

유압구동기를 채용한 로봇 매니플레이터에 대한 강인제어기 설계

박광석*, 황동환**

* 지니텍 주식회사 **충남대학교 전자공학과

A Robust Controller Design for Robot Manipulators with Hydraulic Actuator Dynamics

Gwang-Seok Park*, Dong-Hwan Hwang**

* Genitech Co., Ltd. **Chungnam National University Electronics Engineering

Abstract - In this paper, a robust controller is proposed to achieve the accurate tracking for uncertain robot manipulators with hydraulic actuator dynamics. The parameter uncertainty can be quantified by the linear parameterization technique. A switching controller is proposed to guarantee the global asymptotic stability of the plant. In order to eliminate the chattering caused by the switching controller, a smoothing controller is proposed using the boundary layer technique around the sliding surface. It is shown that the smoothing controller guarantees the uniform ultimate boundedness of the tracking error. The proposed controller shows good better tracking performance.

1. 서 론

유압 구동기는 유체의 이동시 발생하는 힘을 이용하는 비선형 구동기로서, 큰 힘을 필요로 하는 로봇 매니플레이터의 구동기로 많이 쓰이고 있다. 로봇 매니플레이터의 제어기를 설계할 때 대부분의 경우, 구동기의 동특성이 로봇 매니플레이터의 동특성에 비하여 매우 빠르다는 가정 하에 구동기의 동특성을 무시하고 로봇 매니플레이터의 동특성만을 고려하여 제어기를 설계한다. 강한 비선형 특성을 가진 유압 구동기의 경우에는 구동기의 동특성이 전체 제어 시스템의 성능에 현저한 영향을 미치므로, 제어기 설계시 이에 대한 고려가 필요하다.

일반적으로 제어기는 공칭 파라미터값을 가지는 동특성 방정식을 기준으로 설계 된다. 그러나 환경변화등에 의해 플랜트 파라메타에의 불확실성(Uncertainty)이 존재하게 되며, 플랜트 파라메타의 불확실성을 고려하지 않고 설계한 제어기는 원하는 성능을 보장할 수 없게된다.

본 논문에서는 유압 구동기의 동특성을 고려한 로봇 매니플레이터를 대상으로, 슬라이딩 모드(Sliding Mode) 기법[1-3] 및 선형파라미터화 (Linear Parameterization)[2, 3]를 도입하여 빠른 추종성을 보장하는 강인제어기를 제안하였다. 제안한 제어기의 유효성은 컴퓨터 모의 실험을 통하여 보여주었다.

본 논문에서 사용하는 벡터(Vector) 및 행렬(Matrix)의 놈(Norm)은 다음과 같이 정의한다.

$$\|x\| = \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right)^{1/2}, \quad x \in R^n \quad (1)$$

$$\|X\| = \max \left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |x_{ij}| \right\}, \quad X \in R^{n \times m} \quad (2)$$

2. 문 제 제 기

n축 로봇 매니플레이터에 대한 Lagrange-Euler 동특성 방정식은 다음과 같다[4].

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (3)$$

여기서, $M(q) \in R^{n \times n}$ 은 관성 모멘트(Moment of Inertia)를 나타내는 대칭 양정행 행렬(Symmetric Positive Definite Matrix)이고, $C(q, \dot{q})\dot{q} \in R^n$ 는 코리올리스(Coriolis) 및 구

심토크(Centripetal Torque) 벡터이며, $G(q) \in R^n$ 는 중력 벡터이다. 그리고 $q \in R^n$ 은 로봇 매니플레이터 관절의 각위치(Angular Position)를 나타내는 벡터이다.

유압 구동기에 대한 동특성 모델은 다음과 같다[5].

$$\dot{\tau} + a\tau + b\theta_m = dx_v \quad (4)$$

여기서, $a = 4\beta_e C_m / V_a$, $b = 4\beta_e D_m^2 / V_a$, $d = caK_N \sqrt{\tau_s - (x_v / |x_v|)\tau}$, $c = 4\beta_e \sqrt{D_m} / V_a$ 이고, x_v , aK_f , D_m , θ_m , C_m , V_a , β_e , τ_s , τ 는 각각 밸브 간격 (Valve Opening Displacement), 밸브 구동 이득, 회전부의 부피변위 (Volumetric Displacement of Motor), 회전축의 각위치 (Angular Position of Motor), 회전부의 총 누유계수 (Total Leakage Coefficient of Motor), 회전부 챔버의 평균 부피 (Average Volume of Motor Chamber), 체적 탄성계수 (Bulk Modules), 공급 토크 (Supplied Torque), 부하 토크 (Load Torque)이다. (4)식에서 계수 a, b, c는 유압 구동기의 제원과 관련된 상수인데, 계수 d는 입력 x_v 와 τ 의 함수로 표현되는 비선형 함수이다.

유압 구동기로 구동되는 다관절 로봇 매니플레이터에서, 유압 구동기의 회전각 θ_m 과 로봇 관절의 회전각 q 사이에는 $\theta_m = Nq$ 과 같은 관계라고 하자. 이때, N은 기어비이다. (4)식으로 부터 n개의 유압 구동기로 이루어진 구동 시스템은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\tau + A\tau + B\theta_m = D \cdot x_v \quad (5)$$

여기서, $(A = \text{diag}(a_i) \in R^{n \times n})$, $B = \text{diag}(b_i) \in R^{n \times n}$, $D = \text{diag}(d_i) \in R^{n \times n}$, $\tau, \tau_s, \theta_m, x_v \in R^n$ 이고 a_i, b_i, d_i 는 i번째 링크에서의 a, b, d ($i = 1, 2, \dots, n$)를 나타낸다.

(3)식, (4)식 및 (5)식의 시간 미분식을 (5)식에 대입하면

$$D \cdot \dot{x}_v = M(q)\ddot{q} + E(q, \dot{q})\dot{q} + F(q, \dot{q}, \ddot{q})\ddot{q} + H(q, \dot{q}) \quad (6)$$

가 성립한다. 여기서, $M(q), E(q, \dot{q}), F(q, \dot{q}, \ddot{q}) \in R^{n \times n}$, $H(q, \dot{q}) \in R^n$ 이고 각각의 항은 $E(q, \dot{q}) = M' + C + AM$, $F(q, \dot{q}, \ddot{q}) = C' + AC + BN$, $H(q, \dot{q}) = G' + AG$ 로 정의 한다. (6)식을 선형파라메타화 하면 다음과 같다.

$$Du = M(q)\ddot{q} + Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta \quad (7)$$

여기서, u 는 플랜트 입력 벡터 x_v 를 나타내며, $Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \in R^{n \times p}$ 는 q, \dot{q}, \ddot{q} 의 함수인 행렬이고, $\theta \in R^p$ 는 플랜트 파라메타만으로 이루어진 벡터이다. 본 논문에서는 기존의 연구[1 - 3]에서와는 달리 플랜트 모델 전체를 선형파라메타화하지 않고 (7)식에서와 같이 일부분만을 선형파라메타화 하였다.

[주 1] (6)식 전체를 선형파라메타화 할 경우 Y 행렬이 $q, \dot{q}, \ddot{q}, \ddot{q}$ 의 함수인 행렬이 되지만 일부분을 선형 파라메타화 하면 Y 행렬이 q, \dot{q}, \ddot{q} 만의 함수가 되어 제어기 구성시 알아야하는 상태변수의 갯수를 1개 줄일 수가 있다.

불확실성이 없는 공칭 파라메타를 가지는 플랜트 모델은 아래 (8)식으로 둔다

$$D_0 u = M_0(q)q'' + Y(q, \dot{q}, q'')\phi_0 \quad (8)$$

여기서 아래 첨자 '0'는 공칭 파라미터를 표시한다.

(3)식 및 (4)식에서의 플랜트 파라미터들이 유계되어 있다면, 다음의 식들을 만족하는 ρ, δ, m_1 및 m_2 가 존재한다고 가정 할 수 있다.

$$\|\Phi_0 - \Phi\| = |\bar{\Phi}| \leq \rho, (\rho \in R | \rho \geq 0) \quad (9)$$

$$m_1 \leq \|M(q)^{-1}\| \leq m_2, (m_1, m_2 \in R | m_1, m_2 > 0) \quad (10)$$

$$D = (I + \Delta)D_0, \quad \|\Delta\| \leq \delta (\delta \in R | \delta \geq 0) \quad (11)$$

본 논문에서는 구동기의 동특성이 포함된 불확실한 비선형 시스템인 (7)식을 대상으로 강인제어기를 설계하고자 한다. 이때, 플랜트 파라미터들은 공칭값을 기준으로 유계 되었다고 하고 가정 (9)식 - (11)식이 성립한다고 하자.

3. 강인제어기 설계

3.1 스위칭 제어기

기준 궤적(Desired Trajectory)을 $q_d \in R^n$ 이라 하고 기준궤적 추종오차와 슬라이딩 함수(Sliding Function), $s \in R^n$, 를 다음과 같이 정의 한다.

$$\tilde{q} = q - q_d, \quad \dot{\tilde{q}} = \dot{q} - \dot{q}_d, \quad \ddot{\tilde{q}} = \ddot{q} - \ddot{q}_d \quad (12)$$

$$s = \ddot{\tilde{q}} + 2\Lambda \dot{\tilde{q}} + \Lambda^2 \tilde{q} = \left(\frac{d}{dt} + \Lambda\right)^2 \tilde{q} \quad (13)$$

여기서, $\Lambda = \text{diag}[\lambda_i] \in R^{n \times n}$ 는 상수 이득(Constant Gain) 행렬로서 양한정 행렬이다. 기준궤적 추종오차가 슬라이딩 평면 도달 후 평면을 벗어나지 않을 조건은 슬라이딩 함수의 시간 미분치가 영인 $\dot{s} = 0$ 이다. 공칭 플랜트 (8)식에 대해 $s = 0$ 을 만족시키는 공칭 제어 입력(Nominal Control Input) u_0 는 (8)식과 (13)식으로부터 아래와 같이 구할 수 있다.

$$u_0 = D_0(Y\Phi_0 + M_0 a) \quad (14)$$

[정리 1] : 아래 (15)식과 같은 제어기는 (7)식으로 표현되는 플랜트에서 (13)식으로 정의되는 슬라이딩 함수 s 에 대해 전대역 점근적 안정성을 보장한다.

$$u = \begin{cases} u_0 - K \frac{s}{\|s\|}, & \|s\| \neq 0 \\ u_0, & \|s\| = 0 \end{cases} \quad (15)$$

여기서, $u_0 = D_0^{-1}(Y\Phi_0 + M_0 a)$, $K = D_0^{-1}k$, $k = k_a \|Y\| + k_b \|a\| + k_c$, $k_a = (m_2 \delta \| \Phi_0 \| + m_2 \rho) / l$, $k_b = (m_2 \| M_0 \| + m_2 \delta \| M_0 \| + 1) / l$, $l = m_1 - m_2 \delta > 0$, $k_c > 0$ 이다.

증명 : Lyapunov 안정도 해석법을 이용하여 증명이 가능하다. 여기서는 증명을 생략한다. ■

3.2 평활화 제어기

(15)식과 같은 스위칭 제어기 적용시 발생하는 채터링 현상을 억제하기 위해서 평활화 제어기를 제안한다. 평활화 제어기는 스위칭 제어기가 슬라이딩 함수 s 에 대해 전대역 점근적 안정성을 보장하는 것과는 달리 s 가 유한 시간 내에 유한 범위로 유계됨을 보장한다.

[정리 2] : x 를 임의의 동적 시스템(Dynamic System)의 상태(State) 벡터라 할 때, D 를 영역($x \in R^n | \|x\| \leq r$)으로 정의하고, $V(\cdot) : D \rightarrow R$ 은 ($x \in D | \|x\| \geq \mu > 0$)인 모든 x 에 대해

$$W_1(x) \leq V(x) \leq W_2(x), \quad \forall t \geq 0 \quad (16)$$

$$V(x) \leq -W_3(x), \quad \forall t \geq 0$$

을 만족하는 연속이고 미분 가능한 함수라고 하자. 여기서 W_1, W_2, W_3 는 D 영역 내에서 정의되는 class K 함수이다.

만약 양의 상수 k_1, k_2, k_3, c 에 대해

$$W_1(x) \geq k_1 \|x\|^c, \quad W_2(x) \leq k_2 \|x\|^c, \quad W_3(x) \geq k_3 \|x\|^c \quad (17)$$

을 만족하는 함수 W_1, W_2, W_3 가 존재하고, $\mu < r(k_1/k_2)^{1/c}$

$\|x(t_0)\| < r(k_1/k_2)^{1/c}$ 가 성립한다면, 모든 t 에 대해, 시스템의 상태가

$$\|x(t)\| \leq \omega(\|x(t_0)\|, t - t_0), \quad \forall t_0 \leq t < t_1 \quad (18)$$

$$\|x(t)\| \leq \mu (k_2/k_1)^{1/c}, \quad \forall t \geq t_1$$

가 되는 유한 시간 $t_1(x(t_0), \mu)$ 과 class KL 함수 $\omega(\|x(t_0)\|, t - t_0)$ 가 존재한다. 여기서,

$$\omega(\|x(t_0)\|, t - t_0) = k \|x(t_0)\| e^{-\gamma(t-t_0)}, \quad k = (k_2/k_1)^{1/c}, \quad \gamma = k_3/(k_2 c), \quad \text{이다.}$$

증명 : 자세한 증명은 참고문헌 [10]에서 볼 수 있다. ■

[정리 3] : 아래 (19)식과 같은 제어 법칙은 (7)식으로 표현되는 플랜트에서 (13)식으로 정의되는 슬라이딩 함수 s 에 대해 Uniform Ultimate Boundedness를 보장한다.

$$u = \begin{cases} u_0 - K \frac{s}{\|s\|}, & (\|s\| > \epsilon) \\ u_0 - K \frac{s}{\epsilon}, & (\|s\| \leq \epsilon) \end{cases} \quad (19)$$

여기서, $u_0 = D_0^{-1}(Y\Phi_0 + M_0 a)$, $K = D_0^{-1}k$,

$$k = k_a \|Y\| + k_b \|a\| + k_c, \quad k_a = (m_2 \delta \| \Phi_0 \| + m_2 \rho) / l,$$

$$k_b = (m_2 \| M_0 \| + m_2 \delta \| M_0 \| + 1) / l, \quad k_c > 0,$$

$$l = m_1 - m_2 \delta > 0 \quad \text{이다.}$$

증명 : 정리 1과 정리 2를 이용하여 증명이 가능하다. 여기서는 증명을 생략한다. ■

[주 2] (15)식과 (19)식에는 $l = m_1 - m_2 \delta > 0$ 인 조건이 포함되어 있다. 이 조건을 다시 쓰면 $m_1/m_2 > \delta$ 가 된다. 여기서 만약 플랜트 파라미터의 불확실성이 증가한다면 m_1/m_2 는 감소하고 δ 는 증가하게 된다. 그러므로 플랜트 파라미터의 불확실성이 너무 클 경우에는 $m_1/m_2 \leq \delta$, $l \leq 0$ 가 되어, 슬라이딩 함수 s 에 대해 전대역 점근적 안정성과 Uniform Ultimate Boundedness를 보장 할 수 없게 된다.

[주 3] (15)식과 (19)식은 공칭 제어 입력 u_0 와 제어기 이득 k_a, k_b 및 k_c 등으로 구성된다. 공칭 제어 입력에 대한 정의식 $u_0 = D_0(Y\Phi_0 + M_0 a)$ 을 살펴보면, u_0 는 공칭 플랜트인 (8)식을 대상으로 하는 궤환선형화에 의한 제어 법칙(Control Law)과 유사함을 알 수 있다. 그리고, 제어기 이득(Gain) K 는 불확실성을 보상해 주는 역할을 한다.

[주 4] (15)식의 제어기 이득 K 는 기존의 연구결과들[1-3]과 같이 상태 변수 q, \dot{q}, \ddot{q} 의 함수이다.

4. 모 의 실험

4.1. 플랜트 모델

유압구동기를 사용하는 2관절 로봇 매니퓰레이터의 구동기의 동특성을 고려한 모델은 아래 (20)식과 같다[6, 7]. 공칭 제원을 기준으로 플랜트 파라미터의 불확실성을 30%로 설정하였다.

$$D \cdot x_c = M(q)q'' + E(q, \dot{q})q' + F(q, \dot{q}, q'')q' + H(q, \dot{q}) \quad (20)$$

$$(M(q), E(q, \dot{q}), F(q, \dot{q}, q'') \in R^{2 \times 2}, H(q, \dot{q}) \in R^2)$$

(20)식을 선형화파라미터화 하던 다음과 같다

$$Du = M(q)q'' + Y(q, \dot{q}, q'')\phi \quad (21)$$

$$(Y(q, \dot{q}, q'') \in R^{2 \times 9}, \phi \in R^9)$$

로봇 관절에 대한 플랜트 기준 궤적을 다음의 (22)식과 같이 설정하였다.

$$q_d''''(t) + 33q_d'''(t) + 400q_d''(t) + 2100q_d'(t) + 4000q_d(t) = 4000u_s \quad (22)$$

$$(q_d(0) = \dot{q}_d(0) = \ddot{q}_d(0) = q_d'''(0) = 0)$$

여기서, u_s 는 단위 계단 함수(Unit Step Function)이다. 그림 1은 기준 궤적 q_d 를 보여준다.

4.2. 모 의 실험 결과

그림 2는 30% 불확실성을 가진 플랜트에 대한 스위칭

제어기 모의 실험 결과를 보여준다. 제어기 이득 k_c 는 40으로 설정을 하였으며, 슬라이딩 함수 s 의 게인 행렬 Λ 는 $10I$ 로 두었다. 그림 2 (a), (b)에서 보는 바와 같이 채터링을 가지지만 기준 궤적에 대한 추종 오차가 모두 영에 수렴하고 있음을 알 수 있다. 그림 2 (c), (d)는 이때의 입력을 보여주고 있다.

그림 3은 30% 불확실성 플랜트에 대한 평활화 제어기 모의 실험 결과를 보여준다. 제어기 이득 k_c 는 1×10^9 로 설정하였고, 슬라이딩 함수 s 의 게인 행렬 Λ 는 $10I$ 로 설정하였으며, ε 은 40으로 설정하였다. 평활화 제어기의 기준 궤적에 대한 추종 오차는 그림 3 (a), (b)에서 보는 바와 같이 1번째 관절과 2번째 관절에서 최고 추종 오차는 각각 약 7×10^{-6} , 5.5×10^{-6} 값을 가지며, 약 2초 이후부터는 추종 오차가 각각 0.1×10^{-6} , 0.5×10^{-6} 의 범위로 유계됨을 알 수 있다. 또한 스위칭 제어기에 의한 플랜트 입력인 그림 2 (c), (d)에서와는 달리 평활화 제어기에 의한 플랜트 입력인 그림 3 (c)로부터 채터링이 발생하지 않음을 알 수 있으며, 1번째 관절과 2번째 관절에 대한 최고 입력은 각각 $20[\mu m]$, $19.5[\mu m]$ 임을 알 수 있다. 정상 상태 플랜트 입력은 그림 3 (d)에서 각각 $0.5 \times 10^{-4}[\mu m]$, $-0.15 \times 10^{-4}[\mu m]$ 임을 알 수 있다

5. 결론 및 추후 과제

본 논문에서는 구동기의 동특성을 고려한 로봇 매니퓰레이터를 대상으로 정밀한 추종성이 보장되는 강인제어를 제안하고 유효성을 보여주었다.

동특성 모델을 선형 파라미터화하여 불확실성 정도를 수치화 가능토록 하였는데, 2차계 플랜트의 동특성만을 대상으로 하는 기존의 연구들에서와는 달리 플랜트 모델의 일부분만을 선형파라미터화 하였다. 슬라이딩 함수 s 를 정의하고, 시간이 증가함에 따라 슬라이딩 함수 s 의 크기가 영에 수렴함을 리아프노프 안정도 해석법을 이용하여 보임으로써 플랜트의 추종오차에 대한 전대역 점근적 안정성이 보장되는 스위칭 제어를 제안하였다. 스위칭 제어기에 의해서 발생하는 채터링을 제거하기 위해 슬라이딩 표면 부근에 경계층을 설정하는 기법을 이용하여 플랜트의 기준 궤적 추종 오차가 특정 시간 내에 특정 범위 내로 유계(Uniform Ultimate Boundedness)됨이 보장되는 평활화 제어를 제안하였다. 모의 실험 결과 스위칭 제어기의 경우 채터링이 발생하였으나 추종 오차는 매우 작은 값을 가지고 영에 수렴함을 볼 수 있었다. 평활화 제어기에 대한 모의 실험 결과로부터 짧은 시간 내에 플랜트의 추종 오차가 특정 오차범위내로 유계됨을 알 수 있었고, 또한 스위칭 제어기에서 발생하는 채터링이 제거되었음을 확인하였다.

주 4에서 언급한 바와 같이 본 논문에서 제안한 강인제어기는 플랜트 상태 변수가 발산하지 않는다는 가정 하에 성립하므로, 추후 이러한 가정을 완화시킬 수 있는 이론적인 연구가 필요하리라 생각된다. 그리고, 실제 시스템을 대상으로 하는 실험을 통한 본 논문에서 제안한 제어기의 성능 평가와 아울러, 많은 계산 수행을 필요로 하는 비선형 제어기의 실시간 구현에 관한 연구 또한 추후 수행되어야 할 과제이다.

(참고 문헌)

- [1] J. J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1991.
- [2] J. J. E. Slotine and W. Li, "On the Adaptive Control of Robot Manipulators", *Int. J. Robot. Res.*, Vol. 6, No. 3, Fall 1987, pp. 49 - 59.
- [3] M. W. Spong, "On the Robust Control of Robot Manipulators", *IEEE Tran. Auto. Contr.*, Vol. 37, No.11, Nov. 1992, pp. 1782 - 1786.
- [4] F. L Lewis, C. T. Abdallah and D. M. Dawson, *Control of Robot Manipulators*, Macmillan, NY, USA, 1993.
- [5] H. E. Merritt, *Hydraulic Control Systems*, John Wiley & Sons,

- NY, USA, 1967
- [6] "휴먼로봇 시스템 개발 연차 보고서", KIST, BSV00050-003-5, 1995.
- [7] "유압구동기를 채용한 로봇 매니퓰레이터에 대한 강인제어기 설계", '98 제어제측-자동화-로보틱스 연구회 합동학술발표회, Mar. 1998, pp. 320 - 323

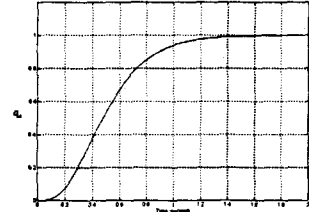
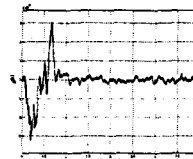
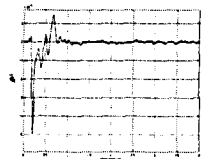


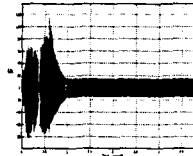
그림 1. 기준 궤적



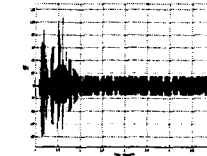
(a) 1번 관절 추종오차 [rad]



(b) 2번 관절 추종오차 (rad)

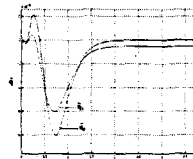


(c) 1번 관절 입력 (μm)



(d) 2번 관절 입력 (μm)

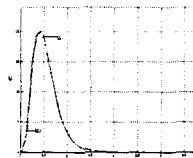
그림 2. 스위칭 제어기 모의 실험 결과



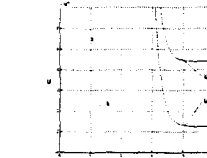
(a) 추종오차 (rad)



(b) 정상 상태 추종오차 (rad)



(c) 입력 [μm]



(d) 정상 상태 입력 [μm]

그림 3. 평활화 제어기 모의 실험 결과