CART 알고리즘과 하이브리드 학습을 통한 뉴로-퍼지 시스템과 응용

오봉근*, 곽근창, 유정웅
충북대학교 전기공학과

Neuro-Fuzzy System and Its Application Using CART Algorithm and Hybrid Parameter Learning

B.K. Oh, K.C. Kwak, J.W. Ryu
Dept. of Electrical Engineering, Chungbuk National University

Abstract - The paper presents an approach to the structure identification based on the CART (Classification And Regression Tree) algorithm and to the parameter identification by hybrid learning method in neuro-fuzzy system. By using the CART algorithm, the proposed method can roughly estimate the numbers of membership function and fuzzy rule using the centers of decision regions. Then the parameter identification is carried out by the hybrid learning scheme using BP (Back-propagation) and RLSE (Recursive Least Square Estimation) from the numerical data. Finally, we will show it's usefulness for fuzzy modeling to truck backer - upper control.

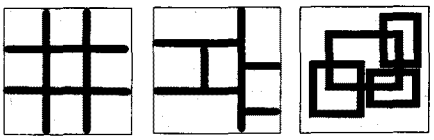
1. 서 론

퍼지 모델링은 숙련가의 경험적 지식과 제어 전문가의 지식의 정성적인 언어 형태를 이용해서 복잡하고 불확실하며 비선형성을 포함한 시스템에 대해서 쉽게 수행할 수 있다[1]. 그러나, 인간의 경험에 의존한다는 것은 인간의 지식이 종종 불완전하며 체계적이라기 보다는 다소 우연적이다. 또한 지식을 획득하기 위한 공식적이고 효과적인 방법이 없기 때문에 여러 연구가들은 수치적인 입출력 데이터로부터 뉴로-퍼지 모델링을 자동화하도록 노력해왔다[2].

뉴로-퍼지 모델링의 구조 식별에 있어서 입력공간 분할을 통한 최적의 규칙과 소속함수를 구하는 문제는 아직까지도 연구 중에 있으며 다루고자 하는 실제적인 문제에서 많은 문제점을 야기하고 있다. 입력공간 분할을 위한 방법에는 그림1과 같이 대표적으로 그리드(grid), 트리(tree), 스캐터(scatter)분할 등이 있다. 그리드 분할은 상태변수를 입력으로서 포함하는 퍼지 제어기를 설계하는데 있어서 자주 선택되는 방법이며, 스캐터 분할은 입력공간이 다차원일 경우 수치적인 데이터로부터 클러스터 중심을 추정하는 것에 대한 효과적인 방법으로 알려져 있다. 트리 분할은 각각의 영역이 대응되는 결정 트리에 따라 특별화 되어질 수 있으며 그리드 분할에 의한 규칙의 수가 지수함수적으로 증가하는 문제를 해결하고 있다.

따라서, 본 논문에서는 상당히 적응적인 방식으로 입력공간을 분할하는 트리구조에 의한 퍼지분할 접근방식인 CART 알고리즘을 이용하여 구조 식별을 수행하고 각 트리 중심을 소속함수의 중심으로 하여 역전파 알고리즘과 최소자승법으로 하이브리드 학습을 통한 파라미터 식별을 수행하도록 적용한다[3][4].

시뮬레이션으로 트럭후진제어를 이용하여 Kosko가 제안한 방법을 본 논문에서 제안된 방법과 비교하여 유용성을 설명한다[5][6].



(a) 그리드분할 (b)트리분할 (c)스캐터분할

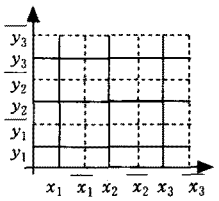
Fig 1. 입력 공간 분할

2. 뉴로-퍼지 시스템

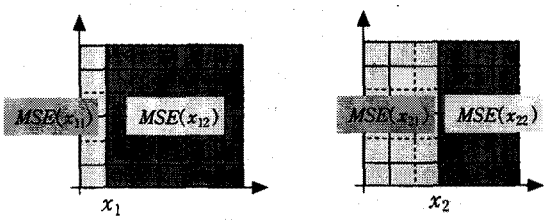
2.1 Structure Identification

CART 알고리즘은 상당히 적응적인 방식으로 입력공간을 분할하는 트리구조에 의한 퍼지 분할 접근방식이며, 그리드 분할의 입력변수 증가에 따라 규칙수가 지수함수적으로 증가하는 단점을 보완하여 구조 식별 문제를 해결하는 매우 빠른 방법이며 CART 알고리즘의 수행순서는 다음과 같다.

[단계1] 입력 데이터 분포를 일정영역($\overline{x_1}, \overline{x_2}, \overline{x_3}, \overline{y_1}, \overline{y_2}, \overline{y_3}$)으로 분할하여, 분할된 중앙값을 후보 분할값($x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3$)으로 선택한다.

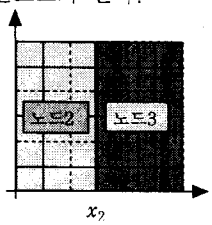


[단계2] 후보 분할값을 기준으로 분할된 각 입력데이터 값의 크기를 비교하여 각각 두 부분으로 나누고, 각 부분에 대해 출력값에 대한 MSE (Mean Squre Error)값을 구한 후, 그 값의 합을 구한다.

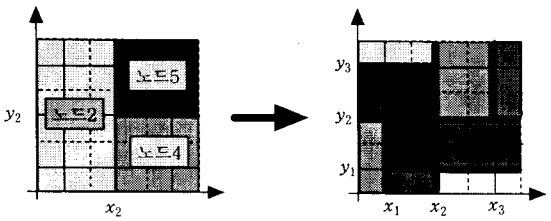


$$MSE(x_{z1}) = MSE(x_{11}) + MSE(x_{12})$$
$$MSE(x_{z2}) = MSE(x_{21}) + MSE(x_{22})$$
$$\vdots$$
$$MSE(y_{z3}) = MSE(y_{31}) + MSE(y_{32})$$

[단계3] 그 합들을 비교하여 최소값으로 선택된 후보 분할값이 선택 분할값이 된다. 만약, x_2가 선택 분할값이라면, root 노드(노드1)는 분할값을 기준으로 서로 배타적 영역으로 분할되어 child 노드를 형성한다(작은쪽: 노드2, 큰쪽 : 노드3). 동시에 노드2와 노드3은 다시 분할될 터미널노드가 된다.



[단계4] 터미널 노드2,3은 각각 단계2부터 반복수행되어 노드2(y_2)와 노드3(y_2)의 최소 값의 크기가 노드2가 노드3보다 크다면, 노드3에서 child 노드(노드4, 노드5)가 형성되며 노드2, 노드4, 노드5는 터미널 노드가 된다. 이 터미널 노드는 각각 단계2부터 반복 수행되며 정해진 분할 수에 도달될 때까지 계속된다. 분할 수는 training 데이터를 향해 편중되지 않도록 모델을 검증하는데 checking 데이터가 사용되어 가장 적은 오차를 발생하는 트리 분할 수를 선택한다.



2.2 Parameter Identification

CART 알고리즘을 이용하여 형성된 트리 분할에 대한 파라미터 식별을 수행하기 위해 뉴로-퍼지 시스템의 구조와 소속함수가 그림2, 그림3과 같고 수행순서는 다음과 같다.

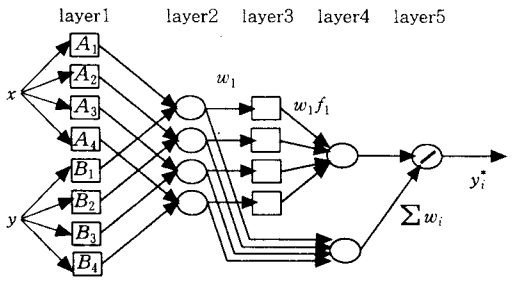


Fig 2. 뉴로-퍼지 시스템

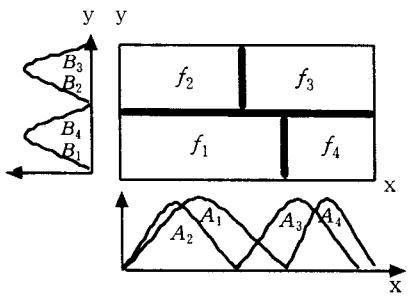


Fig 3. 트리분할에 의한 소속함수

[단계1] 생성된 트리 분할에 대한 결정 영역의 각 중심들은 근본적인 시스템의 특성적인 작동을 설명하는 본질적인 데이터 포인트이므로, 각 중심들은 스캐터 분할의 클러스터로 간주하여 다음과 같은 소속함수를 갖도록 1층에 선택되어 사용되어진다.

$$\mu_A(x) = \exp(-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2})$$

여기서 파라미터 c, σ는 전제부 파라미터로서 각각 클러스터의 중심과 표준편차이다.
전제부 소속함수는 후향경로에서 결론부 파라미터가 고정된 상태에서 역전파 알고리즘으로 튜닝되어진다.

[단계2] 결론부 구조가 Sugeno-Tagaki의 일차 선형방정식을 가진 퍼지 모델에 대해서 각 입력에 대한 클러스터의 수를 네 개로 가정하면 다음과 같은 규칙을 생성한다.

$$R^1: \textit{If } x \textit{ is } A_1 \text{ and } y \textit{ is } B_1, \textit{ then } f_1 = p_1x + q_1y + r_1$$
$$R^2: \textit{If } x \textit{ is } A_2 \text{ and } y \textit{ is } B_2, \textit{ then } f_2 = p_2x + q_2y + r_2$$
$$R^3: \textit{If } x \textit{ is } A_3 \text{ and } y \textit{ is } B_3, \textit{ then } f_3 = p_3x + q_3y + r_3$$
$$R^4: \textit{If } x \textit{ is } A_4 \text{ and } y \textit{ is } B_4, \textit{ then } f_4 = p_4x + q_4y + r_4$$

[단계3] 2층에서 퍼지화된 소속값을 규칙별로 곱한 가중치를 3층으로 출력한다.

$$O_i^2 = W_i = \mu_{A_i}(x) \times \mu_{B_i}(y) \quad i = 1,2,3,4$$

[단계4] 3층에서는 가중치와 결론부의 곱으로 이루어진다.

$$O_i^3 = W_i f_i = W_i(p_ix + q_iy + r_i)$$

이 층에서 결론부 파라미터(p_i, q_i, r_i)는 고정된 전제부 파라미터로부터 다음과 같은 RLSE를 이용하여 좀더 효과적이고 쉽게 특성을 변화하는 시스템에 대해서 온라인 형태로 수정할 수 있다.

$$X_{i-1} = X_i + S_{i+1}a_{i+1}(b_{i+1}^T - a_{i+1}^T X_i)$$
$$S_{i+1} = S_i - \frac{S_i a_{i+1} a_{i+1}^T S_i}{1 + a_{i+1}^T S_i a_{i+1}}$$
$$X^* = X_p \qquad i = 0, 1, \cdots, P-1$$

여기서, $X_0 = 0$ 이고 $S_0 = \lambda I$에서 λ는 양의 큰수이고 I는 항등행렬이다. X^*는 추정하고자 하는 결론부 파라미터이다.

[단계5] 4,5층에서는 전체적인 추론값이 가중평균법에 의해 구해진다.

$$O_i^5 = y_i^* = \frac{\Sigma_i W_i f_i}{\Sigma_i W_i} = \frac{\Sigma_i W_i(p_ix + q_iy + r_i)}{\Sigma_i W_i}$$

전향경로에서는 역전파 알고리즘과 후향경로에서는 순환적인 최소자승법을 이용하여 전제부 및 결론부 파라미터가 튜닝되도록 실제 데이터 출력과 퍼지 모델 출력사이의 오차를 최소화하는 것이다.

3. 시뮬레이션 및 결과

트럭 후진 제어문제는 한정된 주차공간에서 임의의 위치에 정해 둔 주차위치에 주차시키는 것을 목표로 하고 있으며 근사화된 모델 식은 다음과 같다.

$$x(k+1) = x(k) + v \cdot t \cdot \cos[\psi(k)]$$
$$y(k+1) = y(k) + v \cdot t \cdot \sin[\psi(k)]$$
$$\psi(k+1) = \psi(k) + v \cdot t/l \cdot \tan[\theta(k)]$$

후진속도 $v = -5m/s$, $t = 0.5\text{sec}$, 트럭길이 $l = 4m$.
입력변수는 x축 좌표의 거리와 수평축에 대한 트럭각 ψ

이고 출력변수는 조향각 θ 으로 하고 트럭과 주차위치 사이의 충분한 거리유지를 가정해서 y축 좌표의 거리는 무시하고 변수 범위는 다음과 같다.

$$0 \le x \le 100\,,\quad -90 \le \psi \le 270\,,\quad -30 \le \theta \le 30$$

입·출력 데이터는 7개의 서로 다른 초기위치와 다양한 각으로부터 입출력 데이터를 공학적인 상식에 근거로 해서 초기치 상태로부터 시작한 매 단계마다 조향각 θ 를 결정하고 여러 번의 시행착오 후에 성공적인 궤적에 대응하는 원하는 입·출력 쌍을 선택한다.
그림4는 모의 실험된 트럭 다이어그램과 주차 공간을 보여주고 있다.

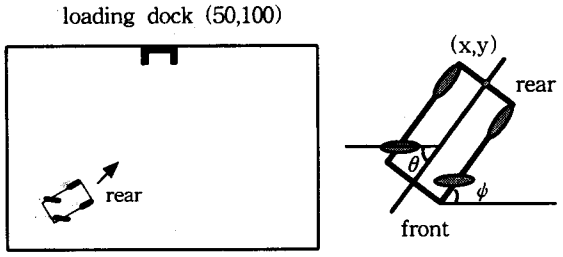


Fig 4. 트럭의 다이어그램과 주차 영역

그림5는 시스템의 원하는 입출력 표면특성을 보여주고 있으며 그림6는 본 논문에서의 트리 분할과 Kosko에 의한 변형된 그리드 분할이 비교되어진다.

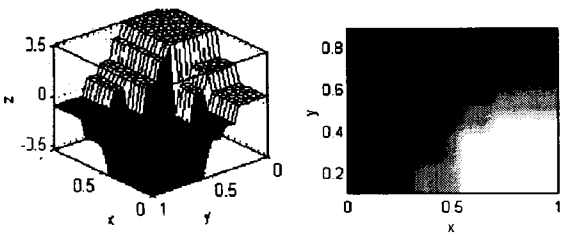
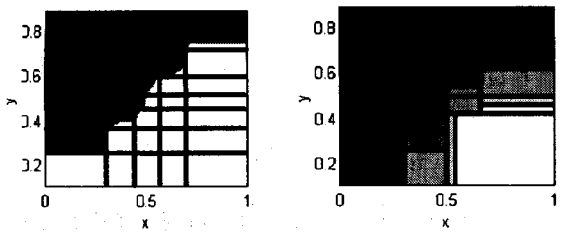


Fig 5. 트럭의 입출력 표면특성



a) Kosko[6]의 분할 b) 트리 분할

Fig 6. 입력공간 분할 비교

그림7과 같이 임의의 초기치에 대해 정확한 주차와 이상적인 궤적을 따라 주차함을 볼 수 있다.

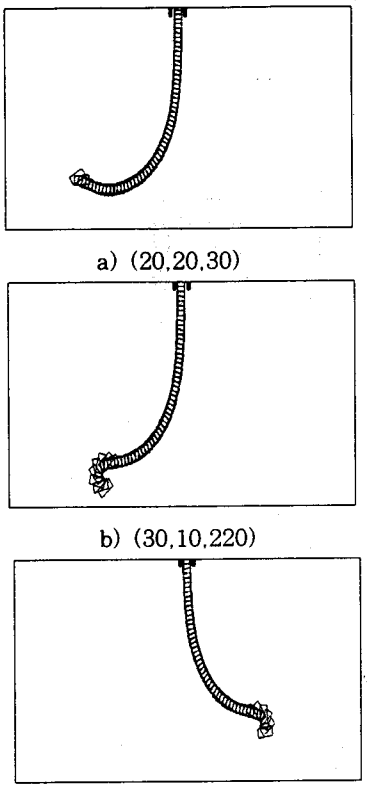


Fig 7. 트럭의 궤적 ($0 \le x,y \le 100$)

4. 결 론

본 논문은 시스템의 원하는 입출력 표면이나 수치적 데이터로부터 구조 식별을 수행할 때 기존의 그리드 분할을 이용할 경우 입력공간이 증가함에 따라 퍼지 규칙의 수가 지수 함수적으로 증가하는 단점이 있는 반면 CART 알고리즘을 이용하여 트리 분할을 사용할 경우 그리드 분할의 단점을 개선시키고 있다. 트리 분할에 의한 구조 식별을 수행한 후 결정된 각 트리 영역의 중심을 클러스터로 하여 규칙과 소속함수를 생성하고 수치적인 데이터로부터 뉴로-퍼지 시스템을 통하여 역전파 알고리즘과 순환적인 최소자승법을 이용한 하이브리드 파라미터 학습방법으로 전제부 및 결론부 파라미터들을 미세하게 조정한다. 시뮬레이션 결과 합리적인 분할에 의한 적은 규칙의 수로 원하는 시스템의 성능을 보이고 있음을 알 수 있다.

연구과제로서 트리분할의 수와 각 결정트리에 적당한 소속함수의 폭을 최적에 가깝도록 수행하기 위해서 유전알고리즘과의 결합에 관한 연구가 필요하다.

[참 고 문 헌]

[1] M.Sugeno, T.yasukawa, " A Fuzzy - logic based Approach to Qualitative Modeling." IEEE Trans. Fuzzy Systems. Vol.1 No.1 pp.7-31. 1993.

[2] J.S.R. Jang, "ANFIS : Adaptive-Network based Fuzzy Inference System." IEEE Trans. System Man Cybern. Vol.23 No.3 pp.665-685, 1993.

[3] L.Breiman, J.H. Fredman, R.A. Olshen, and C.J.Stone. "classification and Regression Trees." Wadsworth, Inc.,Belmont, California,1984.

[4] J.S.R. Jang, "Structure Determination in Fuzzy Modeling : A Fuzzy CART Approach." Proc. of IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 1994

[5] Li-Xin Wang, J.M.Mendel, "Generating Fuzzy Rules by Learning from Examples." IEEE Trans. System Man Cybern, Vol.22. No.6 pp.1414-1427, 1992.

[6] S.G.Kong, B.Kosko, "Comparison of fuzzy and neural truck backer upper control system."
in PROC. IJCNN-90, vol.3, pp.349-358, 1990.