

신경 회로망을 이용한 혼돈 비선형 시스템의 직접 적응 제어

김세민, **최윤호**, 박진배*, 주영훈***
 *연세대 전기공학과, **경기대 전자공학과, ***군산대 제어계측공학과

Direct Adaptive Control of Chaotic Nonlinear Systems
 Using a Feedforward Neural Network

*Se-Min Kim, **Yoon-Ho Choi, *Jin-Bae Park, ***Young-Hoon Joo

*Dept. of Electrical Engineering, Yonsei Univ.

**Dept. of Electronic Engineering, Kyonggi Univ.

*** Dept. of Control & Instrumentation Engineering, Kunsan National Univ.

Abstract - This paper describes the neural network control method for the identification and control of chaotic nonlinear dynamical systems effectively. In our control method, the controlled system is modeled by an unknown NARMA model, and a feedforward neural network is used for identifying the chaotic system. The control signals are directly obtained by minimizing the difference between a setpoint and the output of the neural network model. Since learning algorithm guarantees that the output of the neural network model approaches that of the actual system, it is shown that the control signals obtained can also make the real system output close to the setpoint.

2. 혼돈 비선형 시스템을 위한 직접 적응 제어

2.1 신경망 모델

단일 입력, 단일 출력(SISO) 비선형 시스템을 구현하기 위해 사용되는 모델 중에 가장 일반적으로 사용되는 NARMA 모델은 시스템 출력이 과거 입·출력과 비선형 함수 관계를 나타내며, 다음과 같은 비선형 차분 방정식으로 기술될 수 있다.[5],[6]

$$y(t+1) = f(y(t), y(t-1), \dots, y(t-n+1); u(t), u(t-1), \dots, u(t-m+1))$$

여기서 $f(\cdot)$ 는 신경회로망에 의해 추정되어야 할 미지의 비선형 함수이고 n, m 은 시스템 구조의 알려진 차수이다.

1. 서론

비선형 동역학 시스템에서 발생하는 혼돈 현상은 시스템의 상태 변수들간의 비선형적인 관계로 인해 불규칙적인 거동을 나타내지만 내부적으로 결정론적 규칙을 가지고 있는 현상으로 정의되며, 초기 조건에 매우 민감한 특성을 가진다. 이와 같은 혼돈 현상이 존재하는 비선형 동역학 시스템을 혼돈 비선형 시스템이라 하며, 동역학 시스템에서의 혼돈 현상은 일반적으로 시스템 동작이 불안정해지거나 성능이 저하되기 쉬우므로, 1990년대를 전후하여 혼돈 시스템을 효율적으로 제어 혹은 억제할 수 있는 방법들이 활발히 연구되어지고 있다[1]. 그러나 기존의 혼돈 시스템 제어 방법에는 일반적으로 다음과 같은 한계성을 가지고 있다. 첫째로 혼돈 시스템에 대한 평형 상태 또는 기준 신호로의 수렴이 연구자의 경험이나 직관에 의해 도출되어 체계적인 제어 이론의 해석과 합성에 어려움이 있으며, 둘째로 시스템의 정확한 모델이나 비선형 방정식을 필요로 하므로 실제로 물리적으로 정확한 모델을 알 수 없는 시스템에 대해 적용 불가능하며, 셋째로 다양한 혼돈 시스템에 대해 적용 가능한 일반적인 제어 방법이 부재하여 혼돈 특성이 바뀔 때마다 제어를 달리 사용해야 한다. 이와 같이 기존의 혼돈 제어 방법의 한계성을 극복하기 위해, 퍼지 제어기와 신경 회로망 제어를 사용한 혼돈 비선형 시스템의 지능 제어에 관한 연구가 시도되고 있으나 이에 대한 연구 결과는 아직 미비한 상태이다[2]-[4].

본 논문에서는 혼돈 비선형 시스템의 지능 제어를 위해 신경 회로망을 이용한 직접 적응 제어기를 설계하고자 한다. 한편 제어 대상인 연속 시간 혼돈 시스템으로는 Duffing 방정식을 선정하여, 제안된 제어기가 실제적인 혼돈 비선형 시스템에 대해 적용하여 본 논문에서 설계한 신경 회로망 제어기가 혼돈 비선형 시스템의 동정과 제어에 효과적으로 사용될 수 있음을 보이고자 한다.

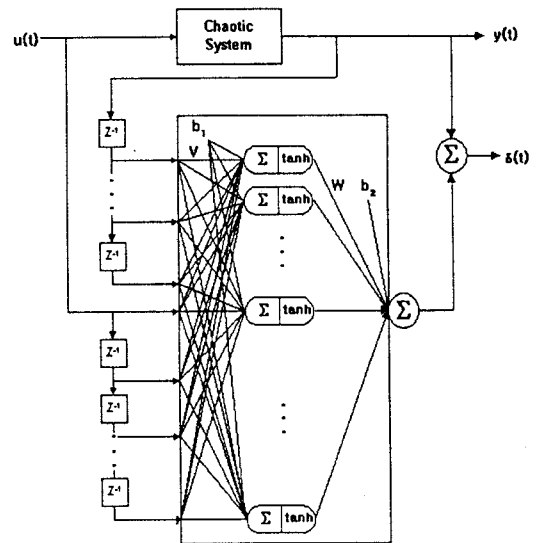


그림 2.1 시스템 동정을 위한 신경 회로망 구조

그림 2.1은 본 논문에서 혼돈 비선형 시스템을 동정하기 위해 사용된 신경 회로망 구조를 나타낸다. 그림에서의 신경 회로망은 3개의 층(layer)으로 구성되며, 신경 회로망의 학습 알고리즘으로는 오차 역전파(Backpropagation)를 사용한다. 또한 은닉층의 활성화 함수로는 하이퍼볼릭 탄젠트 $\tanh(x)$ 를 사용하지만, 출력층은 선형성을 유지하게 한다. 미지의 시스템에 대한 신경 회로망 모델을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{y}(t+1) = \hat{f}(y(t), y(t-1), \dots, y(t-n+1); u(t), u(t-1), \dots, u(t-m+1)) \quad (1)$$

여기서, $\hat{y}(t+1)$ 는 신경 회로망 모델의 출력이고, \hat{f} 는 실제 시스템 함수에 대한 추정값이다. 그리고 신경회로망의 입력 x 는 다음과 같다.

$$x = [y(t), y(t-1), \dots, y(t-n+1); u(t), u(t-1), \dots, u(t-m+1)] \quad (2)$$

2.2 시스템 동정과 제어 학습 과정

본 논문에서 사용된 제어 알고리즘의 목적은 시스템의 출력 $y(t)$ 가 기준 신호 $r(t)$ 에 가능한 접근하도록 제어 신호 $u(t)$ 를 구하는 것이다. 그림 2.2는 연속 시간 혼돈 비선형 시스템인 Duffing 시스템에 온 라인 동정을 위한 신경 회로망 모델과 경사 하강법(gradient descent)에 의해 원하는 제어 신호를 발생시키는 제어기의 블록 선도를 나타낸다.

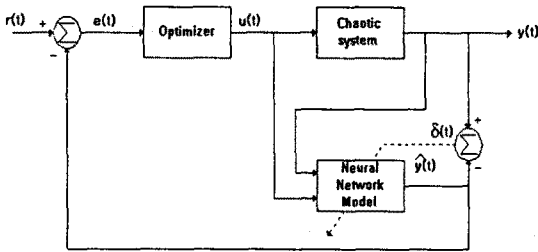


그림 2.2 구성된 제어기의 블록 선도

본 논문에서 제시된 신경 회로망을 이용한 제어 시스템은 신경 회로망을 통해 혼돈 시스템을 동정하고 제어기에 필요한 시스템 출력으로 신경 회로망 출력이 사용된다. 시스템 동정은 오차 역전과 알고리즘을 이용하여 연결 강도를 갱신하고 제어 신호는 경사 하강법에 의해 찾고자 하는 최적의 신호를 얻을 수 있다.[7]

신경 회로망의 학습 방법인 오차 역전과 알고리즘은 에너지 함수 $E(t)$ 가 최소가 되는 방향으로 연결 강도를 찾아가며, 이때 에너지 함수는 다음과 같다.

$$E(t) = \frac{1}{2} [\epsilon(t)]^2$$

$$\epsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t)$$

그리고 제어 신호 $u(t)$ 를 계산하는 과정은 다음과 같다.

$$J = \frac{1}{2} [e(t+1)]^2 \quad (3)$$

$$e(t+1) = r(t+1) - \hat{y}(t+1)$$

제어 신호 $u(t)$ 는 J 를 최소화하도록 선택되어야 한다. 신경 회로망 구조를 이용하여 $u(t)$ 에 관하여 동정 모델의 출력을 다시 나타낼 수 있다.

$$\hat{y}(t+1) = \sum_{j=1}^{h_m} w_{j1} \tanh\left(\sum_{i=1}^{m+n} v_{ij} x_i + b_j\right) + b_1 \quad (4)$$

여기서 w_{jk} , v_{ij} , b_k , b_j 는 출력층과 은닉층의 연결강도와 바이어스를 나타낸다. 또한 $m+n$ 와 h_m 는 신경회로망의 입력층과 은닉층의 노드 수이며, 출력층의 노드는

단일 출력으로 하나이다. ($k=1$) 그리고 x_i 는 식(2)의 i 번째 요소를 나타낸다.

J 가 최소가 되도록, 간단한 경사 하강법을 적용하여 $u(t)$ 를 반복 계산하며, 관계식은 식 (5)와 같다.

$$u(t+1) = u(t) - \eta \frac{\partial J}{\partial u(t)} \quad (5)$$

$$\frac{\partial J}{\partial u(t)} = -e(t+1) \frac{\partial \hat{y}(t+1)}{\partial u(t)} \quad (6)$$

여기서 $\partial \hat{y}(t+1) / \partial u(t)$ 는 앞에서 주어진 신경 회로망 모델의 입력 (2)와 출력(4)를 이용하여 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \hat{y}(t+1)}{\partial u(t)} = \sum_{j=1}^{h_m} w_{j1} \operatorname{sech}^2\left(\sum_{i=1}^{m+n} v_{ij} x_i + b_j\right) v_{j(n+1)} \quad (7)$$

여기서 $v_{j(n+1)}$ 는 $v_{ij} x_i$ 을 $u(t)$ 에 관해 미분했을 때의 결과이다. 따라서, 식(6)과 식 (7)을 이용하여 식(5)를 정리하면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$u(t+1) = u(t) + \eta e(t+1) \sum_{j=1}^{h_m} w_{j1} \operatorname{sech}^2\left(\sum_{i=1}^{m+n} v_{ij} x_i + b_j\right) v_{j(n+1)} \quad (8)$$

결론적으로, 본 논문에서 직접 적응 제어 방식에 기초하여 제안한 혼돈 비선형 시스템의 제어과정을 단계별로 서술하면 다음과 같다.

- 단계 1 : 시스템의 동정 입력 x 에 대해 출력 $\hat{y}(t+1)$ 을 구한다.
- 단계 2 : 식(3)을 이용하여 $e(t+1)$ 를 찾는다.
- 단계 3 : 위에서 언급한 오차 역전과 알고리즘을 이용하여 연결 강도를 갱신한다.
- 단계 4 : 식(8)에 의해 새로운 제어 신호를 계산한다.
- 단계 5 : $u(t+1)$ 에 대한 시스템의 출력을 구한다.
- 단계 6 : 제안된 오차 범위 안에 제어 오차가 생성될 때까지 단계 1-5를 반복한다.

3. 모의 실험 및 결과 고찰

본 논문의 제어 알고리즘을 대표적인 혼돈 시스템 중의 하나인 Duffing 시스템에 적용하였다. 연속 시간 혼돈 비선형 시스템인 Duffing 방정식에 대한 기준 입력 신호로는 그림 3.1과 같이 Duffing 방정식의 1주기 해를 설정하였다. 모의 실험에 사용된 시스템의 조건은 다음과 같다.

System dynamics:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= -p_1 x - x^3 - p_2 y + q \cos(\omega t) + u \end{aligned}$$

Parameter:

$$[p_1, p_2, q, \omega] = [-1.1, 0.4, 2.1, 1.8]$$

신경 회로망을 이용한 혼돈 비선형 시스템의 직접 적응 제어 방법에서 시스템 동정은 그림 2.1에서와 같이 1개의 은닉층을 갖는 구조로 된 신경 회로망을 사용하였고 학습 방법으로는 오차 역전과 알고리즘을 이용하였다. 표 3.1은 혼돈 비선형 시스템의 동정에 사용된 파라미터 설정값이다.

표 3.1. 신경 회로망을 사용한 동정 파라미터 설정

The number of hidden nodes	Learning rate of model	Learning rate of controller	The number of past input	The number of past plant	Learning iteration
11	0.001	0.004	2	3	20000

다음의 그림들은 표에 의한 Duffing 시스템의 추적 제어를 행한 결과이다. 그림 3.2는 시스템의 출력과 신경 회로망 모델의 출력의 결과를 함께 나타낸 Duffing 방정식의 온 라인 동정의 결과를 나타내며, 그림 3.3은 제어 결과를 나타낸다. 또한 그림 3.4는 제어 입력을 보여 주고 있다.

그림 3.2의 결과에서 동정 오차는 평균 제곱 오차(MSE)가 0.0464로 혼돈 시스템의 동정이 양호하게 수행되었고 그림 3.3의 결과를 통해 기준 신호와 신경 회로망 모델의 출력의 오차를 알 수 있는데 상하 피크치의 값을 완전히 추적하지 못하고 약간의 지연이 발생함을 알 수 있다. 이 오차를 시스템 제어 오차로 볼 때 평균 제어 오차(MSE)는 0.1711로 본 논문의 방법에 의해 설계된 제어기가 비교적 우수한 제어 성능을 가짐을 확인 할 수 있다. 그리고 그림 3.4의 결과로부터 제어 입력이 일정한 값으로 수렴되는 것을 볼 수 있다.

4 결론

본 논문에서는 혼돈 비선형 시스템의 직접 적용 제어 방식에 기초한 신경 회로망 제어기의 설계 방법을 제안하였다. 제어 대상 혼돈 비선형 시스템의 동정에 NARMA 모델 구조를 이용하여 온 라인으로 동정을 수행하였고, 학습 알고리즘으로 오차 역전파를 사용했다. 한편 본 논문에서 제안한 제어 방법을 혼돈 비선형 시스템인 Duffing 방정식에 적용하여 제어 성능에 있어 만족할 만한 결과를 얻을 수 있었다.

[참고문헌]

- [1] G. Chen X. Dong, "From Chaos to Order-Perspectives and Methodologies in Controlling Chaos Nonlinear Dynamical Systems", Int. Jour. of Bifurcation and Chaos, vol. 3, no. 6, pp.1363-1409, 1993
- [2] G. Chen and X. Dong, "Identification and Control of Chaotic System: An Artificial Neural Network Approach", Proc. of the IEEE Int'l Symposium on Circuits and Systems, Seattle, WA, pp. 1177-1182, 1995
- [3] H. Wang, K. Tanaka, and T. Ikeda, "Fuzzy Modelling and Control of Chaotic Systems", IEEE Symposium on Circuit and System pp.209-212, 1996
- [4] Ted W. Frison, "Controlling Chaos with a Neural Network", Proc. of Int'l Conf. on Neural Network, Baltimore, MD, pp.75-80, June, 1992.
- [5] K.S. Narendra, and K. Parthasarathy, "Back propagation in Dynamical Systems Containing Neural Networks" Technical Report 8905, Center for Systems Science, Department of Electrical Engineering, Yale University, New Haven, CT., 1989.
- [6] K.S. Narendra and S. Mukhopadhyay "Adaptive Control Using Neural Networks and Approximate Models" IEEE Trans. Neural Networks, vol. 8, pp.475-485, 1997.
- [7] J.R. Noriega and H. Wang "A Direct Adaptive Neural Network Control for Unknown Nonlinear Systems and Its Application" IEEE Trans. Neural Networks, vol. 9, pp.27-34, 1998.

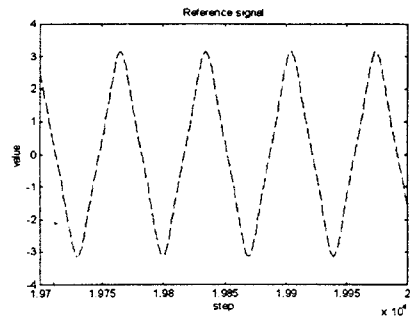
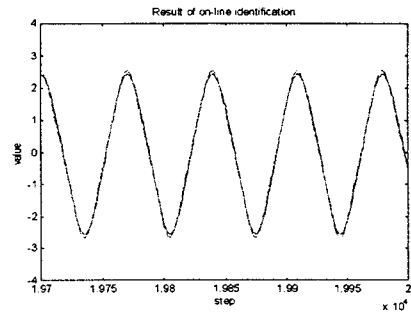
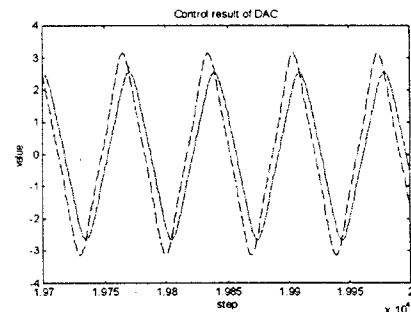


그림 3.1 Duffing 방정식의 1 주기해



(점선: 시스템 출력, 실선: 모델 출력)

그림 3.2 신경 회로망을 이용한 직접 적용 제어의 온 라인 동정 결과



(점선: 기준 신호, 실선: 시스템 출력)

그림 3.3 신경 회로망을 이용한 직접 적용 제어의 제어 결과

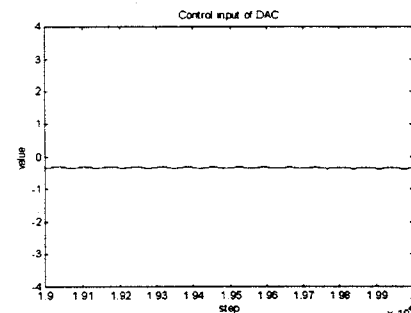


그림 3.4 신경 회로망을 이용한 직접 적용 제어의 제어 입력