모델 레퍼런스 적응 퍼지 제어기 구조에 관한 연구

이 기범. 최 종수. 주 문갑
포항산업과학연구원 자동화부문 전력전자팀

A study on a structure of a model reference adaptive fuzzy controller(MRAFC)

Lee. Gi-Bum. Choi Jong-Soo. Joo. Moon-Gab
RIST

Abstract - The paper presents a model reference adaptive control containing a fuzzy algorithm for tuning the gain coefficient which adjusts the level of the fuzzy controller output. The synthesis of a fuzzy tuning algorithm has been performed for the inverted pendulum system. The computer simulation results have proved the efficiency of the proposed method, showing stable system responses.

1. 서 론

퍼지 제어기는 전문가의 경험을 퍼지 논리를 이용하여 언어 규칙을 표현하고 이와 같이 만들어진 규칙들로서 제어기를 구성하기 때문에 제어 대상 플랜트의 정확한 수학적 모델를 알지 못해도 좋은 결과를 얻을 수 있다.

한편 전문가의 경험에 의한 제어 규칙을 사용하여 퍼지 제어기를 만든다 하여도 소속함수 결정 및 각종 파라메터 설정에 많은 시행착오를 거쳐야 비로서 퍼지 제어기가 완성된다. 이러한 시행착오를 줄이고자 자동으로 룰 베이스를 만들어 주는 방법이 제안되었는데 Gradient Descent방법, RLS 방법 및 ANFIS 방법[2] 등을 사용하고 있다. 그러나 기준이 되는 제어기가 있어야 그 제어기로 부터 참조가 되는 데이터를 축출하고 그것을 기반으로 훈련 적응시켜 최종 룰 베이스를 찾아내게 된다. 그렇다면 대상 플랜트를 잘 제어하는 제어기가 없을 때는 어떻게 퍼지제어 할 것인가. 이 부분을 어느 정도 개선한 방법이 적응 퍼지 제어기라 할 수 있다.

본 연구에서는 현재 적응 퍼지 제어기가 단순 레퍼런스 출력과 비교하여 적응제어 하도록 되어 있는 구조를 별도의 모델 플랜트를 추가하여 그 모델 플랜트의 출력에 따라서 퍼지 적응 제어가 Adaptation 하도록 하는 구조를 제안하고자 한다. 그리고 모델 플랜트를 선정할 때 안정된 모델 플랜트를 선정하기 위하여 설정 파라메터 기준을 제시하고자 한다.

2. 본 론

일반적인 모델 레퍼런스 적응 제어기는 비안정적인 플랜트의 파라메터를 안정된 기준 모델을 참조로 하고 있으며, 이를 기준으로 실제 플랜트 제어기의 파라메터를 조정하여 안정된 파라메터로 근접시키는 것이다[3]. 결국 파라메터의 근접성은 플랜트의 폴-제로를 LHF(left half plane)에 위치시키는 방법이 되고 불안정한 플랜트는 안정된 플랜트로 바뀌어 제어되게 된다. 이러한 방법을 바꾸어서 생각해 보면 비안정된 플랜트를 안정된 플랜트로 바꾸기 위해 플랜트의 입력을 플랜트가 가정 안정되게 동작할 수 있도록 가해주는 것이다[1].

결국 퍼지를 이용한 적응제어가 플랜트의 입력을 적절하게 바꾸워 주므로서 안정된 플랜트의 동작으로 만드는 것과 같이 퍼지 제어에서도 폴-제로가 LHP에 있는 것과 같이 해석할 수 있을 것으로 판단된다. 그러기 위해서는 모델 플랜트를 설정하여 퍼지 제어기가 모델 플랜트를 잘 따라 간다면 퍼지 플랜트 역시 폴-제로가 LHP으로 이동한 것으로 볼 수 있으며 이는 시스템의 안정도를 해석한는데 있어 모델 플랜트를 이용한다면 보다 간편하데 증명할 수 있을 것이다.

한편 근번에는 퍼지제어기가 모델 플랜트와의 상관구조로 표현될 수 있음을 기술하고, 선정된 플랜트의 근의 값이 LHP에 위치하도록 파라메터를 설정한다.

3. 모델 레퍼런스 적응 퍼지 제어기

3. 1 퍼지 로직 시스템

적응 퍼지 제어기에 사용된 퍼지로직 시스템는 조정 파라메터에 선형적인 1차형 적응 퍼지 제어기를 선택하였다.

$$f(x) = \sum_{l=1}^{M} \theta \xi_l(x), \quad f(x) = \theta^T \xi(x) \tag{1}$$

$$\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \cdots \theta_M)$$

$$\xi(x) = (\xi_1(x), \xi_2(x), \xi_3(x), \cdots \xi_M(x))^T$$

$\xi_l(x)$는 퍼지 기준 함수(FBF)으로 다음과 같다.

$$\xi_l(x) = \frac{\prod_{i=1}^{n} \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^{M} \prod_{i=1}^{n} \mu_{F_i^l}(x_i)} \tag{2}$$

$$\mu_{F_i^l}=\exp(-(\frac{x_i-\overline{x_i^l}}{\sigma_i^l})^2)$$

θ_i는 조정되는 파라메터이며 $\mu_{F_i^l}$ 는 고정된 파라메터이다.

3. 2 제어 법칙

다음과 같은 1차형 비선형 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2\\
\dot{x}_2 &= x_3\\
&\cdots \qquad\qquad\qquad\qquad (3)\\
\dot{x}_n &= f(x_1,x_2,\cdots,x_n)+g(x_1,x_2,\cdots,x_n)u\\
y &= x_1
\end{aligned}$$

(1)식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$x^{(n)}=f(x,\dot{x},\cdots,x^{(n-1)})+g(x,\dot{x},\cdots,x^{(n-1)})u \qquad (4)$$
$$y=x_1$$

여기서 f와 g은 미지의 연속 함수이고, $u\in R$과 $y\in R$은 각각 시스템의 입.출력이다.

$[x_1,x_2,\cdots,x_n]=[x,\dot{x},\cdots,x^{(n-1)}]^T$는 관측지로부터 측정이 가능하다고 가정된 상태 변수들이다.

$$\begin{aligned}
e &= y_m-y\\
e &= (e,\dot{e},\cdots e^{(n-1)})^T\in R \qquad (5)\\
k &= (k_n,k_{n-1},\cdots k_1)^T\in R
\end{aligned}$$

제어 목적을 달성하기 위해 다음과 같이 제어 입력를 구한다.

$$\begin{aligned}
u &= \frac{1}{g(x)}[-f(x)+x^{(n)}]\\
&= \frac{1}{g(x)}[-f(x)+y_m^{(n)}+k^Te] \qquad (6)\\
&= \frac{1}{g(x)}[-f(x)+y_m^{(n)}+k_1e^{(n-1)}+k_2e^{(n-2)}+\cdots+k_ne]\\
&= \frac{1}{g(x)}[-f(x)+(s^n+k_1s^{n-1}+k_2s^{n-2}+\cdots+k_n)y_m-k^Tx]
\end{aligned}$$

레퍼런스 모델을 다음과 같이 선정하므로서 플랜트 입력이 레퍼런스 입력식으로 표현됨을 알 수 있다.

$$y_m=(\frac{k_m}{s^n+k_1s^{n-1}+k_2s^{n-2}+\cdots+k_n})r \qquad (7)$$

여기서 r는 레퍼런스 입력이다.

(7)식에서 안정된 모델 프랜트를 구하기 위해 분모항인 $h(s)=s^n+k_1s^{n-1}+k_2s^{n-2}+\cdots+k_n$의 근이 LHP(left half plane)에 존재하도록 계수를 선정하여야 한다. 그리고 모델 플랜트의 게인는 k_m값를 이용하여 플랜트 출력을 조정하게 된다.

(4)식에서 f(x)와 g(x)을 퍼지 로직 시스템 $\hat{f}(x\mid\theta_f)$와 $\hat{g}(x\mid\theta_g)$로 대체하고 (7)식을 적용하여 실제 플랜트의 입력을 구한다.

$$u_c=\frac{1}{\hat{g}(x\mid\theta_g)}[-\hat{f}(x\mid\theta_f)+k_mr+k^Tx] \qquad (8)$$

여기서 k_m은 플랜트의 게인을 조정하는 상수이다.

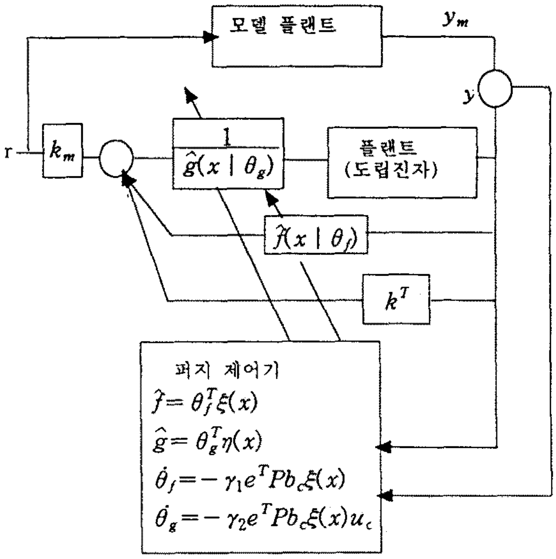

그림 1. 모델 레퍼런스 적응 퍼지 제어기 구성도

3. 3 적응 법칙

최소 근사 오차식을 정의한다.

$$w=(\hat{f}(x\mid\theta_f^*)-f(x))+(\hat{g}(x\mid\theta_g^*)-g(x))u_c \qquad (9)$$

오차 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\dot{e} &= \Lambda_ce-b_cg(x)u_s+b_c\{[(\hat{f}(x\mid\theta_f)-\hat{f}(x\mid\theta_f^*)]\\
&\quad +[(\hat{g}(x\mid\theta_g)-(\hat{g}(x\mid\theta_g^*)]u_c+w\} \qquad (10)
\end{aligned}$$

$$\Lambda_c=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1\\ -k_n & -k_{n-1} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & -k_1 \end{bmatrix} \quad b_c=\begin{bmatrix}0\\0\\ \cdots\\0\\1\end{bmatrix}$$

여기서 $\phi_f=\theta_f-\theta_f^*$, $\phi_g=\theta_g-\theta_g^*$ 이다.

(10)식에 $\hat{f}$ 와 $\hat{g}$을 대입하고 Lyapunov 함수를 선정하여 정리하면 다음과 같다.

$$V=\frac{1}{2}e^TPe+\frac{1}{2\gamma_1}\phi_f^T\phi_f+\frac{1}{2\gamma_2}\phi_g^T\phi_g \qquad (11)$$

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= -\frac{1}{2}e^TQe-g(x)e^TPb_cu_s+e^TPb_cw+\frac{1}{\gamma_1}\phi_f^T[\dot{\theta}_f\\
&\quad +\gamma_1e^TPb_c\xi(x)]+\frac{1}{\gamma_2}\phi_g^T[\dot{\theta}_g+\gamma_2e^TPb_c\xi(x)u_c] \qquad (12)
\end{aligned}$$

(12)식에서 적응 법칙은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
\dot{\theta}_f &= -\gamma_1e^TPb_c\xi(x) \qquad (13)\\
\dot{\theta}_g &= -\gamma_2e^TPb_c\xi(x)u_c
\end{aligned}$$

따라서 (13)식을 이용하여 $\hat{f}(x\mid\theta_f)$와 $\hat{g}(x\mid\theta_g)$을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{f}(x\mid\theta_f)=\theta_f^T\xi(x) \qquad (14)$$

$\hat{g}(x \mid \theta_g) = \theta_g^T \xi(x)$

4. 모의 실험

모의 실험은 도립 진자 시스템을 사용하였다. $x_1 = \theta$이고 $x_2 = \dot{\theta}$일 때 도립 진자 시스템의 동력학 방정식는 다음과 같다.

$$\dot{x}_1 = x_2 \tag{15}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{g\sin x_1 - \dfrac{mlx_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{m_c + m}}{l\left(\dfrac{4}{3} - \dfrac{m\cos^2 x_1}{m_{c+m}}\right)} + \frac{\dfrac{\cos x_1}{m_c + m} u}{l\left(\dfrac{4}{3} - \dfrac{m\cos^2 x_1}{m_{c+m}}\right)}$$

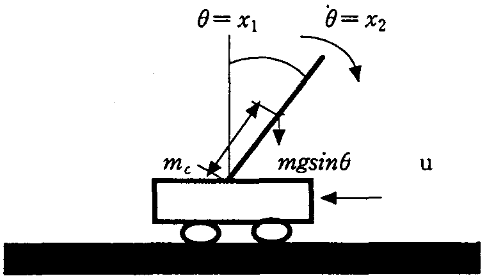

그림 2. 도립 진자 시스템

여기서 x_1는 수직축으로부터 측정된 진자의 각도, x_2는 각속도, $g = 9.8 m/s^2$는 중력 가속도, $m_c = 1$ kg, m=0.1 kg, l= 0.5m 이다. 그림 3과 같이 소속함수는 가우시안 함수를 사용하였다.

기준 입력은 r = $\frac{\pi}{9}$ sint를 가하였으며 그림 4에서 보는 바와 같이 플랜트 출력 y가 모델 플랜트 y_m을 추종해 감을 알 수 있다.

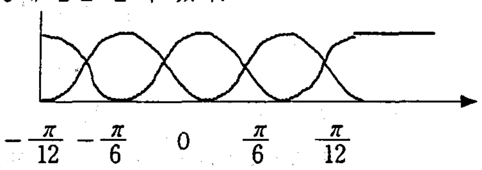

그림 3. 가우시안 소속 함수

모델 플랜트 선정은 근이 -1, -2에 있도록 다음과 같이 선정하였다.

$$y_m = \frac{3}{s^2 + 3s + 2}$$

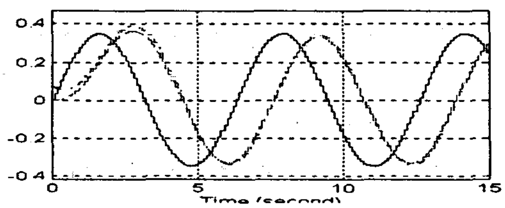

그림 4. 기준 입력(r), 모델 플랜트 출력(y_m), 플랜트 출력(y)

그림 4에서 실선은 기준 입력이며 실 점선은 모델 플랜트의 입력이고 가는 점선은 초기조건 $\frac{\pi}{44}$를 갖은 플랜트 출력이다.

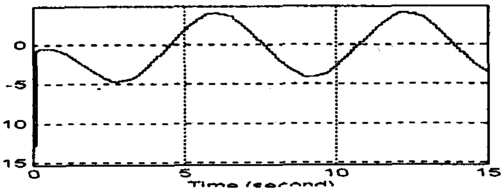

그림 5. 플랜트 입력 u_c

5. 결 론

일반적인 적응 퍼지 제어기에 모델 플랜트를 추가하여 그모델 플랜트의 구조를 구하는 방법에 대하여 설명하였다. 여기서 안정된 모델 플랜트를 기준으로 하기 위하여 모델 플랜트의 근의 값들이 LHP에 있도록 k값을 선정해야 됨을 보였다.

향후 모델 플랜트의 근의 값과 퍼지로직 콘트롤러의 파라메터 값의 상관 관계가 수식적으로 증명된다면 퍼지로직 콘트롤러의 안정성는 안정되게 선정된 모델 플랜트의 안정성과 연계되어 해석되어 질 것이다.

[참 고 문 헌]

[1] Li-Xin Wang, Adaptive Fuzzy Systems and Control:Design and Stability Analysis, Prentice-Hall International, 1994

[2] J.S.R. Jang and C.T. Sun and E. Mizutani, Neuro-Fuzzy and Soft Computing, Prentice-Hall International, 1997

[3] Bart Kosko, Neural Networks and Fuzzy Systems, Prentice-Hall International, 1992

[4] Lei J, Jiang J "the model reference adaptive control based on the genetic algorithm" IEEE 1997

[5] Kenji ARAKI, X. CHEN, J CHEN, Y. ISHINO and T. MIZUNO " Application of a model reference fuzzy adaptive control to the spot welding system" SICE, 1996

[6] Chin-Chih Hsu, Shin Y, Hideji F, Koichiro S "Advanecd Genetic Algorithms Applied in MRFACS for Fuzzy Rules Set Optimization" IEEE, 1994

[7] Yie-Chien Chen, Ching-Cheng Teng "A model reference control structure using a fuzzy neural network" Fuzzy sets and systems, 1995