

GA를 이용한 강인한 성능을 가지는 PD 제어기의 설계에 관한 연구

김 동 원* · 손 무 현* · 황 현 준** · 박 진 현*** · 윤 영 대** · 도 대 호** · 최 종 현**
 * 동명대학 전기과 · ** 포항전문대학 전기과 · *** 부산정보대학 전자과

A Study of Design on PD Controller Having Robust Performance Using GA

D. W. Kim* · M. H. Son* · H. J. Hwang** · J. H. Park*** · Y. D. Youn** · D. H. Do** · J. H. Choi**
 * Dong-Myung College · ** Pohang College · *** Pusan College of Info. and Tech.

Abstract - This paper suggests a design method of the optimal PD control system having robust performance. This PD control system is designed by applying genetic algorithm(GA) with reference model to the optimal determination of proportional(P) gain and derivative(D) gain that are given by PD servo controller. These proportional and derivative gains are simultaneously optimized in the search domain guaranteeing the robust performance of closed-loop system. This PD control system is applied to the fuel-injection control system of diesel engine and compared with μ -synthesis control system for robust performance. The effectiveness of this PD control system is verified by computer simulation.

기의 비례 및 미분이득을 동시에 최적화한다. 끝으로 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 설계된 디젤엔진의 연료주입 PD 제어 시스템의 유용성을 확인한다.

2. 본 론

2.1 디젤엔진의 연료주입 제어 시스템

일반적으로 디젤엔진의 연료주입 제어 시스템(fuel-injection control system)은 연소실로 주입되는 연료의 양을 직접적으로 제어하는 구동기와 서보 제어기로 구성된다. 현재 연료주입 제어 시스템의 가장 큰 문제점은 구동기가 들어 있는 주입펌프내의 온도변화에 따라 연료의 점도가 변화하며 연료속에 잠겨서 왕복운동을 하는 측정슬리브의 동작이 이러한 점도변화에 직접적인 영향을 받는다는 점이다. 따라서 온도변화에 따른 연료주입 시스템의 파라메타 변동에 대해서도 제어 시스템의 안정성을 보장하는 강인한 서보 제어기의 설계가 요구된다.

본 연구에서는 H. Kuraoka와 N. Ohka 등[7]에 의해 제시된 연료주입 시스템의 적분요소 첨가형 선형 모델을 사용한다. 온도변화에 따른 파라메타 변동과 그에 따른 시스템의 모델링 오차를 해석하기 위해 제시된 3가지의 선형모델들은 각각 아래와 같다.

$$P_{\omega}(s) = \frac{-1.736 \times 10^{-2} s^2 + 4.939 \times 10^2 s - 3.137 \times 10^5}{s^4 + 98.34 s^3 + 9.223 \times 10^4 s^2 + 8.771 \times 10^5} \text{ at } 0^\circ\text{C} \quad (2.1)$$

$$P_{25}(s) = \frac{-5.498 s^2 + 4.007 \times 10^2 s - 4.444 \times 10^5}{s^4 + 93.72 s^3 + 9.520 \times 10^4 s^2 + 1.214 \times 10^6} \text{ at } 25^\circ\text{C} \quad (2.2)$$

$$P_{60}(s) = \frac{-4.677 s^2 - 2.859 \times 10^2 s - 5.053 \times 10^5}{s^4 + 91.53 s^3 + 1.008 \times 10^5 s^2 + 1.762 \times 10^6} \text{ at } 60^\circ\text{C} \quad (2.3)$$

2.2 연료주입 μ -합성 제어 시스템의 설계

μ -설계법은 구조적 특이치 μ 를 도입하여 시스템에 대한 μ -해석(μ -analysis)을 행한 후 D-K 반복에 의해 H_{∞} 제어이론과 μ -해석을 합성(synthesis)시킴으로써 강인한 성능 문제를 해결하도록 한 것이다. 강인한 성능을 얻기 위한 필요충분조건식은 선형분수변환식 $F(P, K)$ 에 대해 식(2.4)와 같다.

$$\mu [F(P, K)(\omega)] < 1, \forall \omega \quad (2.4)$$

그런데 일반적으로 μ 의 값은 직접 구할 수 없으므로 스케일링 행렬 D를 도입하여 식(2.5)와 같이 μ 의 상한치를 나타낸 후 D-K 반복법[2]에 의해 이것을 최소화한다.

$$\mu [F(P, K)] < |DF(P, K)D^{-1}| \quad (2.5)$$

D-K 반복법에 의해 강인한 성능 및 만족스러운 명령 추종성을 가지는 디젤엔진의 연료주입 μ -합성 제어기를 구하기 위해서는 설계사양에 따라 적절한 가중치 함수를 선정하는 것이 중요하다. 일반적으로 가중치 함수 $W_1(s)$ 와 $W_2(s)$ 는 각각 외란 $d(s)$ 와 플랜트 $P_{\omega}(s)$, $P_{60}(s)$

1. 서 론

지금까지 강인한 제어는 시스템의 안정성을 보장하도록 제어기를 설계하는 강인한 안정성(robust stability) 문제를 주로 다루어 왔다. 그러나 최근에는 강인한 안정성 뿐만 아니라 실제 시스템의 적용측면에서 강인한 성능(robust performance) 문제가 제기되고 있다. 1982년 J. C. Doyle 등[1]은 구조적 특이치를 제한하여 강인한 성능 문제를 다루는 μ -합성법(μ -synthesis)을 소개하였고 1988년 D. A. Milich 등[2]은 개선된 D-K 반복법(D-K iteration)을 통하여 강인한 성능 문제의 해를 구하였다.

PID 제어기는 구조가 간단하고 동작이 안정하므로 아직까지 산업현장에서 폭넓게 사용되고 있다. 그러나 원하는 응답을 얻기 위해서는 PID 제어기의 계수를 조정하는 과정이 필요하다. 한편 최근까지 안정도 여유 등을 고려하여 최적의 PID 제어기를 설계하는 다수의 방법들[3-5]이 발표되었으나 대부분이 복잡한 수학적 해석 및 최적화의 과정을 필요로 하므로 실제 적용상에 어려움이 있다. 더구나 강인한 성능을 보장하는 PID 제어기의 설계에 관한 연구는 아직까지 활발하지 않은 상태이다.

1970년대 초반 J. Holland에 의해 제시된 유전 알고리즘(genetic algorithm, GA)[6]은 자연계에 존재하는 적자생존의 원리를 이용하여 적합도가 큰 문자열을 다음 세대에 복제함으로써 전역해를 찾아가는 최적화 기법중의 하나이다. 유전 알고리즘은 기존의 최적화 이론들과는 근본적으로 다른 중요한 특징들을 가지고 있다. 특히 다수의 변수들을 하나의 문자열로 부호화함으로써 병렬연산 및 동시최적화가 가능하다. 따라서 최근 공학적인 분야를 중심으로 많은 적용사례들이 발표되고 있다.

본 연구에서는 유전 알고리즘을 사용하여 복잡한 최적화의 과정없이 비례이득 및 미분이득을 동시에 최적화함으로써 시스템의 파라메타 변동에 대한 강인한 성능과 기준모델에 따른 최적의 명령추종성을 가지는 디젤엔진의 연료주입 PD 제어 시스템을 설계한다. 이를 위해 강인한 성능을 가지는 해집단내에서 기준모델의 출력을 최적으로 추종하도록 유전 알고리즘을 사용하여 PD 제어

에 대한 곱셈형 모델링 오차 $E_{m0}(s)$ 및 $E_{m60}(s)$ 에 대해 식(2.6)과 식(2.7)을 만족하도록 모델링한다. 단 $d(s)$ 는 단위 계단의란으로 가정한다.

$$|d(j\omega)| \leq |W_1(j\omega)| \quad \text{at low frequencies} \quad (2.6)$$

$$\max(|E_{m0}(j\omega)|, |E_{m60}(j\omega)|) \leq |W_2(j\omega)| \quad \text{at high frequencies} \quad (2.7)$$

본 연구에서는 시스템의 응답속도와 외란제거 및 강인한 안정성 등을 고려하여 계인교차 주파수 ω_c 를 30 [rad/sec] 정도로 하고 %오버슈트는 20% 이내로 한다. 식(2.6)과 식(2.7) 및 위의 설계사양들을 동시에 만족시키기 위해 참고문헌[6]을 기준으로 시행착오법에 의해 선정된 가중치 함수 $W_1(s)$ 와 $W_2(s)$ 는 각각 다음과 같다.

$$W_1(s) = \frac{10 \times 20}{s^2 + (0.00002 + 20)s + (0.00002 \times 20)} = RH_{\infty} \quad (2.8)$$

$$W_2(s) = \frac{2 \times 1000^2 \times (s^2 + (30 + 60)s + 30 \times 60)}{18000 \times (s^2 + 2 \times 1000s + 1000^2)} = RH_{\infty} \quad (2.9)$$

2.3 GA를 이용한 강인한 PD 제어기의 설계

2.3.1 유전 알고리즘(GA)

유전 알고리즘은 적자생존에 따른 확률적인 방법으로 최적해를 찾아가는 최적화 기법중의 하나이다. 유전 알고리즘의 특징 및 자세한 내용은 참고문헌[6]에 제시되어 있으므로 본 연구에서는 이를 생략한다. 또한 PD 제어기 설계시 유전 알고리즘의 각 단계에서 필요한 문자열의 길이(m), 해집단의 크기(n), 세대수(z) 그리고 교배 확률(P_c) 및 돌연변이 확률(P_m) 등은 경험적인 방법에 의해 적절히 선정하기로 한다.

2.3.2 강인한 모델 추종형 PD 제어기의 설계

유전 알고리즘을 사용하여 강인한 모델 추종형 PD 제어기의 비례이득 K_P 와 미분이득 K_D 를 최적화하기 위한 각각의 탐색구간 D_1 과 D_2 는 다음과 같다.

$$D_1: L_1 - 50 \leq K_P \leq -0.1 = U_1 \quad (2.10)$$

$$D_2: L_2 - 5 \leq K_D \leq -0.01 = U_2 \quad (2.11)$$

또한 비례이득 K_P 와 미분이득 K_D 를 동시에 최적화하기 위해 이들 2개의 변수를 하나의 문자열에 적절한 크기(m_j , $j = 1, 2$, $m_1 = m_2 = 10$)의 비트(bit)수로 부호화한다. 한편 비트수 m_j 로 부호화된 임의의 j 번째 파라메타 X_j 에 대하여 대응하는 탐색구간 D_j 와의 관계식을 유도하면 식(2.12)와 같다. 여기서 x_j 는 m_j 의 비트수를 가지는 2진수의 현재 정수값이며 D_j 의 상·하한치는 각각 U_j 와 L_j 이다.

$$X_j = L_j + \frac{x_j}{2^{m_j} - 1} (U_j - L_j) \quad (2.12)$$

디젤엔진의 연료주입 PD 제어 시스템이 강인한 성능을 가지기 위해서는 최적화에 따른 실질적인 제한조건들이 필요하다. 먼저 제어 시스템이 강인한 안정성 뿐만 아니라 강인한 성능을 가지기 위해서는 식(2.8), 식(2.9)로 주어지는 가중치 함수 $W_1(s)$, $W_2(s)$ 로부터 다음의 식들이 동시에 만족[8]하는 것이다.

$$\| \frac{W_1(s)S}{1+W_2(s)T(s)} \|_{\infty} < 1 \quad (2.13)$$

$$\| W_2(s)T(s) \|_{\infty} < 1 \quad (2.14)$$

그러나 일반적으로 ∞ 노음을 정확히 계산할 수 없으므로 먼저 다음과 같이 적절한 상한치 γ (> 0)를 주고 식(2.15)와 같은 해밀토니안 행렬 $H_{\gamma i}$ 를 구한다. 여기서 행렬 A_{wi} , B_{wi} , C_{wi} , D_{wi} ($i = 1, 2$)는 각각 전달함수

$G_1(s) \triangleq W_2(s)T(s)$ 와 $G_2(s) \triangleq W_1(s)S(s)[1 + W_2(s)T(s)]^{-1}$ 의 상대공간모델식으로부터 구할 수 있다.

$$H_{\gamma i} = \begin{bmatrix} A_{wi} & B_{wi}B_{wi}^T \times \gamma^{-1} \\ -C_{wi}^T C_{wi} \times \gamma^{-1} & -A_{wi}^T \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

그러면 해밀토니안 행렬 $H_{\gamma i}$ 에 대해 다음의 관계[9]가 성립한다.

$$\| G_i(s) \|_{\infty} < \gamma \quad \text{if, and only if } H_{\gamma i} \text{ has no imaginary eigenvalues}$$

따라서 제어 시스템이 강인한 성능에 관한 조건식 식(2.13), 식(2.14)를 만족한다는 것은 $\gamma = 1$ 일 때 각각의 해밀토니안 행렬 $H_{\gamma i}$ 에 대한 고유치 λ_{ij} ($j = 1, 2, 3, \dots, n$)의 실수부 $\lambda_{ij}^R = \text{Re}[\lambda_{ij}]$ 에 대해 식(2.16)이 만족하는 것이다.

$$\prod_{i=1}^2 \lambda_{ij}^R = \prod_{i=1}^2 \text{Re}[\lambda_{ij}] > 0 \quad (2.16)$$

또한 제어 시스템의 강인한 성능을 나타내는 구조적 특이치의 최대값 μ_{\max} 가 구체적인 설정치 $\mu_{\max s}$ 이하가 되도록 2.2절에서의 μ -합성 제어 시스템(2차 D-K 반복의 결과 $\mu_{\max} = 0.7813 < 0.7820$)을 기준으로 선정된 제한조건은 다음과 같다.

$$\mu_{\max} \leq \mu_{\max s} = 0.7820 < 1 \quad (2.17)$$

본 연구에서는 디젤엔진의 연료주입 PD 제어 시스템이 설계사양에 따른 최적의 명령추종성을 가지도록 식(2.18)과 같이 적절한 기준모델을 선정 후 유전 알고리즘을 사용하여 플랜트의 출력이 기준모델의 출력을 추종하도록 하였다. 기준모델은 설계사양에 따른 최적의 응답특성을 가지도록 ITAE 최소표준형 2차모델($\omega_n = 30.5$ [rad/sec])로 선정하였으며 즉 시스템의 응답속도를 고려하여 대역폭(band-width) ω_b 가 30 [rad/sec] ($\approx \omega_c = 30$ [rad/sec]) 정도이며 최대 오버슈트는 5% ($\leq 20\%$) 이 내가 되도록 하였다.

$$M_s(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 1.4 \times \omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.18)$$

한편 식(2.17)로 주어진 제한조건은 패널티법[6]에 의해 유전 알고리즘에 따른 적합도에 반영된다. 이를 위해 본 연구에서는 패널티 함수 ϕ 를 $\phi(h(X_j)) \triangleq |h(X_j)|$, $h(X_j) \triangleq \mu_{\max s} - \mu_{\max}$ (≥ 0)로 정의하였으며 또한 패널티 계수 γ 는 $\gamma = 10^6$ 으로 하였다. 그리고 기준모델 및 유전 알고리즘에 따른 개별 문자열의 적합도 fit_{weight} 는 온도변화에 따른 시스템의 파라메타 변동에 대해서도 제어 시스템의 성능을 보장하기 위해 적절한 가중치 w_i 를 도입하여 식(2.19) 및 식(2.20)과 같이 선정하였다. 여기서 $k(t+1) = k(t) + T_s$, $k(1) = 0$ [sec]이며 $T_s = 0.05$ [sec]는 샘플링 시간을 나타낸다.

$$\begin{aligned} err_{\mu, w_1} &= \sum_{k=1}^N (w_1 \times [\sum_{i=1}^2 abs(err_i(k(t))) + \gamma \times \phi(h(X_j))]) \\ &= \sum_{k=1}^N (w_1 \times [\sum_{i=1}^2 abs(y_m(k(t)) - y_s(k(t))) \\ &\quad + \gamma \times \phi(h(X_j))]) \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$fit_{weight} = \frac{1}{1 + err_{\mu, w_1}} \quad (2.20)$$

단 각각의 가중치는 제어 시스템의 공칭 플랜트에 대한 성능 및 기준모델에 대한 추종성 등을 고려하여 $w_1 = 0.35$, $w_2 = 0.50$, $w_3 = 0.15$ ($w_1 + w_2 + w_3 = 1$)로 하였으며 여기서 $y_s(t)$, $y_m(k(t))$ 는 각각 연료주입 시스템 및

기준모델의 출력은, $err_i(k(t)) = \text{abs}(y_m(k(t)) - y_i(k(t)))$ 는 이에 따른 기준모델 추종오차를 나타낸다. 또한 $\text{abs}(\cdot)$ 는 절대값을, $i = 1, 2, 3$ 은 각각 식(2. 1) ~ 식(2. 3)으로 주어지는 플랜트 $P_{00}(s) \sim P_{60}(s)$ 를 의미한다.

2.4 시뮬레이션 및 비교고찰

그림 1 ~ 그림 3은 2.3절에서의 설계 방법(적합도 : 0.8280, $\mu_{\max} : 0.6056 < 0.7820$)에 의해 최적화된 비례이득 K_P 와 미분이득 K_D ($K_P : -7.1240, K_D : -0.3271$)를 사용하여 설계된 디젤엔진의 연료주입 PD 제어 시스템의 단위 계단 응답과 추종오차이다. 그림들로부터 제안된 방법의 경우 적합도의 증가로 인한 기준모델 추종오차의 감소로 인해 과도응답특성이 μ -합성 제어기(적합도 : 0.6253, $\mu_{\max} : 0.7813 < 0.7820$)의 경우에 비해서 상당히 개선되었음을 알 수 있다.

3. 결 론

본 연구에서는 유전 알고리즘을 사용하여 비례 및 미분이득을 동시에 최적화함으로써 강인한 성능과 최적의 명령추종성을 가지는 디젤엔진의 연료주입 PD 제어 시스템을 설계하였다. 이를 위해 강인한 성능을 가지는 해 집단내에서 기준모델의 출력을 최적으로 추종하도록 유전 알고리즘을 사용하여 PD 제어기의 비례 및 미분이득을 동시에 최적화하였으며 또한 시뮬레이션을 통하여 설계된 PD 제어 시스템의 유용성을 확인하였다. 설계된 PD 제어 시스템은 μ -합성 제어기의 경우에 비해 상대적으로 기준모델 추종오차가 작다. 따라서 설계사양에 따른 좀 더 나은 출력특성을 얻기 위해서는 제시된 방법과 같이 PD 제어기의 비례 및 미분이득을 동시에 최적화하는 것이 필요하다. 또한 제시된 방법은 복잡한 최적화의 과정이 없으므로 실제의 제어 시스템 설계에 보다 쉽게 적용할 수 있을 것으로 생각된다.

[참 고 문 헌]

- [1] K. Glover, J. C. Doyle, "State-Space Formulate for All Stabilizing Controllers That Satisfy An H_∞ -norm Bound and Relations to Risk Sensitivity", *Systems & Control Letters*, Vol. 11, pp. 167-172, 1988.
- [2] D. A. Milich, M. Athans, L. Valavani, G. Stein, "A Method for Designing Robust Multivariable Feedback Systems", *Proc. IEEE Conf. on Decision and Control*, Vol. 3, pp. 2150-2156, 1988.
- [3] K. J. Aström, T. Hägglund, "Automatic Tuning of Simple Regulators with Specifications on Phase and Amplitude Margins", *Automatica*, Vol. 20, No. 5, pp. 645-651, 1984.
- [4] W. K. Ho, C. C. Hang, J. Zhou, "Self-Tuning PID Control of a Plant with Under-Damped Response with Specifications on Gain and Phase Margins", *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, Vol. 5, No. 4, pp. 446-452, 1997.
- [5] L. Loron, "Tuning of PID Controllers by the Non-symmetrical Optimum Method", *Automatica*, Vol. 33, No. 1, pp. 103-107, 1997.
- [6] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- [7] H. Kuraoka, N. Ohka, M. Ohba, "Application of H_∞ Optimal Design to Automotive Fuel Control", *American Control Conference*, Vol. 3, pp. 1957-1962, June, 1989.
- [8] J. C. Doyle, B. A. Francis, A. R. Tannenbaum, *Feedback Control Theory*, Macmillan Publishing Company, 1992.
- [9] B. Shahian, M. Hassul, *Control System Design Using Matlab*, Prentice-Hall International Inc., 1993.

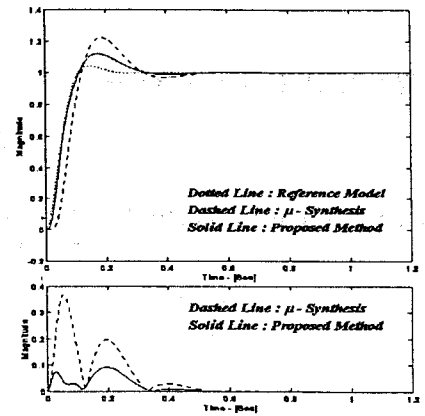


그림 1. 0°C에서의 단위계단응답과 추종오차

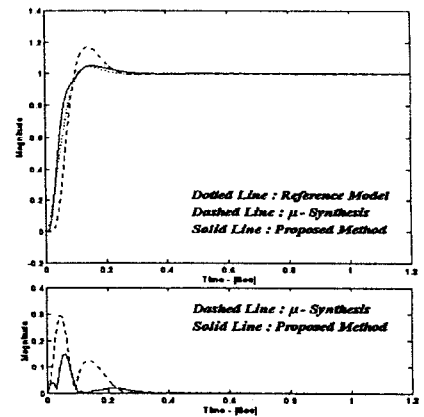


그림 2. 25°C에서의 단위계단응답과 추종오차

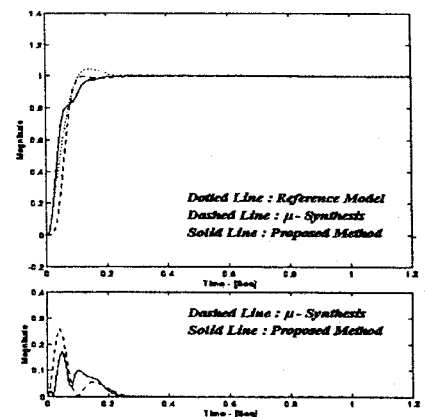


그림 3. 60°C에서의 단위계단응답과 추종오차