

퍼지 슬라이딩 제어를 이용한 도립 진자 제어

*장병훈, *고재호, **배영철, *임화영

*광운 대학교 제어계측공학과, **여수 대학교 전기공학과

The Control of an Inverted Pendulum using Fuzzy-Sliding Control

*Jang Byeong-Hun, *Ko Jae-Ho, **Bae Young-Chul, *Yim Wha-Yeong

* Kwang Woon Univ, **Yosu Univ.

Abstract - Sliding mode is a robust control method and can be applied in the presence of model uncertainties and parameter disturbances. This study shows that the proposed fuzzy sliding mode control could reduce chattering problem in sliding mode control.

In this paper, an inverted pendulum is effectively controlled by the fuzzy sliding control technique. To reduce movable region of the inverted pendulum body, the angle and its integrated quantity are applied to the controller. The effectiveness of result is shown by the simulation and the experimental test for the inverted pendulum.

1. 서 론

슬라이딩 모드 제어는 비선형이나 모델 불확실한 시스템을 제어하는 방법으로 파라미터의 외란이나 변동에서 적용할 수 있는 강건한 제어 방법이다.^[3]

그러나, 슬라이딩 모드 제어기는 슬라이딩 평면을 중심으로 과도하게 인가되는 불연속 제어 입력으로 인해 슬라이딩 평면에서 채터링(chattering)이 발생하는 결점을 가지고 있다. 이러한 채터링을 경감시키기 위해서 슬라이딩 평면 주위에 가변 경계층을 설정하여 과도한 제어 입력에 의한 채터링 발생을 경감시키고자 하였으나, 만족할 만큼의 효과를 가져오질 못했다.

한편, 최근에 슬라이딩 모드 제어와 퍼지 제어의 연관성에 대해 그들의 연산이 많은 경우에 유사함이 확인되었다.^[3]

본 논문에서는 슬라이딩 모드 제어에서 문제가 되는 채터링을 경감하고자 퍼지 슬라이딩 모드 제어를 구성하고자 한다. 제안한 제어기의 효과를 검증하기 위해 비선형이 강한 도립 진자 시스템에 적용하여 가변 경계층을 둔 슬라이딩 모드 제어기를 사용한 경우와 비교 검토하여 퍼지 슬라이딩 제어기의 특성을 보이고자 한다.

2. 퍼지 슬라이딩 제어기 설계

2.1 슬라이딩 제어

일반적인 비선형 시스템은 다음과 같이 표현 된다.

$$\dot{x}^{(n)}(t) = f(x, t) + b(x, t) \cdot u + \tilde{d}. \quad (1)$$

여기서, $x(t) = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T$ 인 상태 벡터, $\tilde{d}(t)$ 는 상위 경계를 알고 있는 외란, u 는 제어 입력, $f(x, t), b(x, t)$ 는 상태 벡터 x 와 시간 t 에 대한 비선형 함수, ν_s 는 설계할 때 고려되어지는 비모델된 주파수이다. 추정 제어 문제는 원하는 상태 궤적을 $x^d(t)$ 라 할 때, 추정오차 $x(t) - x^d(t)$ 를 모델 불확실성, 모델화되지 않은 주파수, 그리고, 외란의 존재에도 불구하고 0(zero)으로 만드는 제어 입력을 찾는 것이다. 추정 오차는,

$$e(t) = x(t) - x^d(t) = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T. \quad (2)$$

로 정의하며 슬라이딩 평면 (2차 시스템인 경우 슬라이딩 라인)는,

$$s(x, t) = (dt/d + \lambda)^{n-1} e = \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} \lambda^k \cdot e^{(n-1-k)}. \quad (3)$$

에 의해 결정되고, $\lambda > 0$ 로 선택한다. 추정 제어 문제는 상태 벡터 $e(t)$ 를 모든 시간 $t \geq 0$ 에 대해서 슬라이딩 평면 $s(x, t) = 0$ 에 머무르도록 하는 제어 법칙의 설계와 등가이다. 따라서, $V(0) = 0, V > 0, \text{ for } s > 0$ 를 가진 리아프노프 함수,

$$V = \frac{1}{2} s^2. \quad (4)$$

를 정의한다. 시스템(1)이 안정하기 위한 충분 조건은,

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt}(s^2) \leq -\eta |s|. \quad (5)$$

이다. 여기서 s 는 슬라이딩 평면으로부터의 거리이며 η 는 양수이다. 도달 조건(reaching condition)은

다음과 같다.

$$\dot{s} \cdot \text{sgn}(s) \leq -\eta. \quad (6)$$

(6)식이 만족되어진다면, 시스템(1)은 슬라이딩 모드(sliding mode)가 된다.

절점 주파수의 역할을 하는 파라미터 λ 의 설계는 비모델화된 주파수 ν_n 를 제거시키는 방법으로, 하위 경계를 $\nu_{n, \min}$ 라 할때,

$$\lambda \ll \nu_{n, \min}. \quad (7)$$

가 되도록 설계 한다. 슬라이딩 모드 제어 법칙을 만족하는 제어 입력 u 는 식(6)을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u = \hat{b}^{-1}(\hat{u} - \hat{f}), \quad (8)$$

$$\hat{u} = G \cdot (\hat{u} - K(x, t) \cdot \text{sgn}(s)),$$

$$\hat{u} = x^{(n)} - \sum_{k=1}^{n-1} \binom{n-1}{k} \lambda^k \cdot e^{(n-k)}.$$

$$\text{sgn}(s) = \begin{cases} 1 & \text{for } s > 0 \\ -1 & \text{for } s < 0 \end{cases} \quad (9)$$

채터링을 제거하기 위한 방법으로 가변 경계층,

$B(t) = \{x | s(x, t) \leq \Phi\}$ 를 도입하면, (8)식에서 $\text{sgn}(s)$ 은 $\text{sat}(s/\Phi)$ 로 대체된다.

$$\text{sat}(s/\Phi) = \begin{cases} s/\Phi & \text{if } |s| < \Phi \\ \text{sgn}(s/\Phi) & \text{if } |s| \geq \Phi. \end{cases} \quad (10)$$

여기서, $K(x, t) > 0$ 이고, \hat{f} 와 \hat{b} 는 f 와 b 의 추정치이다.

G 값을 결정하기 위해서 다음과 같이 경계를 정의한다.

$$0 \leq \beta^{\min} \leq b \cdot \hat{b} \leq \beta^{\max}. \quad (10)$$

여기서 \hat{b} 은 추정 제어 이득으로, $\hat{b} = (\beta^{\min} \cdot \beta^{\max})^{1/2}$

이고, $G = (\beta^{\min} \cdot \beta^{\max})^{-1/2}$ 로 정의된다.

그리고, $\beta = (\beta^{\max}/\beta^{\min})^{1/2}$ 은 이득 여유이다.

제어항 $K(x, t)$ 는,

$$K(x, t) \geq \beta(|\Delta f| + (1 - \beta^{-1}) \cdot |\hat{u}| + |\hat{f}| + \eta). \quad (11)$$

이고, $|\Delta f|, |\hat{u}|, |\hat{f}|$ 상한치를 다음과 같이 정의하면,

$|\Delta f| < \hat{F}, |\hat{u}| < \hat{D}, |\hat{f}| < \hat{U}$ 최종적으로,

$$K(x, t) \geq \beta(\hat{F} + (1 - \beta^{-1}) \cdot \hat{U} + \hat{D} + \eta). \quad (12)$$

이다.

2.2 퍼지 슬라이딩 제어

채터링을 줄이기 위해 경계층을 둔 제어 항, 식(12) 대신에 퍼지 슬라이딩 제어 입력 u_{fuzz} 은 다음과 같다.

$$u_{fuzz} = -K_{fuzz}(|s|) \cdot \text{sgn}(s) \quad (13)$$

u_{fuzz} 를 구하기 위한 퍼지 제어기의 입력으로는 상태

벡터 e 와 슬라이딩 평면 $s=0$ 사이의 거리 $|s|$ 의 크기를 사용한다. IF-THEN 규칙은 다음과 같다.

$$R^i: \text{if } s = LS^i \text{ then } u = LU^i \quad (14)$$

상용하는 제어 법칙은,

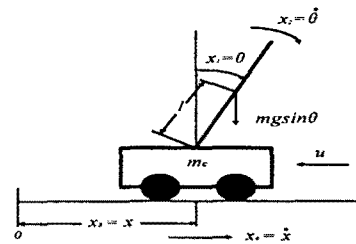
$$u = \hat{b}^{-1}(G \cdot \hat{u} - \hat{f} + G \cdot u_{fuzz}) \quad (15)$$

$$u_{fuzz} = -K(|s|) \cdot \text{sgn}(s) \quad (16)$$

로 바뀌고, 퍼지 슬라이딩 설계부분은 (16)식에 집중하고, 나머지 설계 과정은 경계층을 둔 슬라이딩모드 제어기의 설계에 따른다.

2.3 독립 진자 시스템

슬라이딩 모드 제어기와 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 성능을 비교 평가하기 위해서 다음과 같은 독립 진자에 대해서 실험을 하였다.



<그림 1.> 독립 진자 시스템

다음은 각도($x_1 = \theta$)와 각속도($x_2 = \dot{\theta}$)를 고려한 독립 진자 시스템의 상태 방정식이다.

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (17)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{g \sin x_1 - \frac{m l x_2^2 \sin x_1 \cos x_1}{m_c + m}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)} + \frac{\cos x_1}{m_c + m} \cdot u$$

x_1	진자의 속도	6 degree
x_2	진자의 각속도	6 degree/sec
u	제어 입력	Newton
m	진자의 질량	0.127 kg
g	중력 가속도	9.81 m/s ²
m_c	수레의 질량	0.186 kg
l	진자 길이의 반	0.3 m

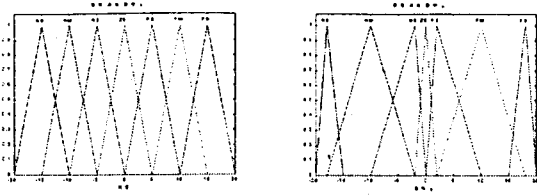
<표 1.> 상태 변수와 시스템 파라미터

2.4 퍼지 슬라이딩 제어기 설계

(13)식의 u_{fuzz} 값을 구하기 위한 IF-THEN 규칙과 소속 함수는 다음과 같다.

PB	PM	NS	ZE	NS	NM	NB
NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB

s (dist)



<그림 2> 입력 소속 함수 <그림.3> 출력 소속 함수

퍼지 슬라이딩 제어 입력 u_{fuzzy} 를 구하기 위해서, Singleton fuzzifier, Center Average defuzzifier

$$u = \frac{\sum_{i=1}^M \bar{y}_i \left(\prod_{j=1}^n \mu_{A_j}(x_j) \right)}{\sum_{i=1}^M \left(\prod_{j=1}^n \mu_{A_j}(x_j) \right)} \quad (19)$$

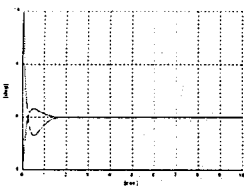
를 사용하였다.

2.5 시뮬레이션 결과

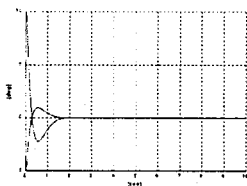
진자 각도를 제어하는 과정에서 발생하는 몸체의 움직인 거리를 줄이기 위해 진자 각도의 적분 상태량을 포함한 3차식으로 도립 진자를 제어 하였다.

(1)식에서 t 의 이득 여유(gain margin) δ 를 구하기 위해, δ 의 범위를 각각 $-30^\circ \sim 30^\circ$, $-60^\circ \sim 60^\circ$ 로 설정하였다. 다음 그림은,

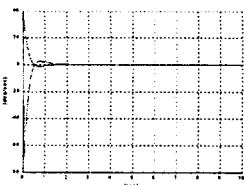
$\lambda=4$ $\phi=0.5$ $\eta=1$ 이고 θ , $\dot{\theta}$ 의 초기 조건이 각각, $[-5^\circ \ 10^\circ]$ $[0^\circ \ 0^\circ]$ 일때의 경계층을 둔 슬라이딩 모드 제어기와 퍼지 슬라이딩 제어기의 시뮬레이션 결과이다.



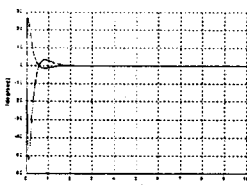
<그림 4> 슬라이딩 모드에 의한 각도



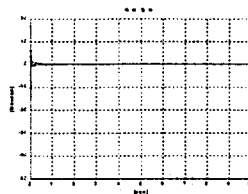
<그림 5> 퍼지 슬라이딩 모드에 의한 각도



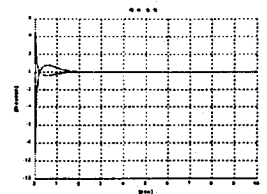
<그림 6> 슬라이딩 모드에 의한 각속도



<그림 7> 퍼지 슬라이딩 모드에 의한 각속도

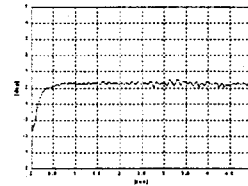


<그림 8> 슬라이딩 모드에 의한 입력 u

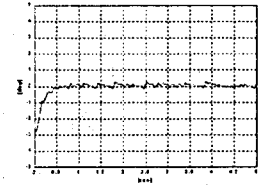


<그림 9> 퍼지 슬라이딩 모드에 의한 입력 u

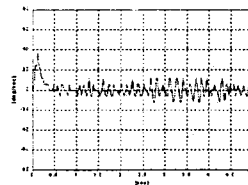
다음은 도립 진자 실험 장치를 통한 결과이다.



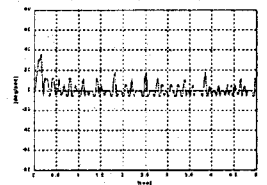
<그림 10> 슬라이딩 모드에 의한 각도



<그림 11> 퍼지 슬라이딩 모드에 의한 각도



<그림 12> 슬라이딩 모드에 의한 각속도



<그림 13> 퍼지 슬라이딩 모드에 의한 각속도

3. 결 론

본 연구에서는 시뮬레이션 및 실험을 통하여 경계층을 둔 슬라이딩 모드 제어기에 비교해서 퍼지 슬라이딩 모드 제어기에 의한 채터링 경감 효과가 향상되었음을 입증 하였다. 그리고, 도립진자의 각변위를 적분한 상태량을 포함시킨 제어로 진자의 진동현상이 개선되고 몸체의 이동 거리를 줄일 수 있었다. 보다 개선된 퍼지 규칙 설계가 추후 과제로 남는다.

[참 고 문 헌]

- [1] E.Slotine, L.Weiping, "Applied Nonlinear Control", Prentice Hall, 1991
- [2] P.Rainer, D.Dimitter and H.Hans, "Model Based Fuzzy Control", Springer, 1997
- [3] L.X.Wang, "A Course in Fuzzy systems and Control", Prentice Hall, 1997
- [4] P.Rainer, "Sliding Mode Fuzzy Control", IEEE Int. Conf. Fuzzy Systems, pp. 519-526, march, 1992