

## 적용 퍼지를 이용한 도립진자의 제어

홍 대승 . 유 창완 . 고 재호 . 임 화영

광운대학교 제어계측공학과

## Control of Inverted Pendulum Using Adaptive Fuzzy System.

Hong Dae-Seung . Ryu Chang-Wan . Ko Jae-Ho . Yim Wha-Yeong

Dept. of Control & Inst. Eng. Kwangwoon Univ.

**Abstract** - Fuzzy controller design consists of intuition, and any other information about how to control system, into a set of rules. If the parameters of membership function in premise part and consequent part are set adequately, the controller designed can control plant well. But, if the parameters of function are set inadequately, the controller can't control well. So we must modify parameters using adaptive learning procedure. In this paper, we design adaptive fuzzy controller, and then verify its robustness.

### 1. 서 론

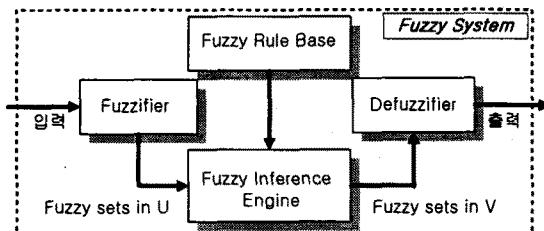
퍼지 제어 시스템은 일반적으로 모델이 복잡하거나 비선형 등으로 복잡한 시스템에 경험이나 직관에 의해 규칙을 언어 변수로 표현할 수 있으며 제어 대상 시스템의 수학적 모델링이 필요하지 않는다는 이유로 간단히 적용할 수 있는 장점이 있으나, 플랜트 출력 값이 좋지 않을 경우 제어기를 다시 설계하는 단점이 있다. 그러나 적용 퍼지제어 기법은 평가함수를 통해 제어기를 다시 설계하지 않고 출력 값의 오차가 최소를 최소로 변화시켜 좋은 결과를 얻을 수 있는 장점이 있다. 본 논문에서는 균형 및 각도제어기로 구성된 퍼지 논리 제어기를 설계하고 적용 기법으로 얻어진 향상된 성능을 평가하기 위해 도립진자를 이용하였다.

### 2. 본 론

고전 제어에서는 프로세스를 수학적으로 모델링하여 그 모델을 해석하여 제어를 하였으나, 복잡한 플랜트일수록 수식 표현의 어려움이 있었다. 따라서 근래에는 인간의 경험, 전문가의 지식을 기반으로 하여 플랜트를 제어하려는 연구가 활발하게 진행되고 있다.

#### 2.1 퍼지 시스템

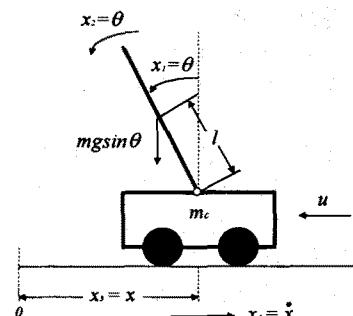
퍼지 시스템은 [그림 I.]에서 보인 바와 같이 정량적인 입력을 퍼지화하는 퍼지화기(Fuzzifier), 퍼지입력을 추론하는 추론 엔진(Inference Engine), 추론 과정에서 이용되는 규칙 기반(Rule Base), 규칙 기반을 구성하는 IF-THEN 규칙, 퍼지출력을 정량적인 값으로 바꿔주는 비퍼지화기(Defuzzifier)로 나누어진다. 퍼지화기, 추론엔진, 비퍼지화기는 여러 종류가 있지만 Singleton 퍼지화기, Product 추론엔진, Center Average 비퍼지화기를 보편적으로 이용한다.



[그림 I.] 퍼지 시스템

### 2.2 도립진자 시스템

도립진자의 제어 목적은 진자가 도립된 상태에서 원하는 위치에 놓이도록 하는데 있다. 도립진자 제어 시스템은 비선형 시스템의 전형적인 예로서 제어 이론의 성능을 평가하는 플랜트로 많이 이용되고 있다.



[그림 II.] 도립 진자 시스템

시스템의 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin x_1 + \cos x_1 \left( \frac{-u - m l x_2^2 \sin x_1}{m_c + m} \right)}{\left( \frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)}, \\ \dot{x}_3 &= x_4, \\ \dot{x}_4 &= \frac{u + ml(x_2^2 \sin x_1 - \dot{x}_2 \cos x_1)}{m_c + m}\end{aligned}$$

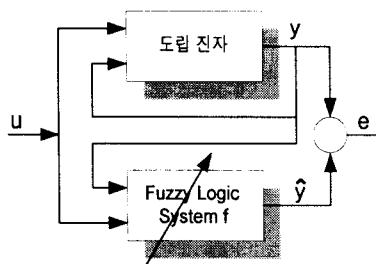
아래의 [표 I]은 시스템 상태변수들을 나타냈다.

기호	단위	의미
$x_1$	θ [degree]	진자의 각도
$x_2$	θ [degree/sec]	진자의 각속도
$x_3$	x [cm]	수레의 거리
$x_4$	dot{x} [cm/sec]	수레의 속도
$u$	[Newton]	제어기 출력
$m$	0.1 [kg]	진자의 질량
$g$	9.81 [m/sec]	중력 가속도
$m_c$	1 [kg]	수레의 질량
$l$	0.3 [m]	진자길이의 반

[표 I.] 상태변수와 시스템 파라미터

### 2.3 적응 퍼지 제어기 설계

본 논문에서 제안한 적응 퍼지 제어기는 균형(Balancing) 및 거리(Distance) 제어기(controller)로 구성되어 있다. 거리 제어기는 수레의 현재의 거리에서 기준거리를 뺀 차이와 속도를 입력으로 받아서 수레의 거리오차를 0로 만들고, 동시에 균형 제어기는 현재의 각도에서 기준 각도를 뺀 차이와 각속도를 입력으로 받아 진자의 각도 오차를 0으로 만드는 출력  $u$ 를 만든다. 그때의 오차 값을 계산하여 최적의 제어기 출력  $u$ 를 얻을 수 있다. 전체 블록도는 다음과 같다.



[그림 III.] 적응 퍼지 제어 시스템

#### 2.3.1 IF-THEN 규칙 베이스

적응 퍼지 제어시스템을 구성하기 위해서는 우선 상태변수와 출력변수를 정해야 하는데 상태변수로는 진자의 각도와 각속도, 수레의 원점으로부터의 거리와 속도로 정하였고, 출력변수는 프로세스로 들어가는 입력  $u$ 로 정하였다. 정의된 입력변수는

샘플링 시간마다 퍼지규칙에 의하여 제어기의 출력을 결정하게 된다. 균형과 거리 제어기에 관한 IF-THEN 규칙은 다음과 같이 16가지의 규칙으로 구성하였다.

IF  $x_1$  is  $A_1$ , and ...  $x_4$  is  $D_i$ , THEN  $u_1$  is  $F_1$

IF  $x_1$  is  $A_1$ , and ...  $x_4$  is  $D_i$ , THEN  $u_2$  is  $F_2$

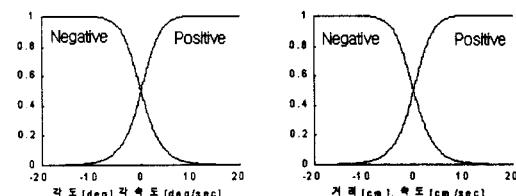
⋮

IF  $x_1$  is  $A_1$ , and ...  $x_4$  is  $D_i$ , THEN  $u_{16}$  is  $F_{16}$

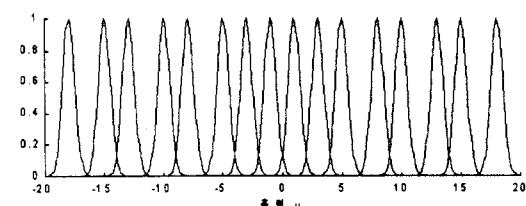
여기서  $A_i$ ,  $D_i$ ,  $F_i$ 는 각각에 대한 퍼지집합이다. 그 퍼지집합들은 아래의 소속함수로 잘 표현되어 있다.

#### 2.3.2 소속함수(Membership Function)

각각의 상태 변수에 대한 소속 함수는 2부분으로 나누어 [그림 IV]와 같이 정의하였다. 그리고 결론부 소속 함수는 [그림 V]와 같이 16부분으로 나누어 정의하였다.



[그림 IV] 조건부 소속 함수



[그림 V] 결론부 소속 함수

#### 2.3.3 적응 퍼지 제어기

Center Average 비퍼지화기, Product 추론 엔진, Singleton 퍼지화기를 이용하여 제어기에 관한 출력  $u$ 와, 오차 함수  $J_p$ 를 정의하면 다음과 같다.

$$u = \frac{\sum_{i=1}^M y^{-1} \left( \prod_{j=1}^n \mu_{A_j}(x_j) \right)}{\sum_{i=1}^M \left( \prod_{j=1}^n \mu_{A_j}(x_j) \right)}$$

$$J_p = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^p [\theta_j + x_j + u_j]^2$$

여기서,

$$\mu_A = \frac{1}{1 + \exp[-a(x - c)]}$$

$\theta_j$  = 각도 오차,

$x_j$  = 거리 오차,

$u_j$  = 제어기 출력 오차이다.

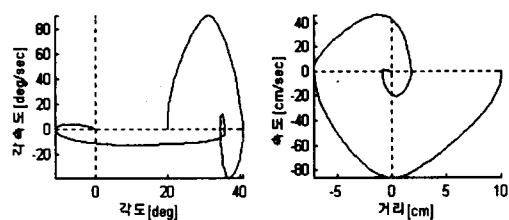
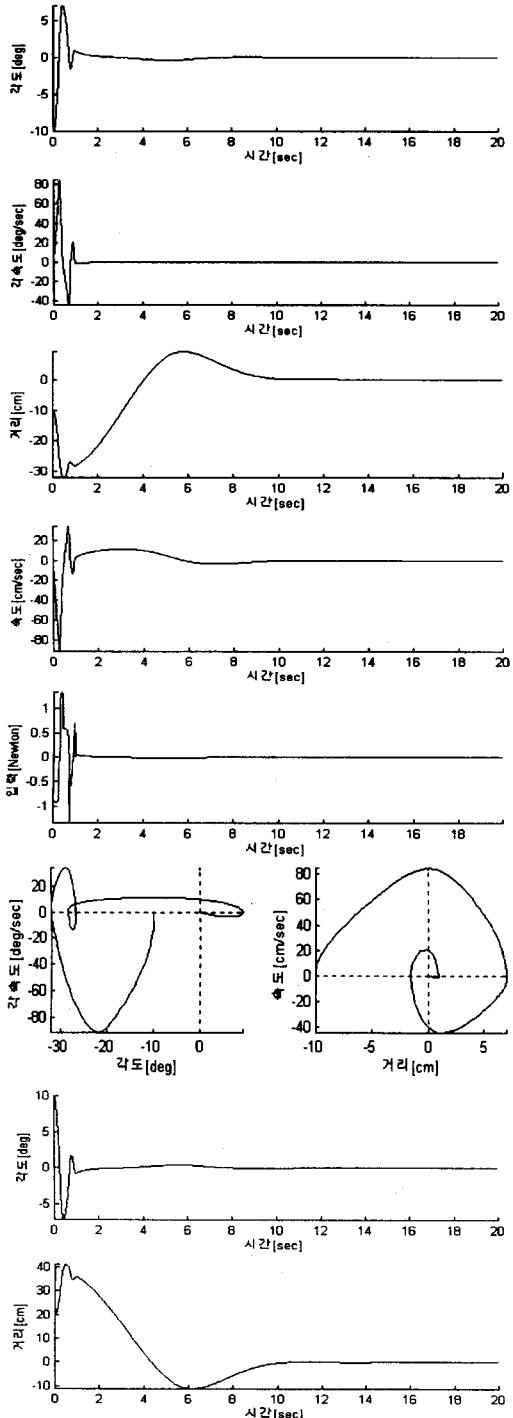
적응 퍼지제어기는 최급 강하(Gradient Descent)

알고리즘을 이용하여 오차함수를 최소로 보낼 수 있는 각 속도함수의 파라미터를 최적화하고, 좋은 제어기 출력을 구할 수 있다.

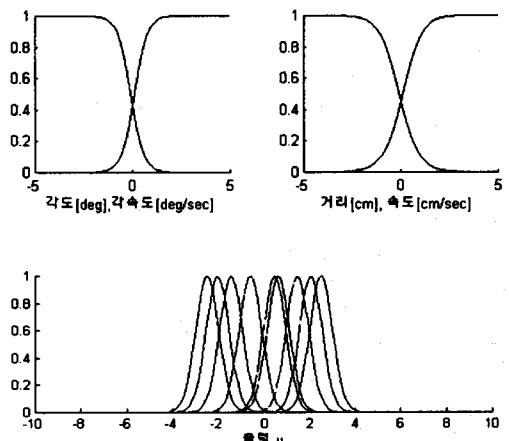
## 2.4 시뮬레이션 결과

다음은 초기조건에 대한 시뮬레이션 결과이다.

	$\theta$	$\dot{\theta}$	$x$	$\dot{x}$
조건 1	-10[deg]	0[deg/s]	-10[cm]	0[cm/s]
조건 2	10[deg]	0[deg/s]	20[cm]	0[cm/s]



[그림 VI] 시뮬레이션 결과



[그림 VII] 오차를 줄인 소속함수의 변화

## 3. 결 론

본 논문에서는 전문가적 견지에서 퍼지제어기를 설계하여 도립진자를 제어할 수 있음을 보았고, 플랜트 출력값의 오차를 평가함수를 이용하여 소속함수의 파라미터를 변경하여 도립진자가 적응적으로 제어되는 것을 알아 보았다. 추후 과제로는 적응 알고리즘의 변화 속도가 너무 늦은 관계로 다른 알고리즘과의 결합으로 적응 속도를 빠르게 하는 것에 대한 연구가 필요하다.

## (참 고 문 현)

- [1] Li-Xin Wang, "A Course in Fuzzy and Control", Prentice-Hall, 1997
- [2] Li-Xin Wang, "Adaptive Fuzzy Systems and Control : Design and Stability Analysis", Prentice-Hall, 1994
- [3] D. Driankov, H. Hellendoorn, M. Reinfrank, "An Introduction to Fuzzy Control", Springer, 1993
- [4] J.-S. R. Jang, "Neuro-Fuzzy and Soft Computing : A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence", Prentice-Hall, 1997