

온라인 발전계획을 위한 강건한 경제급전 알고리즘

송경빈 · 한승수  
 대구효성가톨릭대학교 공대 자동차공학부

A Robust Algorithm for On-line Economic Dispatch

Kyung-Bin Song · Seung-Soo Han  
 Catholic University of Teagu-Hyosun

**Abstract** - A robust economic dispatch algorithm involving transmission losses is proposed and investigated for a possibility of on-line applications. In this paper, the penalty factors are calculated directly from transposed Jacobian of load flow analysis with advantages of superiority to B-coefficients method based on its computation time and suitability for real time application since the approach is based on a current system condition. The proposed algorithm is systematically handling the generation capacity constraints with transmission losses. Implementation of the algorithm for IEEE systems and EPRI Scenario systems shows that computation time is enough to apply on-line economic dispatch to large power system and production cost is saved compared with the crude classical economic dispatch algorithm without considering transmission losses.

로 구하여 제한한 알고리즘의 초기해로 사용함으로써 강건한 수렴성을 확보하였다. IEEE 30, IEEE57, IEEE118 및 EPRI 시나리오 시스템의 사례연구를 통해 총비용이 절약됨을 보였다. 연산시간도 최고 10.85초로 온라인 실시간의 경제급전 알고리즘으로써 적합함을 입증하였다.

2. 강건한 경제급전 알고리즘

2.1 송전손실을 고려한 경제급전 문제의 정식화

고전적인 경제급전문제는 송전손실을 고려하여 정식화될 수 있으며, 제약조건으로 발전기의 용량과 발전량이 총부하와 총송전손실의 합인 등가식을 만족해야한다. 여기서 각 발전기의 비용함수는 2차식으로 근사화되며 완전이 컨벡스(아래로 볼록)이며, 목적함수인 각 발전기의 비용함수는 2차식으로 근사화되며 완전이 컨벡스(아래로 볼록)이며, 목적함수인 각 발전기의 비용함수의 합도 컨벡스이고 연속이므로 최소값이 존재한다. 문제의 정식화는 다음과 같다.

1. 서 론

경제급전기술은 요구되는 전력수요를 기동상태의 발전기를 사용하여 경제적인 발전운전점을 결정하는 기술이다. 합리적인 경제급전을 수행하기 위해 정확한 수요예측이 필요하며 전력계통의 신뢰도를 고려한 예비율의 결정과 적정 예비율을 유지하기 위해 적절한 발전기 예방정비 계획이 선행되어야 한다. 선행된 적절한 계획을 바탕으로 기동 가능한 발전기들중 경제적인 조합으로 총수요와 예비율을 확보할 수 있는 발전기를 선정하여 기동정지계획을 수립한다. 기동정지계획후 온라인 상태 또는 실시간 급전운용을 위해 경제적인 발전력 배분은 전력회사의 중요한 관심사이다. 1920년 이후 연구가 계속되어 1930년에 경제급전의 고전적인 이론인 등증분연료비법이 확립되어 현재까지 경제급전이론의 핵심이 되고 있다[1]. Estrada에 의해 송전손실의 영향을 고려한 경제급전 문제가 논의되고 단일선로에 수계산에 의해 적용되었다[2].

1950년대에는 Kron, Kirchmayer, Stagg 등에 의해 증분송전손실에 관한 연구가 활발하였으며, 1960년 이후 급전센터에서 컴퓨터의 사용이 증가되면서 송전손실을 계통 임피던스 행렬로부터 직접계산되는 B계수 알고리즘의 소개되었다. 전력계통 해석도구인 상용화된 제품인 PSS/E에서는 B계수 알고리즘으로 송전손실을 계산하고 있다. B계수 방법은 비선형방정식으로 표현되어서 연산과정이 복잡하고 때로는 계통의 운전점에 따라 오차가 발생할 수 있다. 1970년대에는 계통의 현재상태를 반영하는 계통의 위상각과 조류분석시 이용되는 자코비안 행렬로부터 페널티 팩터를 구하여 온라인 경제급전을 실현하였다. 본 방법은 조류계산의 결과를 이용함으로써 증분송전손실을 구하는 과정을 간략화 시켰으며 연산속도를 크게 향상시켜 온라인 적용시 매우 적합함이 판명되었다[3]. 따라서 본 논문에서는 자코비안보다 페널티 팩터를 계산하여 송전손실을 고려하며 송전손실을 고려하지 않은 고전적인 경제급전의 해를 체계적으

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^{NG} C_i(P_{Gi}) \quad (1)$$

$$\text{단, } P_{Gi}^{\min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{\max}, \quad i=1,2,\dots,NG$$

$$\sum_{i=1}^{NG} = P_D + P_L$$

여기서,  $C_i(P_{Gi})$  : 발전기  $i$ 의 2차식으로 표현된 비용함수. ( $= C_2 P_{Gi}^2 + C_1 P_{Gi} + C_0$ )

$P_D$  : 총부하

$P_L$  : 총송전손실

$P_{Gi}$  : 발전기  $i$ 에서의 발전량

송전손실이 고려된 경제급전문제의 최적배분규칙은 참고 문헌 [5]에 다음과 같이 제시된다.

$$\begin{aligned} L_i \times IC_i &= \lambda & \text{for } P_{Gi}^{\min} < P_{Gi} < P_{Gi}^{\max} \\ L_i \times IC_i &< \lambda & \text{for } P_{Gi} = P_{Gi}^{\max} \\ L_i \times IC_i &> \lambda & \text{for } P_{Gi} = P_{Gi}^{\min} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{여기서, } L_i = \begin{cases} 1 & , \text{for } i=1 \\ \frac{1}{1 - \partial P_L / \partial P_{Gi}} & , \text{for } i=2,3,\dots,NG \end{cases}$$

$$IC_i = \frac{\partial C_i(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} \quad \text{for } i=1,2,\dots,NG \text{ 그리고 } \lambda \text{ 는 시스템의 증분비용이다.}$$

위의 문제는 널리 알려진 페널티 팩터방법 [3][4]에 의해 풀 수 있다. 페널티 팩터방법에는 B상수 방법[6]과 전치자코비안 행렬방법[3][4]있다. 본 연구에서는 조류계산의 전치자코비안행렬로부터 직접계산 가능한

전치자코비안행렬방법을 사용한다. 전치자코비안행렬방법은 B상수 방법과 비교하여 다음과 같은 장점을 갖고 있다[3][4]. 1) 고속 연산이 가능하고, 2) 정확한 해를 제공하고, 3) 현재의 계통상태를 이용하므로 실시간 응용에 매우적합하다. 조류계산중 분할된 자코비안을 사용하여 페널티 팩터는 구할 수 있는데 그 식은 다음과 같다.

$$[H^T] \begin{bmatrix} 1 - \partial P_L / \partial P_{G_i} \\ \vdots \\ 1 - \partial P_L / \partial P_{G_{nc}} \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \partial P_1 / \partial P_{\theta_i} \\ \vdots \\ \partial P_1 / \partial P_{\theta_{nc}} \\ \vdots \\ \partial P_1 / \partial P_{\theta_i} \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서 H는 분할 자코비안행렬  $[\frac{\partial P}{\partial \theta}]$ .

## 2.2 송전손실을 체계적으로 고려한 강건한 경제급전 알고리즘

발전기의 용량을 고려하지 않은 페널티 팩터방법은 참고문헌[5][8]에 상세히 기술되어 있다. 본 논문에서는 송전손실과 발전기용량을 동시에 체계적으로 고려한 강건한 경제급전 알고리즘을 제시한다. 조류계산으로부터의 자코비안행렬과 위상각을 식(3)에 대입하여 페널티 팩터를 계산한다. 알고리즘 기술을 위하여 "U"를 발전기중 최대용량 제약조건을 위반한 발전기의 출력을 상한에 고정시킨 발전기들의 집합으로 정의하고, "L"를 발전기중 최소용량 제약조건을 위반한 발전기의 출력을 하한에 고정시킨 발전기들의 집합으로 정의한다. 주의할 것은 초기해는 발전기 용량을 검사하여 위반사항을 제거되었다고 가정한다. 알고리즘이 진행되는 동안 집합 "U"와 "L"은 중간 해가 변경됨에 따라 상응하는 요소로 대체된다. 새로운 반복계산을 위해 발전용량의 상하한을 위반한 발전기는 해를 상하한에 고정하고 새로운 해를 계산한다. 즉 집합 "U"와 "L"을 고정하고 그외의 발전기의 출력점을 조정하는 것이다. 수학적으로 다음식을 가우스 소거법에 의하여 해를 계산한다.

$$L_i \times (C_{n1} + 2 \cdot C_{n2} P_{G_i}) = \lambda \quad \text{단, } i=1, 2, \dots, NG, \quad i \in L, \quad i \in U. \\ \sum_{i=1, i \in L} P_{G_i} + \sum_{i \in U} P_{G_i} = P_D + P_L \quad (4)$$

여기서,  $C_{n1}, C_{n2}, L_i, P_D, P_L, (P_{G_i})$  여기서  $i \in L, i \in U$  상수 (알려진 값)이며,  $\lambda$  와  $(P_{G_i})$  단  $i=1, 2, \dots, NG, \quad i \in L, \quad i \in U$ 는 변수(미지수)이다.

위의 식(4)에서  $(NG - n(U) - n(L) + 1)$ 개의 변수는  $(NG - n(U) - n(L) + 1)$ 개의 수식으로로부터 계산이 가능하다. 페널티 팩터는 조류계산의 최신정보를 이용하여 매 반복계산 할 때 보완된다. 알고리즘이 수렴했을 때 상하한에 고정된 발전기의 운전점이 필요조건을 만족하는지 검사가 필요하다. 자세한 알고리즘은 다음과 같다.

### 송전손실을 체계적으로 고려한 강건한 경제급전 알고리즘

- 1) 발전기 용량제약조건을 위반하지 않은 초기해로부터 자코비안의 전치행렬과 계통의 위상각을 갖고 시작한다.
- 2) 식(3)을 이용해 페널티 팩터( $L_i^{(0)}$ )를 구한다. 여기서 아래첨자는 모선을 의미하고 위첨자는 반복횟수를 나타낸다.

3) 슬랙모선의 발전기에 대해  $P_{G_i} \geq P_{G_i}^{\max}$ 면  $P_{G_i} = P_{G_i}^{\max}$  그리고  $s \in U$ .  $P_{G_i} \leq P_{G_i}^{\min}$ 면  $P_{G_i} = P_{G_i}^{\min}$  그리고  $s \in L$ . (슬랙모선에 대하여 발전기 용량 상하한을 검사하여 위반된 경우 한계점에 고정시키고 고정된 집합에 첨가한다.)

4) 반복수를 k라 하고 k=1로 시작한다.

5) 새로운 운전점  $P_{G_i}$ 를 다음식을 이용해 계산한다:

$$L_i^{(k-1)} \times IC_i = \lambda^k \quad \text{for } i=1, 2, \dots, NG, \quad i \in L, \quad i \in U$$

$$\sum_{i=1, i \in L} P_{G_i} + \sum_{i \in U} P_{G_i}^{\min} + \sum_{i \in U} P_{G_i}^{\max} = P_D + P_L$$

여기서 집합 "U"와 "L"에 속한 발전기의 운전점은 상한과 하한에 고정된다.

6) 새로운 해에 대해 발전용량 제약조건을 검사한다. 제약조건에 대해 위반사항이 없을 시 7)항으로 이동한다. 제약조건에 대해 위반사항이 발견되면, 위반사항에 상응하는 발전용량의 상하한에 그 값을 고정한다.

즉,  $P_{G_i} > P_{G_i}^{\max}$ 면  $P_{G_i} = P_{G_i}^{\max}$ ,  $i \in U$ .

$P_{G_i} < P_{G_i}^{\min}$ 면  $P_{G_i} = P_{G_i}^{\min}$ ,  $i \in L$ .

현재의  $P_{G_i}$ 를 이용해 조류계산을 수행하고 계통의 위상각과 총송전손실을 계산하고 자코비안 전치행렬을 갱신한다. 그리고 식(3)을 이용하여 새로운 페널티 팩터( $L_i^{(new)}$ )를 구하고 반복횟수 k번째의 페널티 팩터를 다음과 같이 갱신한다.  $L_i^{(k)} = L_i^{(k-1)} + \alpha(L_i^{(new)} - L_i^{(k-1)})$  여기서  $\alpha$ 는 0.5이다. 반복횟수를 증가시킨다( $k=k+1$ ). 5)항으로 이동한다.

7) 현재의  $P_{G_i}$ 를 이용해 조류계산을 수행하고 계통의 위상각과 총송전손실을 계산하고 자코비안 전치행렬을 갱신한다. 그리고 식(3)을 이용하여 새로운 페널티 팩터 ( $L_i^{(new)}$ )를 계산한다. 제약조건을 만족하는 발전운전점(i.e.  $P_{G_i}^{\min} < P_{G_i} < P_{G_i}^{\max}$ )에 대해 등증분연료비를 찾는다. ( $\lambda^{(k)} = L_i^{(k)} \times IC_i$ ).

8) 다음의 필요조건을 검사한다:

$P_{G_i}^{\min} < P_{G_i} < P_{G_i}^{\max}$ 에 대해  $\lambda^{(k)} = L_i^{(k)} \times IC_i$ .

$P_{G_i} = P_{G_i}^{\max}$ 에 대해  $L_i^{(k)} \times IC_i < \lambda^{(k)}$ .

$P_{G_i} = P_{G_i}^{\min}$ 에 대해  $L_i^{(k)} \times IC_i > \lambda^{(k)}$ .

9) 필요조건을 모두 만족하면 결과물을 출력한다. 필요조건을 만족하지 못하면 10)항으로 이동한다.

10)  $P_{G_i} = P_{G_i}^{\max}$ 에 대해  $L_i^{(k)} \times IC_i > \lambda^{(k)}$ 이면, 발전기 i를 상한에 고정시킨 발전기의 집합 "U"로부터 삭제하고 발전량을 상한에서 미세한 값을 빼서 자유도를 제공한다. (set  $P_{G_i} = P_{G_i}^{\max} - \epsilon$ ).  $P_{G_i} = P_{G_i}^{\min}$ 에 대해  $L_i^{(k)} \times IC_i < \lambda^{(k)}$ 이면, 발전기 i를 하한에 고정시킨 발전기의 집합 "L"로부터 삭제하고 발전량을 하한에 미세한 값을 더해서 자유도를 제공한다. (set  $P_{G_i} = P_{G_i}^{\min} + \epsilon$ ). 반복횟수를 증가시킨다.(i.e.  $k=k+1$ ). 5)항으로 이동한다.

표. 1 IEEE 및 EPRI 시나리오 시스템에 대한 사례연구

Table. 1 Numerical results for IEEE and EPRI Scinario Systems

	시스템	IEEE 30 모선	IEEE 57 모선	IEEE 118 모선	SCA	SCB	SCC	SCD	SCE
	모선수	30	57	118	133	128	168	131	104
	선로수	37	65	177	176	216	288	195	177
총송전손실을 고려한 경우	총비용	805.83	11932.76	40403.83	699122	220718	517203	417814	606754
	총송전 손실	11.16	39.54	102.69	745.41	490.48	791.46	311.41	389.8
	C. P. U. time	0.13	0.86	8.59	10.85	4.38	6.06	6.64	4.64
총송전손실을 무시한 경우	총비용	807.50	11965.94	42171.75	700233	220751	517521	419434	609883
	총송전 손실	11.62	42.89	145.22	711.66	494.13	802.34	330.68	483.30

알고리즘이 초기부터 6)항까지 발전기 용량에 대해 위반사항이 없는 경우, 7)항에서 k번째의 조류계산해로부터 페널티 팩터와 증분비용 곡선을 계산한다. 7)항에서 페널티 팩터가 갱신되었기 때문에 8)항에서 통상 최적해의 필요조건이 만족되지 않는다. 예를 들어 발전기 용량의 상한에 고정되어 변화하지 않은 경우, 필요조건인  $L_i^{(k)} \times IC_i < \lambda^{(k)}$  식을 만족하지 못할 수 있다. 하한에 고정된 경우도 비슷하게 필요조건을 만족하지 못할 수 있다. 이 경우에 발전기의 운전점은 하한 및 상한으로부터 발전기 용량의 범위안으로 갱신되어야 하고 집합 U와 L로부터 삭제되고 5)항에서 10)항까지 필요조건이 만족 될 때까지 반복한다.

### 3. 사례연구

제안된 송전손실과 발전기 용량을 체계적으로 고려한 강건한 경제급전 알고리즘은 MIPS RISComputer RC3230 시스템에서 IEEE 계통 및 EPRI 시나리오 계통에 대해 사례연구를 수행하였다. 표 1.에 제시된 사례연구 결과 모든 계통에 대해 총발전비용이 절감됨을 볼 수 있으며, 대부분 송전손실이 감소된다. 특히 주목할 만한 결과는 EPRI 시나리오 시스템 C의 경우 송전손실을 무시한 경우가 총송전손실이 더 적은데도 불구하고 총비용은 많다는 사실이다. 비선형 최적화문제에서 보여지는 문제라 각 제어값의 이동방향(Perturbation)이 상태에 따라 최적해방향을 단순한 방법으로 결정되기 어렵기 때문에 발생한다. 총송전손실이 고려되지 않은 경우 통상 슬랙모션에서 생산되는 것으로 간주하거나, 슬랙모션의 발전기 용량을 초과하면 증분비용에 따라 배분되기 때문에 최적해의 조건을 만족하는 제시된 알고리즘보다 개선된 해를 제공할 수 없다. 따라서 제안된 알고리즘은 최적해를 제공한다는 것을 사례를 통해 입증되었으며, 이론적으로도 최적해의 필요조건을 만족시킴을 알 수 있다.

사례연구를 통해 100 모선 정도의 계통 규모는 10초 내외에 경제급전 운전점을 제공하므로 500 모선 정도의 실제 계통도 1분 정도의 시간에 운전점을 결정할 수 있어 제안된 알고리즘이 온라인 실시간 운전에도 적합함이 입증된다.

### 3. 결 론

온라인 경제급전에 적합한 체계적인 송전손실을 고려한 강건한 경제급전 알고리즘을 제시하였다. 본 알고리즘은 기존의 상용프로그램인 PSS/E에서 사용하고 있는 B계수 방법에서 다루기 어려운 현재의 계통 상태를 반영할 수 있으며, 기존의 복잡하고 수렴성이 어려운 페널티 팩터방법을 체계화하여 고속의 수렴성을 보장할 수 있다. 사례연구를 통해 최적해 및 연산속도의 우수성을 입증하였으며, 상용화가 가능한 소프트웨어로 평가된다. 향후 진압, 송전선의 송전용량이 고려된 고속의 알고리즘이 개발되면 계통 운용의 안전도를 더욱 높일 수 있다.

### [참 고 문 헌]

- [1] H. H. Happ, "Optimal Power Dispatch-a Comprehensive Survey", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-96, No. 3, pp. 841-854, May/June 1977.
- [2] H. Estrada, "Economical Load Allocation", Electrical World, October 11, 1930.
- [3] F. L. Alvarado, "Penalty Factors from Newton's Method," IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-97, No. 6, pp. 2031-2037, November/December 1978.
- [4] F. L. Alvarado, "Computational Complexity in Power Systems," IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-95, No. 4, pp. 1028-1037, July/August 1976.
- [5] Arthur R. Bergen, *Power Systems Analysis*, Chapter 7, pp.213-217, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1986.
- [6] Allen J. Wood and Bruce F. Wollenberg, *Power Generation, Operation, and Control*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1983.
- [7] H. H. Happ, "Optimal Power Dispatch," IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-93, No. 3, pp. 820-0830, May/June 1974.
- [8] G. Huang and K. Song, "A Simple Two Stage Optimization Algorithm for Constrained Power Economic Dispatch," IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 4, pp. 1818-1824, November 1994.