{b_i}{a_i} x^{b_i-1} \exp \left[- \left(\frac{x}{a_i} \right)^{b_i} \right] \quad (2.4)$$

이며, 공급지장 확률은

$$P_g(X) = \sum_{i=1}^n w_i \exp \left[- \left(\frac{x}{a_i} \right)^{b_i} \right] \quad (2.5)$$

와 같이 나타낼 수 있다.

2.2 공급 지장 빈도수

공급지장 확률과 마찬가지로 이산치를 가지는 공급지장 빈도수는 연속 분포함수로서 근사화할 수 있다. 누적 빈도수 $F_g(x)$ 는 항상 양의 값을 가지므로 다음의 조건을 만족하는 확률 밀도 함수 $g(x)$ 가 존재한다고 가정할 수 있다. 즉

$$F_g(x) = B \cdot g(x) \quad (2.6)$$

여기서 B 는 $F_g(x)$ 로 둘러 쌓인 면적이며,

$$B = \int_0^\infty F_g(x) dx \quad (2.7)$$

$$\int_0^\infty g(x) dx = 1 \quad (2.8)$$

로 표현될 수 있다. 또한 밀도 함수 $g(x)$ 는 식 (2.1)과 (2.4)에서 주어진 함수 $f(x)$ 와 Gamma 분포와 Weibull 분포 각각에 대하여 같은 형태를 갖는다고 가정할 수 있으며, 다만 $f(x)$ 와는 그 변수 값만이 달라질 뿐이다. 면적 B 에 대한 방정식과 $g(x)$ 의 모멘트의 관계식이 발전 설비의 데이터 값으로 표현될 수 있다.

2.3 확률 밀도 함수의 계수

Gamma 분포의 $f(x)$ 의 i 번째 모멘트는 식 (2.9)와 같으며,

$$m_i = a^{(i)} \left(\frac{w_1}{\rho_1^i} + \frac{w_2}{\rho_2^i} + \dots + \frac{w_n}{\rho_n^i} \right) \quad (2.9)$$

여기서 $a^{(i)}$ 는 $a(a+1)\dots(a+i-1)$ 로 정의된다. 따라서 공급 지장 용량의 모멘트와 $f(x)$ 의 처음 $(3n-1)$ 개의 모멘트를 대응시키면 다음의 $(3n-1)$ 개의 방정식이 성립한다.

$$a^{(i)} \left(\frac{w_1}{\rho_1^i} + \frac{w_2}{\rho_2^i} + \dots + \frac{w_n}{\rho_n^i} \right) = m_i \quad (2.10)$$

$i = 1, \dots, 3n-1$

Weibull 분포의 $f(x)$ 의 i 번째 모멘트는 식 (2.11)과 같다

$$w_1 a_1^i \Gamma(1 + \frac{i}{b_1}) + w_2 a_2^i \Gamma(1 + \frac{i}{b_2}) = m_i \quad (2.11)$$

$i = 1, \dots, 3n-1$

공급 지장 빈도수를 위한 $g(x)$ 의 계수의 결정은 모멘트 m , 대신 다음장의 모멘트 M_j 를 사용한다는 것 이외에는 앞에서 기술한 $f(x)$ 의 계수 결정과 동일한 방법을 사용한다.

3. 발전 시스템 모델의 모멘트 m_j 와 M_j

$3n$ 개의 계수를 구하기 위해 발전 시스템의 $3n$ 개의 모멘트가 사용되어진다. 모멘트 m_j 는 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 계수를 동시에 결정하는데 사용되는 반면 모멘트 M_j 는 $g(x)$ 의 결정에만 사용된다.

발전 시스템 전체의 $3n$ 개의 공급지장용량 모멘트는 큐물런트법을 이용하여 식 (2.12)로 주어진다[3].

$$m_1 = k_1 \quad (2.12)$$

$$m_j = k_j + \sum_{r=1}^{j-1} \left| \frac{j-1}{r} \right| m_r k_{j-r} \quad j=2, \dots, 3n$$

여기서 k_j 는 공급지장 용량의 j 차 큐물런트이다.

h 개의 설비를 가진 발전 시스템에서의 $g(x)$ 의 $3n$ 개의 모멘트는 식(2.13)으로 주어지며

$$B = \sum_{i=1}^h r_i [m_1 - m_1^{-i}]$$

$$M_j = \frac{1}{B(j+1)} \sum_{i=1}^h r_i [m_{j+1} - m_{j+1}^{-i}] \quad (2.13)$$

$j=1, \dots, 3n$

여기서

m_j = 확률에 대한 j 차 공급용량 지장 모멘트

m_j^{-i} = 설비 i 를 제거한 상태에서의 확률에 대한 j 차 공급 지장 용량 모멘트

r_i = 설비 i 의 강제 고장 정지율 (Forced Outage Rate : FOR)

m_j 는 식 (2.12)를 사용하여 이미 계산되었으며 m_j^{-1} 는 단지 식 (2.12)에서 j 차 큐물런트로부터 i 의 큐물런트를 뺀으로서 결정된다. 여기서 면적 B 를 얻기 위해 적분은 필요치 않으며 $g(x)$ 의 계수 결정은 단 1회로서 충분하다는 사실을 알 수 있다.

4. 유전자 알고리즘과 콤플렉스 method

본 논문에서는 2단계의 알고리즘으로 분포함수의 계수를 결정하였다. 즉 1) 유전자 알고리즘을 이용하여 계수의 근사해를 구하고, 2) 이를 초기치로하여 비선형 계

획법의 일종인 Complex Method를 적용하여 확률과 빈도수에 대한 분포함수의 계수를 결정하였다.

유전자 알고리즘의 경우 국부해에 빠지지 않을 가능성은 큰 반면, 일단 최적해에 근접한 뒤 이에 접근하는 소요시간이 크므로 유전자알고리즘 탐색과정을 수행 후 일반 최적화과정을 사용한다. 일반 최적화 과정으로는 콤플렉스 방법을 사용하였다.

콤플렉스 알고리즘은 다음과 같다.

1. feasible 영역에 있는 초기치 x_1 을 구한다. 나머지 $k-1$ 개의 점들은 식 (2.14)와 같이 난수 $r_{i,j}$ 를 발생시켜서 얻는다.

$$x_{i,j} = x_i^{(l)} + r_{i,j} (x_i^{(u)} - x_i^{(l)}) \quad (2.14)$$

얻어진 $k-1$ 개의 점들이 feasible 영역에 있는지를 확인하고, 제약 조건을 어길 경우에는 나머지 점들의 centroid인 x_0 의 방향으로 1/2만큼 이동한다.

2. 가장 큰 목적함수에 대응되는 점이 x_n 라면, x_n 를 제외한 centroid에 대해 reflection x_r 을 얻게 된다.

$$x_r = (1 + \alpha)x_0 - \alpha x_n \quad (2.15)$$

α 는 반사계수로서 α 는 1보다 큰 값을 취한다.

3. x_r 이 feasible한지를 test하고, feasible하다면 목적함수 값을 다음과 같이 비교한다.

$f(x_r) < f(x_n)$ 이면, 2번 과정으로 가고 그렇지 않으면, 만족할 때까지 α 값을 줄여가게 된다.

$f(x_r) < f(x_n)$ 를 만족시키는 값을 찾지 못할 경우에는 이 값을 버리고 두 번째로 큰 목적함수 값을 x_n 로 하여 2번 과정으로 간다.

4. 각 과정에서 x_i 이 제약조건을 어길 경우에는 centroid를 향해서 이동하게 된다.

$$(x_r)_{NEW} = \frac{1}{2}(x_0 + x_r) \quad (2.16)$$

5. 수렴 판별

1) 각 점들 사이의 거리가 작은 정해진 값 ϵ_1 보다 작아질 경우

2) 함수값의 표준편차가 작은 정해진 값 ϵ_2 보다 작아질 경우에 계산 종료

콤플렉스 방법은 최적값을 찾는데 있어서 목적함수와 제약조건이 미분이 필요하지 않기 때문에 쉽게 계산할 수 있는 방법이 된다.

5. 지수의 계산

신뢰도 지수는 앞서구한 확률분포 함수 $P_g(x)$ 와 $F_g(x)$ 를 이용하여 구하여 질 수 있다.

$$LOLE = \sum_j P_g(C - L_j) \quad (2.17)$$

여기서

C = 시스템 설비 용량
 L_j = 시간 j 동안의 부하

$$LOLF = \sum_j [F_j^g + F_j^l] \quad (2.18)$$

여기서 F_j^g 와 F_j^l 은 각각 발전과 부하에 의한 전력 부족 빈도수를 나타낸다. 즉

$$F_j^g = F_g(C - L_j)$$

$$F_j^l = \beta [P_{g,j+1}(C - L_{j+1}) - P_{g,j}(C - L_j)] \quad (2.19)$$

이며, 여기서 부하 전이 빈도수 β 는

$$\beta = \begin{cases} 1, & \text{if } P_{g,j+1}(C - L_{j+1}) > P_{g,j}(C - L_j) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.20)$$

으로 주어진다.

6. 사례연구

FOR에 대한 LOLE와 LOLF의 정확도와 민감도를 비교하기 위하여 FOR/2, FOR/4를 구하였다. 각 합수의 3n개의 변수에 대하여 n을 2,3,4로 변화시켜 가며 신뢰도 지수를 산출하여 보았다. 이에 따른 LOLE와 LOLF의 결과가 표 1과 2에 나타나 있다. 표에서 보듯이 Gamma와 Weibull 분포함수를 이용하여 얻어진 LOLE와 LOLF값들이 Recursive method에 의한 값에 근접함을 알 수 있다.

표 1 Recursive & Gamma & Weibull 에 의해 계산된 LOLE 값의 비교

		FOR 1	FOR 2	FOR 4
Recursive		9.394159	1.301942	0.209324
Gamma	2-Term	9.095530	1.266320	0.184030
	3-Term	9.441911	1.313365	0.210346
	4-Term	9.437521	1.311051	0.211362
Weibull	2-Term	9.279100	1.233549	0.166022
	3-Term	9.397852	1.288474	0.232115
	4-Term	9.269092	1.273834	0.216482

표 2 Recursive & Gamma & Weibull 에 의해 계산된 LOLF 값의 비교

		FOR 1	FOR 2	FOR 4
Recursive		2.021	0.3102	0.05515
Gamma	2-Term	1.913481	0.298154	0.049271
	3-Term	1.936721	0.302671	0.054684
	4-Term	1.973154	0.308312	0.053728
Weibull	2-Term	1.994970	0.3041368	0.048377
	3-Term	1.949528	0.3104286	0.051071
	4-Term	1.997143	0.3089078	0.054212

FOR을 변화 시키며 3가지 경우에 대한 Recursive 방법에 의한 고장에 대한 누적분포 확률값과 gamma 함수, Weibull 함수에 의한 고장에 대한 누적분포 확률값이 그림 1-6에 나타나 있다. 그림에서 볼 때, gamma 함수와 Weibull 함수를 이용한 누적분포 확률값은 Recursive 방법과 비교해서 완만한 곡선을 가지며 근사화시킴을 알 수 있다.

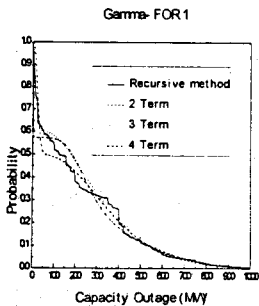


그림 1 FOR/1에 대한 gamma 함수의 누적 확률곡선

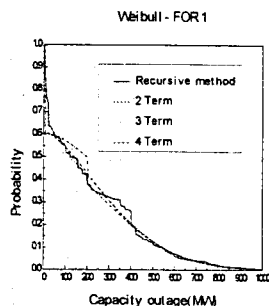


그림 2 FOR/1에 대한 Weibull 함수의 누적 확률곡선

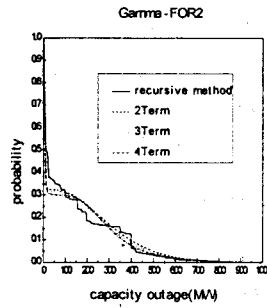


그림 3 FOR/2에 대한 gamma 함수의 누적 확률곡선

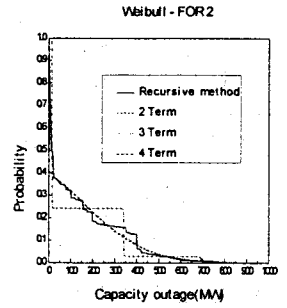


그림 4 FOR/2에 대한 Weibull 함수의 누적 확률곡선

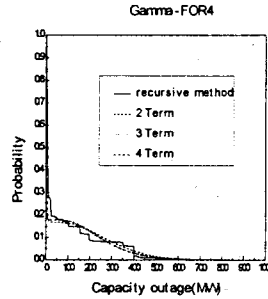


그림 5 FOR/4에 대한 gamma 함수의 누적 확률곡선

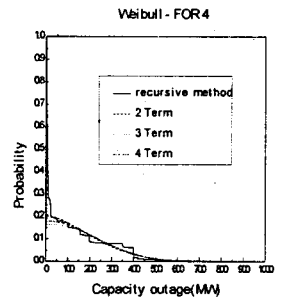


그림 6 FOR/4에 대한 Weibull 함수의 누적 확률곡선

7. 결론

1) gamma 분포함수와 Weibull 분포함수에 대하여 형태 변수, 크기 변수, 가중인자 이 3가지 변수들을 변화시켰을 때 LOLE와 LOLF는 IEEE RTS의 값과 매우 근접함을 알 수 있다.

2) 다양한 FOR에 대하여서 대부분의 경우 LOLE와 LOLF는 3-term(9개의 모멘트) 혹은, 4-term(12개의 모멘트)에서 Recursive 에 매우 근접함을 알 수 있다. 이는 본 논문에서 제안된 방법에서는 9개 이상의 모멘트에서 충분히 정확한 값을 갖는 것을 보여준다.

3) LOLF의 경우 FOR/1 보다는 FOR/2, FOR/4로 갈수록 오차율이 더욱 줄어들음을 알 수 있다.

4) 본 논문에서 제안된 방법인 지수함수의 조합으로서 LOLE와 LOLF를 구하는 방법은 매우 쉽게 접근이 가능하며 비교적 우수한 값을 가짐을 알 수 있다

[참고 문헌]

- [1] Jin.O.kim,C.Singh, "A Frequency and Duration Approach for Generation Reliability Evaluation Using the Method of Stages", *IEEE Trans. on Power System*, vol. 8, No. 1, Feb. 1993
- [2] C.Singh and R.Billinton, "System Reliability Modeling and Evaluation.", Hutchiknson of London, 1977
- [3] W.D.Tian,D.Sutanto,Y.B.Lee and H.R.Outhred "Cumulant Based Probabilistic Power System Simulation Using Laguerre Polynomial.", *IEEE Trans. on Energy Conversion*, Vol 4.No.4, 567-574, Dec. 1990