

## 개선된 Ziegler-Nichols 동조에 의한 규칙기반 PID제어기 설계

이원혁, 최정내, 김진권, 황형수  
원광대학교 제어계측공학과

### Rule-based controller by Modified Ziegler-Nichols tuning

Won Hyok Lee, Jeong Nae Choi, Jin Kwon Kim, Hyung Soo Hwang  
Dept. of Control & Instrumentation Engineering, Wonkwang Univ.

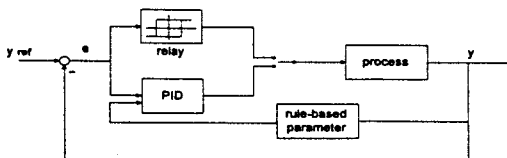
**Abstract** - The Ziegler-Nichols parameter tuning has been widely known as a fairly heuristic method to good determine setting of PID controllers, for a wide range of common industrial processes.

We extract process knowledge required for rule base controller through tuning experiment and simulation study, such as set point weighting and normalised gain and dead time of process. In this paper, we presents a rule base PID controller by extracted process knowledge and the modified Ziegler-Nichols tuning. Computer simulation are provided demonstrate the feasibility of this approach.

#### 1. 서 론

PID제어기는 간단한 선형 시스템에서 매우 효과적이고 편리하지만, 비선형 시스템, 고차 시스템이나, 수학적으로 쉽게 정의할 수 없는 시스템을 제어하기 위해서는 효과적이지 못하다. 그럼에도 PID 제어기는 구조가 간단하여 구현이 용이하고 동작조건이 범위가 넓더라도 견실한 성능을 가지기 때문에 산업공정에서 가장 많이 사용하고 있다. 이 PID제어기의 비례이득, 적분상수, 미분상수의 파라미터들을 결정하기 위해 제어기의 현상 운전자의 많은 경험을 기초로한, 경험적인 방법으로서 Ziegler - Nichols 동조법이 널리 알려져있다. 그러나 Ziegler-Nichols 동조법은 너무 간단한 공정 모델을 사용하여 개발되었기 때문에 좋은 동조를 제공하지 못할뿐 아니라, 이 방법은 경험적이며, 수동적이기 때문에, 특히 시정수가 큰 공정에 대해서는 시간이 많이 걸리고 어렵다.

본 논문에서는 설정치에서 나타나는 과도한 overshoot를 개선하기 위하여 설정치에 가중치를 부여하는 Ziegler-Nichols 개선된 동조법을 이용하며, 릴레이 실험을 통하여 모델의 계수, 임계이득 그리고 임계주기를 구한다. 구해진 임계이득과 임계주기 그리고 공정의 정상상태 이득을 통하여 표준화된 공정의 이득을 얻는다. 또한 공정의 개루프 계단응답에서 얻어진 시정수와 낭비 시간을 이용하여 표준화된 낭비시간을 구한다. 이 표준화된 공정의 이득과 표준화된 낭비시간과 설정치의 가중치의 판례를 규칙화한 규칙기반 제어기를 설계하였다. 본 논문에서 제시한 개선된 Ziegler-Nichols 동조법에 의한 규칙기반 제어기는 설정치에서 overshoot를 개선하는 좋은 성능을 보였다.



#### 2. 릴레이 실험을 통한 파라미터 추정

제어기의 파라미터를 동조하는데 있어서 핵심적인 부분은 공정특성의 자동인식이라 할 수 있다. 본 논문에서는 Astrom과 Hagglund가 제안한 릴레이 실험을 통해 파라미터를 결정하는데 다양한 정보를 얻는다.

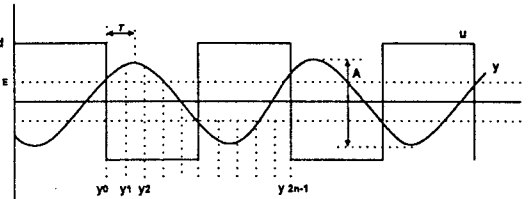
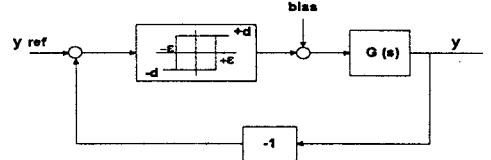


그림 1. 릴레이 제환 및 입출력 신호

##### 2.1 릴레이 실험

릴레이 실험의 기본 개념은 고주파에서 적어도  $\pi$ 의 위상지연을 갖는 시스템은 릴레이 신호를 인가하면 임의의 임계주기를 가지고 발진한다는데 기초한다. 임계이득과 임계주기를 결정하기 위하여 그림 1과 같은 제환 루프에 릴레이가 연결되었고, 그 값은 다음과 같이 나타난다.

$$\text{임계이득} : K_u = 4d / A\pi$$

$$\text{임계주기} : T_w = 2\pi / W_c$$

그림1에서  $d$ 와  $\epsilon$ 는 릴레이 진폭과 히스테리시스 진폭으로 프로세스 동특성에 따라 조정되어야 하며,  $A$ 는 출력 진폭이다. 임계이득과 임계주기는 PID 파라미터 계수와 가중치  $\beta$ 를 구하는데 사용된다.

##### 2.2 릴레이 실험으로부터 모델계수 유도

릴레이 실험에 의한 출력값을 이용하여 모델의 계수를 유도하는 방법은 Astrom과 Hagglund에 의하여 제시되었다. 이 방법의 기본 개념은 안정된 릴레이 실험은 주기적인 입력에 대해 주기적인 발진 출력신호를 갖는다는데 있다. 내용을 간단히 요약하면 다음과 같다.

그림 1에서와 같이 릴레이 출력  $y_0, y_1, y_2$ 를 이용하여 모델계수를 구한다. 먼저 3개의 미지 계수를 갖는 불연속 모델을 식(1)과 같이 선정한다. 모델의 형태는  $r$ 에 의해 결정된다.

$$y(k+1) = ay(k) + b_1 u(k-r+1) + b_2 u(k-r) \quad (1)$$

$$L = (r-1)h + L'$$

단,  $r = \text{deg} A - \text{deg} B$ ,  $h$ 는 샘플링 시간

위 모델 계수는 그림 1의 릴레이 커브값을 이용하여 다음 수식에 의하여 구한다.

$$a = \frac{e_2 - e_3}{e_1 - e_2}$$

$$b_1 = \frac{-e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 - e_1 e_3 + e_1 e_2 - e_2 e_3}{2d(e_1 - e_2)} \quad (2)$$

$$b_2 = \frac{e_1^2 + e_2^2 - e_3^2 - e_1 e_3 - e_1 e_2 + e_2 e_3}{2d(e_1 - e_2)}$$

이때  $e_1, e_2, e_3$ 의 값은  $r$ 의 차수에 의해 다음과 같이 주어진다.

|                  |        |        |        |
|------------------|--------|--------|--------|
| $r \backslash e$ | $e_1$  | $e_2$  | $e_3$  |
| $r$ 이 0일 때       | $y_0$  | $y_1$  | $y_2$  |
| $r$ 이 1일 때       | $y_1$  | $y_2$  | $-y_0$ |
| $r$ 이 2일 때       | $y_2$  | $-y_0$ | $-y_1$ |
| $r$ 이 3일 때       | $-y_0$ | $-y_1$ | $-y_2$ |

위 식으로부터 유도되는 모델계수는 다음과 같다.

$$T = \frac{-h}{\log a}$$

$$L' = T \log \frac{b_1 + b_2 e^{h/T}}{b_1 + b_2} \quad (3)$$

$$L = h(r-1) + L'$$

$$K_p = \frac{b_1 + b_2}{1 + e^{-h/T}}$$

### 3. 제어기 동조

#### 3.1 Ziegler-Nichols 동조

Ziegler-Nichols 동조 법칙은 임계이득  $K_u$ 와 임계주기  $T_u$ 의 경험적 지식을 바탕으로 하며, 다음과 같다.

Table 1. Ziegler-Nichols 동조 법칙

|                   | PID               | PI               |
|-------------------|-------------------|------------------|
| Proportional gain | $k_c = 0.6 K_u$   | $k_c = 0.45 K_u$ |
| Integral time     | $T_i = 0.5 T_u$   | $T_i = 0.85 T_u$ |
| Derivative time   | $T_d = 0.125 T_u$ |                  |

PID 제어기의 일반적인 식은 다음과 같다.

$$u_c = k_c \left( e + \frac{1}{T_i} \int e \, dt - T_d \frac{dy_f}{dt} \right) \quad (4)$$

$$e = y_r - y$$

$$y_f = \frac{1}{1 + s T_d / N} y$$

위 식에서,  $u_c$ 는 제어기 출력이고,  $y$ 는 공정출력,  $y_r$ 는 설정치이다.

식(4)형태의 PID 제어기는 실제적으로 많이 쓰이는 측정치 미분형 PID 알고리즘이다. 측정치 미분 선행형 PID 알고리즘은 급격하게 변하는 설정치에 대해 발생하는 미분 동작의 문제를 해결해 주고, 제어상에 유해한 고조파 노이즈를 제거하는데 효과적이다. 노이즈 필터링 상수  $N$ 은 일반적으로 3~10의 범위에서 사용하는데, 본 논문에서는  $N=10$ 을 사용하였다. 동조 방법을 설명하고 해석하기 위해 다음 공정을 사용하였다.

$$\frac{Y(S)}{U_c(S)} = \frac{e^{-\theta s}}{(1+s)^2} \quad (5)$$

#### 3.2 개선된 Ziegler-Nichols 동조 PID 제어기

Ziegler-Nichols 동조를 사용한 제어 시스템은 일반적으로 공정의 지연 시간에 의해 성능이 변한다. PID 제어기의 경우, 지연시간이 작을 때 응답속도와 감쇠율 면에서 매우 좋은 성능을 갖는다. 그러나 이때 과도한 오버슈트를 발생한다. 따라서, 이때 발생하는 과도한 오버슈트를 개선할 필요성이 있다. 설정치 응답에 대한 과도한 오버슈트를 줄이는 방법중 하나로 이득을 다시 동조하는 방법이 있으나 응답속도를 저하시키는 단점을 가지고 있다. 이러한 단점을 해결하는 대안으로 제어기에 가중치를 주는 새로운 방법이 제시되었다. 이 경우 제어기는 비례기의 설정치 부분에 가중치  $\beta$ 를 더하게 된다. 제어기의 식은 다음과 같이 변형되어 표현된다.

$$u_c = k_c \left( (\beta y_r - y) + \frac{1}{T_i} \int e \, dt - T_d \frac{dy_f}{dt} \right) \quad (6)$$

가중치  $\beta$ 는 페루프상에 영점을 조절하는 의미를 갖게 되어 오버슈트를 개선하게 된다.

#### 4. 공정 특성

여기서 제시되어지는 두 가지 공정 특성인 표준화된 공정 이득과 표준화된 낭비시간은 동적 공정의 폭넓은 특성을 나타낸다. 표준화된 공정 이득  $K$ 는 임계이득  $K_u$ 와 공정의 정상상태 이득  $K_p$ 에 의해서 정의된다.

$$K = K_u K_p \quad (7)$$

표준화된 낭비시간은 개루프 공정의 계단응답으로부터 얻어지는 지연 시간  $\theta_d$ 와 시정수  $T$ 에 의해서 정의된다.

$$\theta = \frac{\theta_d}{T} \quad (8)$$

#### 4.1 가중치 $\beta$ 와 공정 특성과의 관계

개선된 Ziegler-Nichols 동조 제어기의 가중치는 공정 특성에서 제시한 표준화된 공정 이득  $K$ , 표준화된 낭비 시간  $\theta$ 와 경험적 관계를 가진다.

공정이  $2.25 < K < 15$  또는  $0.16 < \theta < 0.57$  범위를 갖는 경우, 가중치가 포함된 개선된 Ziegler-Nichols 동조 방법을 사용하면 과도한 오버슈트를 효과적으로 줄일 수 있다. 이 범위에서 가중치  $\beta$ 와 표준화된 공정 이득의 관계는 다음 수식과 같이 표현된다.

$$\beta = \frac{15 - K}{15 + K} \quad 2.25 < K < 15$$

$K$ 가 큰 값을 갖거나  $\theta$ 가 작은 값을 가질 경우에는 가중치를 주어 오버슈트를 줄일 수 있으며, 정정시간 역시 빨라지게 된다.

$K$ 가 작은 값을 갖거나  $\theta$ 가 큰 값을 가질 경우, 즉 다음과 같은  $1.5 < K < 2.25$  또는  $0.57 < \theta < 0.96$  범위에서는 가중치  $\beta$ 와 적당한 적분시간  $T_i$ 를 계산함으로써 성능을 개선할 수 있다.

$$T_i = 0.5 \mu T_u$$

여기서,  $\mu$ 는 변형된 적분시간의 비율이다.

$$\mu = \frac{4}{9} K \quad 1.5 < K < 2.25$$

$$\beta = \frac{8}{17} \left( \frac{4}{9} K + 1 \right) \quad 1.5 < K < 2.25$$

위 식을 사용하여 응답의 성능을 효과적으로 개선할 수 있다.

## 5. 규칙 기반

### 1) 릴레이 실험

시스템에 릴레이 실험을 통해 모델을 선정하고 모델계수를 구하며, 임계이득과 임계주기를 얻어진다.

### 2) PID 제어 알고리즘

동조과정에 필요한 PID 제어기의 구조는 Astrom이 제시한 개선된 Ziegler-Nichols 동조 제어기를 사용한다.

$$u_c = k_c \left( (\beta y_r - y) + \frac{1}{T_i} \int e \, dt - T_d \frac{dy_r}{dt} \right)$$

제어기의 파라미터는 Table 1과 아래의 규칙을 사용하여 결정된다.

### 3) 가중치 $\beta$ 의 선정

공정 특성을 나타내는 파라미터는 릴레이 실험을 통해 얻어진다.

#### a) 표준화된 공정이득과 표준화된 낭비시간

$K = K_p K_u$  : 표준화된 공정이득

$\theta = \frac{\theta_d}{T}$  : 표준화된 낭비시간

임계이득 :  $K_u = 4d/A\pi$

임계주기 :  $T_u = 2\pi/W_c$

#### b) $K$ 가 $2.25 < K < 15$ 일 때 $\beta$ 의 선정

IF  $K$ 가  $2.25 < K < 15$  범위이면,

$\beta = \frac{15-K}{15+K}$  선정한다.

그리고,  $\beta$ 를 개선된 Ziegler-Nichols 동조 제어기에 적용한다.

#### c) $K$ 가 $1.5 < K < 2.25$ 일 경우

이 경우에는 가중치  $\beta$ 와 적당한 적분 시간  $T_i$ 를 결정해야한다.

• 적당한 적분시간 계산

$$T_i = 0.5\mu T_u$$

단,  $\mu = \frac{4}{9}K$ 이다.

IF  $K$ 가  $1.5 < K < 2.25$ 의 범위이면,

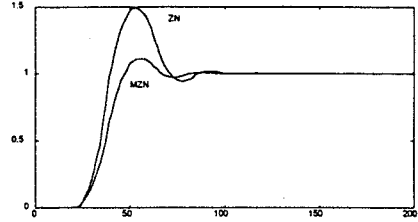
$\beta = \frac{8}{17} \left( \frac{4}{9}K + 1 \right)$ 과  $T_i = 0.5\mu T_u$  선정한다.

그리고, 개선된 Ziegler-Nichols 동조 제어기에 적용한다.

## 6. 시뮬레이션

본 논문에서 제시한 규칙 기반을 사용하여 식(5)의 공정에 지연시간  $\theta_d = 0.4$ 와  $\theta_d = 1.3$ 를 인가하여 계단 함수에 따르는 응답을 시뮬레이션하였다. 시뮬레이션 결과는 그림 2에 제시되어 있다.

지연시간이  $\theta_d = 0.4$ 인 경우, 규칙기반을 통해 계산되어진 가중치  $\beta = 0.45$ 을 사용하므로 Ziegler-Nichols 동조 방법보다 더 나은 성능을 보이며, 오버슈트가 10%범위까지 감소한다. 또한,  $\theta_d = 1.3$ 인 경우에는  $\beta = 0.96$ 과 적분시간  $T_i = 3.05$ 를 사용하여 오버슈트가 감소함을 볼 수 있다.

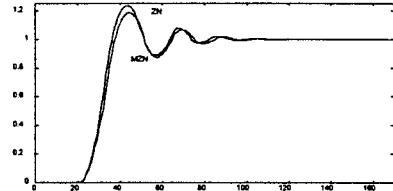


$\theta_d = 0.4$

ZN=Ziegler-Nichols tuning :  $k_c = 3.43$ ;  $T_i = 1.44$ ;  $T_d = 0.36$

MZN=modified Ziegler-Nichols tuning :

$k_c = 3.43$ ;  $T_i = 1.44$ ;  $T_d = 0.36$ ;  $\beta = 0.45$



$\theta_d = 1.3$

ZN=Ziegler-Nichols tuning :  $k_c = 1.398$ ;  $T_i = 2.95$ ;  $T_d = 0.74$

MZN=modified Ziegler-Nichols tuning :

$k_c = 1.398$ ;  $T_i = 3.05$ ;  $T_d = 0.74$ ;  $\beta = 0.96$

그림 2. PID 제어기의 계단 응답 곡선.

## 6. 결 론

개선된 Ziegler-Nichols 동조 방법에서 사용된 가중치  $\beta$ 는 공정에서 나타나는 오버슈트를 효과적으로 감소시킨다. 이러한  $\beta$ 는 공정 특성인 표준화된 공정이득  $K$ , 표준화된 낭비시간  $\theta$ 와의 경험적 관계에 의해서 얻어낼 수 있다. 본 논문에서 릴레이 실험을 통해 경험적 관계를 갖는 공정의 특성을 얻어내고, 공정 특성의 범위 내에서 가중치  $\beta$ 와 적분 시간  $T_i$ 를 제어기에 적용하는 부분을 규칙화하였다. 그러므로, 조작자의 많은 현장경험 없이도 시스템에 좋은 성능을 얻을 수 있을 것이다. 그러나, 공정특성의 범위를 벗어나는 범위에서는 성능을 신뢰할 수 없기 때문에 이 부분에 현장 운전자의 경험적 지식을 연구하여 보완한다면 더 나은 성능을 기대할 수 있으리라 생각된다.

### (참 고 문 헌)

[1] Ziegler, J.G., and Nichols, N.B. "Optimum settings for automatic controllers". Trans. ASME, 1942, 65, PP 433-444

[2] Astrom, K.J., and HAGGLUND, T. "Automatic tuning of simple regulator with specifications on phase and amplitude margins". Automatica, 1984, 20, pp.645-651

[3] Astrom, K.J., HANG, C.C., and PERSSON, P. "Toward intelligent PID control". Proc. IFAC Workshop on AI in real-time control, 1989, pp. 38-43

[4] Astrom, K.J., and HAGGLUND, T. "A New Auto-Tuning Design". IFAC adaptive control of chemical processes, 1988, pp. 141-146

[5] Astrom, K.J., HANG, C.C., "Refinements of the Ziegler-Nichols tuning formula for PID auto-tuners". Proc. ISA Conf. USA, 1988, pp. 1021-1030

[6] 이창구의 2인, "경험적 규칙을 이용한 자동동조 PID 제어기". 전기학회 논문지, Vol. 39, No. 5, pp. 485-493, 1990