

축류송풍기의 유입속도 및 허브비의 선정

연세대학교 대학원 안 광 협
 연세대학교 공과대학 주 원 구
 연세대학교 공과대학 조 강 래

1. 서론

축류송풍기 설계에서 동익(회전익)전방의 유입속도를 선정하는 문제는 대단히 중요하다. 전방유입속도는 사전에 설계시방에서 주어지는 유량과 그 밖의 회전속도, 외경 및 허브비 등에 의해 결정될 수 있는 경우도 있다. 그러나 일반적으로는 적절한 기준에 의해 결정되어야 한다.

유입속도를 결정하는 방법으로 다음 세 가지를 생각할 수 있다. 첫째는 동익 말단에서의 상대유입속도 W_{1t} 를 초음속이 되지 않도록 주어진 조건들로부터 결정하는 방법이며, 이것으로부터 유입절대속도 $V_{1a}(\equiv V_a)$ 를 결정한다. 둘째는 주어진 시방에 대해 좋은 효율을 얻을 수 있는 유입속도를 경험적으로 결정하는 방법이며, 셋째는 둘째의 경험적 방법을 보다 확실한 근거에 의해 효율을 최대화하는 유입속도를 구하는 방법이다.

효율을 최대로 하는 유입속도를 구하기 위해서는 손실을 설계단계에서 평가할 수 있어야 한다. 축류송풍기의 손실은 동익과 정익에 의한 손실과 허브 및 케이싱의 통로에서 발생하는 손실로 구분될 수 있다. 동익과 정익의 손실은 설계 단계에서 함께 평가해야 하므로 손실 모델에 의해 평가하는 것이 효과적이다. 허브 통로의 형상은 허브 자체의 형상, 벨로우즈, 하류 닥트(또는 확대관)의 형상 그리고 허브비에 의해 정해진다. 허브와 케이싱 통로에서 발생하는 손실은 동익과 정익에 의한 손실과 비교하면 상당히 큰 것으로 예상된다. 따라서 허브와 케이싱 통로의 손실은 가급적 정확하게 평가되어야 한다.

본 연구에서는 유입속도와 허브비를 선정하는 기준을 제시하고 효율을 최대화하는 유입속도 또는 허브비를 결정한다. 이 때 동익과 정익에 의한 손실은 손실 모델에 의해 평가하고 허브와 케이싱 통로에서의 손실은 점성 난류 모델로 수치계산한다.

2. 유입속도와 허브비의 선정

2.1 음속조건과 유입속도

축류송풍기에서 적절한 효율을 얻기 위해서는 유동장 내부에 초음속 영역이 있어서는 안된다. 음속에 도달하기 쉬운 곳은 동익 말단에서의 상대유속이다. 동익 말단의 상대유입속도는 주어진 유량에 대해 허브비를 크게 하거나 회전속도를 크게 하면 음속에 도달한다. 따라서 주어진 유량 Q 에 대하여 허브비와 회전속도를 적절한 값으로 고정시켰을 때 동익 말단의 상대유입속도 W_{1t} 를 최소로 하는 케이싱 직경 D_c 가 존재한다. 이것은 다음 식으로 표시되는 W_{1t}^2 에서 $dW_{1t}^2/dD_c = 0$ 으로 하는 조건으로부터 구할 수 있다.^[1]

$$W_{1t}^2 = U^2 + V_{a,t}^2 \quad (2.1)$$

$$= \left[\frac{4Q}{\pi D_c^2 (1 - \nu^2)} \right]^2 + \left[\frac{N\pi}{60} D_c \right]^2$$

단, D_c 는 케이싱 내경, U 는 회전주속도, N 는 회전속도(rpm), ν 는 허브비이며, 하첨자 t 는 동익말단을 의미한다.

W_{1t} 를 최소로 하는 동익말단 상대유입각은 $\tan \beta_{1t} = U/V_{a,t} = \sqrt{2}$, 즉 $\beta_{1t} = 54.7^\circ$ 으로 구해진다. 이 때의 케이싱 내경 D_c 와 절대유입속도 $V_{a,t} (= V_a)$ 의 크기는 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$D_c = \sqrt[3]{\frac{240Q}{\pi^2 N (1 - \nu^2)} \tan \beta_{1t}} \quad (2.2)$$

$$V_a = V_{a,t} = \frac{4Q}{\pi D_c^2 (1 - \nu^2)} \quad (2.3)$$

위 조건을 만족하는 W_{1t} 가 계산되면, 이것이 음속을 초과하지 않음을 확인한다. 만일 W_{1t} 가 음속을 초과하는 경우는 N, ν 등을 조절하여 음속을 초과하지 않도록 한다. W_{1t} 가 음속이하의 경우는 음속을 초과하지 않는 범위 내에서 V_a 의 크기를 증감할 수 있다.

2.2 허브지름의 최소조건

식(2.2)에 의해 D_c 가 결정되면 허브비 ν 에 의해 허브직경 D_h 가 결정된다. 또는 시방 등에 의해 D_h 가 주어질 수도 있다. 그러나 D_h 는 허브 위치에서 유체에 전달해야 하는 이론 수두 H_{th} 가 회전익의 허브회전속도에 의해 발생할 수 있는 이론적 최대수두 ($H_{th, max} = U_h^2/g$)보다 작아야 하는 조건을 항상 만족하고 있어야 한다. 이 조건은 다음과 같다.

$$D_h > \frac{60}{N\pi} \sqrt{g H_{th}} \quad (2.4)$$

위 조건을 만족하지 않는 경우에는 ν 등을 변경하여 만족시키도록 한다.

3. 손실 평가

3.1 축방향속도와 손실

입구축방향속도 V_a 는 식(2.3)에 의해 구해질 수 있고 설계시방의 하나로 주어질 수도 있다. 그러나 그 밖의 경우에는 설계자가 선정하여야 한다. 이 경우의 선정기준은 최소손실이 될 것이다.

주어진 설계유량에 있어서 유입속도 V_a 가 증대하면 같은 수두를 동익에서 발생하는데 필요한 전향각은 감소한다. 이것은 다음의 관계식에 의해 알 수 있다.

지금 평균 반경 위치 r_m 을 기준으로하여 동익에서의 총압 상승량을 ΔP_0 , 밀도를 ρ 라고 하면 다음의 관계식들이 성립한다.

$$\Delta P_0 = \rho U V_a (\tan \beta_2 - \tan \beta_1)$$

$$U = r_m \Omega = \Omega \sqrt{\frac{D_c^2 + D_h^2}{8}}$$

$$V_a = \frac{4Q}{\pi(D_c^2 - D_h^2)}$$

$$\begin{aligned} \therefore \tan \beta_1 - \tan \beta_2 &= \frac{\Delta P_0}{\rho} \frac{\frac{1}{4} \pi (D_c^2 - D_h^2)}{\Omega \sqrt{\frac{D_c^2 + D_h^2}{8}}} \\ &= \frac{\Delta P_0 \pi (D_c^2 - D_h^2)}{\sqrt{2} \rho \Omega \sqrt{D_c^2 + D_h^2}} \end{aligned} \quad (3.1)$$

허브직경 D_h 를 고정하였을 때 축방향 속도 V_a 가 증대하면 D_c 가 감소하며, D_c 가 감소하면 식(3.1)에 의해 ($\tan \beta_1 - \tan \beta_2$)가 감소한다. 이것은 전향각이 감소함을 의미한다.

회전익에서의 전향각이 감소하면 익의 형상 손실과 이차 유동손실은 감소한다. 정익과 허브에 의한 손실도 V_a 가 커지면 증대한다. 이들의 손실의 평가는 최종적으로는 세 개 손실의 합이 단위 중량당의 유량의 손실 크기로 평가되어야 한다.

다음에 동익과 정익의 손실계수는 다음과 같이 제시된다. 지금 동익과 정익에서의 총압손실을 $\Delta P_{0t,r}$ 및 $\Delta P_{0t,s}$ 라고 하면 총압 상승 계수 K_{th} , 동익 손실 계수 K_r 및 정익 손실 계수 K_s 는 다음과 같이 정의된다.

$$K_{th} = \Delta P_0 / (1/2 \rho \overline{V_a^2})$$

$$K_r = \Delta P_{0t,r} / (1/2 \rho \overline{V_a^2})$$

$$K_s = \Delta P_{0t,s} / (1/2 \rho \overline{V_a^2})$$

단, $\overline{V_a}$ 는 V_a 의 평균치이다. 익요소의 항력 계수 C_D 는 힘의 평형식 및 익렬 관계식들로부터 다음과 같이 표시된다.^[2]

$$\frac{C_L}{C_D} \frac{K_r}{K_{th}} = \frac{\lambda}{\cos^2 \beta_m} - \frac{\sigma C_D \tan \beta_m}{K_{th} \cos^3 \beta_m} \quad (3.2)$$

단, σ 는 솔리리티 (익현장 l)/(피치s), β_m 은 평균 유입각 ($\beta_1 + \beta_2$)/2, λ 는 임의 반경에서의 유입 속도 계수 $V_a / (\Omega r)$ 이며, Ω 는 회전익의 회전 각속도, r 은 반지름이다. 위 식의 우변 제 2항은 일반적으로 제 1항에 비해 대단히 작으므로 다음과 같이 근사된다.

$$\frac{K_r}{K_{th}} = \frac{C_D}{C_L} \frac{\lambda}{\cos^2 \beta_m} \quad (3.3)$$

동익의 스펠 평균 항력 계수 C_D 를 평균 반경 r_m

에서의 형상 항력 계수 C_{DP} 와 2차 유동 항력 계수 C_{DS} 의 합으로 표시하면 K_r 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{K_r}{K_{th}} = \left(\frac{C_D}{C_L} \frac{\lambda}{\cos^2 \beta_m} \right)_{MS}$$

또는

$$\begin{aligned} \frac{K_r}{K_{th}} &= \frac{K_{r,p}}{K_{th}} + \frac{K_{r,s}}{K_{th}} \\ &= \left(\frac{C_{D,p}}{C_L} + \frac{C_{D,s}}{C_L} \right) \left(\frac{\lambda}{\cos^2 \beta_m} \right)_{MS} \end{aligned} \quad (3.4)$$

여기서 MS는 mid span을 의미한다. 한편 β_m 은 익틀 전방과 후방의 선회 속도 성분 $V_{1\theta r}$, $V_{2\theta r}$ 와 다음과 같은 관계가 있다.^[2]

$$\tan \beta_m = \frac{1 - \frac{1}{2}(\varepsilon_{2r} - \varepsilon_{1r})\lambda}{\lambda} \quad (3.5)$$

단, $\varepsilon_{1r} = V_{1\theta r}/V_a$, $\varepsilon_{2r} = V_{2\theta r}/V_a$

식(3.5)를 식(3.4)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{K_r}{K_{th}} &= \left[\frac{C_{D,p} + C_{D,s}}{C_L} \left(\frac{\Lambda}{\chi} + \frac{\chi}{\Lambda} - (\varepsilon_{2r} - \varepsilon_{1r}) \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\Lambda(\varepsilon_{2r} - \varepsilon_{1r})^2}{4\chi} \right]_{MS} \end{aligned} \quad (3.6)$$

단, $\Lambda = V_a/(r_t \Omega)$, $\chi = r/r_t$ 이며 하첨자 t 는 익 말단을 의미한다.

유량 Q 와 수두 H_{th} 는 주어진 시방에 있어서는 일정하며, 허브 반경 r_h 가 일정하다면, χ 는 Λ 의 함수이고 C_D 와 $\varepsilon(\varepsilon_{1r}, \varepsilon_{2r})$ 이 모두 Λ 의 함수가 되므로 동익의 손실 계수 K_r 은 유입 속도 계수 Λ 만의 함수가 된다.

정의의 손실계수 K_s 는 원호익의 NGTE 10%이하의 두께를 입히고 입사각을 $i_s \approx 0$, 유동각 $\beta_{2s} \approx 0$ 인 경우에서 적절한 설계조건을 적용하면 다음의 근사식을 얻을 수 있다.

$$\frac{K_s}{K_{th}} = \left[\frac{\Lambda}{\chi} (0.032 + 0.010 \varepsilon_{1s}) \frac{\varepsilon_{1s}}{\varepsilon_{1s} + \varepsilon_{2s}} \right]_{MS} \quad (3.7)$$

$\beta_{2s}=0$ 인 경우 $\varepsilon_{2s}=0$ 이다. 단 하첨자 s 는 모두 정의의 것을 의미한다.

3.2 허브손실

허브의 형상은 축류송풍기의 효율에 큰 영향을 미친다. 그러나 허브형상은 제작상의 어려움과 제작비용 그리고 전동기의 설치상의 문제등을 고려하여 선정해야 한다. 허브 형상은 기본적으로 Fig.3.1과 같은 네가지를 생각할 수 있다.^[3]

허브와 케이싱의 통로 손실은 Fig.3.2와 같은 송풍기 구조에서 허브의 형상을 Fig.3.1의 네가지로 바꾸어 평가해 본다. 이 손실의 발생상태를 보기 위해 벨마우스에서 동익직전까지의 상류 통로 손실과 정의 하류로부터 확대관을 포함한 길이 3m사이의 하류통로 손실로 나누어 전방유입속도를 $V_a=20.5\text{m/s}$ 로 하여 2차원(r, θ)축대칭의 점성난류 유동이라 가정하여 수치 계산한다.

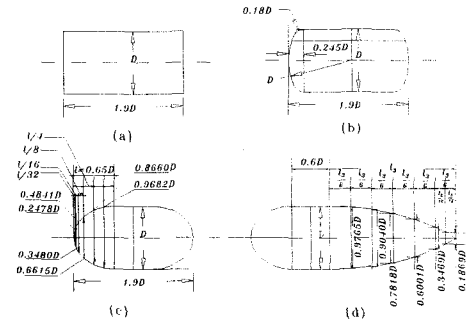
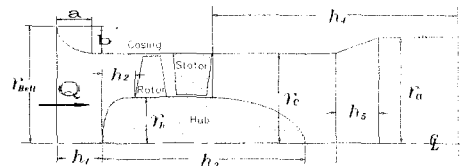


Fig.3.1 Configuration of Hub Shape



$$r_{bell} = 451, r_h = 178, r_c = 346, r_a = 476, a = 152,$$

$$b = 105, h_1 = 180, h_2 = 140, h_4 = 3000, h_5 = 508,$$

$$l_r = 130, l_s = 275 \text{ (이상단위 [mm])},$$

$$Q = 5.66 \text{ m}^3/\text{s}, V_a = 20.5 \text{ m/s}, N = 1770 \text{ rpm}, H_{th} = 510 \text{ Pa}$$

Fig.3.2 Configuration of Axial Turbomachinery

● 허브상류손실

허브상류손실은 순압력구배의 유동이므로 Fig.3.2의 구조에서 허브형상(a)를 제외하면 압력 손실은 동익에 의한 총압상승량의 3%이하로 나타났다으며, 형상(d)의 손실이 제일 작았다. 지금 유량 Q와 허브반경 r_h 를 일정하게 유지하고 외경 r_t 를 변경시킴으로써 유입속도 V_a 를 변경하였을 때 나타나는 허브상류손실 $\Delta P_{hl,in}$ 을 평균동압 $\frac{1}{2} \rho \overline{V_a}^2$ 으로 무차원화한 허브입구손실계수 $K_{h,in}$ 과 $\Lambda (= V / r_t \Omega)$ 사이의 관계를 Fig.3.2의 구조에서 허브형상 Fig.3.1(b)에 대하여 수치계산한 결과 Fig.3.3의 파선과 같이 나타났다.^[4] 이 그림에서 허브상류손실은 Λ 의 증대에 따라, 즉 유입속도의 증대에 따라 완만하게 감소함을 알 수 있다. $K_{h,in}$ 과 Λ 사이의 관계를 식으로 제시하면 다음과 같다.

$$K_{h,in} = 0.092 - 0.0055\Lambda + 0.00077 \Lambda^2 \quad (3.8)$$

● 허브하류 손실

허브하류의 손실은 Fig.3.2의 송풍기 형상에서 허브형상을 Fig.3.1의 네가지로 바꾸어 하류에서 발생하는 총압손실을 수치계산에 의해 계산하였다. 그 결과는 Table.3.1과 같다. Fig.3.1의 허브형상(d)의 손실은 형상(a)의 것에 비해 거의 절반이다. 이와같은 손실의 크기의 차이는 수치계산의 결과 나타난 Fig.3.4의 후방와류의 크기로부터 이해할 수 있다. 허브형상(d)의 경우 와류의 크기가 제일 작으며, 이로 인해 손실이 제일 작게 나타난 것으로 이해할 수 있다.

허브하류의 손실계수 $K_{h,out}$ 와 Λ 사이의 관계를 얻기위해 Fig.3.2의 허브하류통로의 형상에서 허브 앞부분은 Fig.3.1의 (b)와 같이고 뒷부분은 (a)와 같이한 형상으로하여 수치계산 하였다. 그 결과는 Fig.3.3의 실선으로 제시되어 있다. Λ 가 큰 곳에서의 허브 하류 손실은 입구손실보다 상당히 커지며, Λ 에 거의 비례하여 증가함을 알 수 있다. 이 관계식은 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$K_{h,out} = 0.043 + 0.237\Lambda \quad (3.9)$$

3.3 유입속도 및 허브비의 선정

축류송풍기의 입구유입속도 또는 허브비의 크기는 혼하지는 않지만 설계시방에서 직접 주어질수 있거나 간접적으로 결정될 수 있는 경우가 있다. 그러나 그렇지 않는 경우는 제작비용과 효율을 고려하여 설계자가 적절하게 선정해야 한다. 선정기

준은 특별한 제약이 없는한 예상되는 송풍기구조에서 유동효율을 최대로 하는 것 일 것이다.

본 연구에서는 식(3.8)과 식(3.9)이 도출된 송풍기 구조와 치수를 기준으로하여 유입속도 계수 Λ 와 수력효율 η 와의 관계를 구한다. 수력효율을 계산하는 데 필요한 손실로서 앞에서 언급되어 왔던 동익과 정익에서의 손실 및 허브 상류와 하류에서의 손실만을 고려한다. 그러면 η 는 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$\begin{aligned} \eta &= 1 - \left(\frac{K_r}{K_a} + \frac{K_s}{K_a} + \frac{K_h}{K_a} \right) \\ &= 1 - \left[\left\{ \frac{C_{DP} + C_{DS}}{C_L} \left(\frac{\Lambda}{\chi} + \frac{\chi}{\Lambda} - (\varepsilon_{2r} - \varepsilon_{1r}) \right) + \frac{\Lambda (\varepsilon_{2r} - \varepsilon_{1r})^2}{4\chi} \right\} \right]_{rotor, MS} \\ &\quad + \left\{ \frac{\Lambda (0.032 + 0.010 \varepsilon_{1s})}{\chi} \frac{\varepsilon_{1s}}{\varepsilon_{1s} + \varepsilon_{2s}} \right\}_{stator, MS} \\ &\quad + \left\{ (0.092 - 0.0055\Lambda + 0.00077\Lambda^2) \frac{\Lambda}{2\chi(\varepsilon_{1r} + \varepsilon_{2r})} \right\}_{rotor, MS} \\ &\quad + \left\{ (0.043 + 0.237\Lambda) \frac{\Lambda}{2\chi(\varepsilon_{1r} + \varepsilon_{2r})} \right\}_{rotor, MS} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Table 3.1 Total Pressure Loss in Hub Outlet

허브형상	총압손실 (Pa)
(a)	117
(b)	105
(c)	97
(d)	61

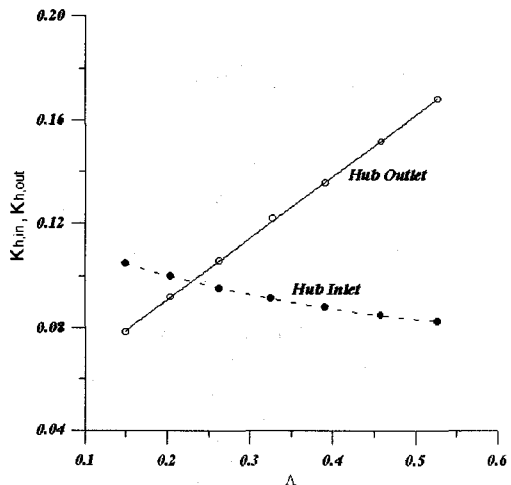


Fig.3.3 Variation of Loss Coefficient according to Flow Coefficient

한편 윗식을 계산하는 데 필요한 C_{DP} 와 C_{DS} 는 다음의 형상 손실계수 ζ_p ^[5]와 2차유동 손실계수 ζ_s ^[6]를 축류터보기계에서의 C_D 와 ζ 사이의 관계식^[7]을 이용하여 환산할 수 있다.

$$\zeta_p = 2 \frac{\theta_2}{l} \frac{\sigma}{\cos \beta_2} \left(\frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2} \right)^2 \frac{2H_2}{3H_2 - 1} \left(1 - \frac{\theta_2}{l} \frac{\sigma H_2}{\cos \beta_2} \right) \quad (3.11)$$

단, $\theta_2/l = 0.0025 D_{eq}^2$.

$$D_{eq} = \frac{W_{a1}}{W_{a2}} \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1} \left[1.12 + 0.61 \frac{\cos^2 \beta_1}{\sigma} \left\{ \tan \beta_1 - \left(\frac{W_{a2}}{W_{a1}} \right) \tan \beta_2 \right\} \right]$$

$$\zeta_s = \frac{1}{(h/l) \cos^3 \beta_m} \left\{ 0.04 \sigma C_L^2 + 0.0423 \sigma \left(1 - \frac{C_{L1}}{C_{Lh}} \right)^2 C_{Lh} \right\} \quad (3.12)$$

윗 식에서 θ_2 와 H_2 는 익렬 후류의 운동량 두께와 형상계수이며, W_{a1} , W_{a2} 는 날개 입출구에서의 상대유입속도의 축방향 성분, 그리고 D_{eq} ^[8] 는 등가 확산비이다.

수두 H_{th} 와 유량 Q 가 주어진 시방에서 허브반경 r_h 가 어떤 값으로 주어지거나 고정하였을 때, 식 (3.10)의 효율 η 는 r_t 를 변화시키고 그 때의 허브비 ν 에 해당하는 V_o 를 계산하여 A 를 산출한다. 또 같은 σ 에 대한 평균반경 r_m ($=\sqrt{(r_h^2 + r_t^2)}/2$) 을 χ 의 식중의 r 대신 대입하면 평균반경 r_m (MS)에서의 χ 를 계산할 수 있다. ϵ 의 값들은 같은 σ 에서의 V_o 와 수두 H_{th} 에서 구해지는 접선속도성분 V_o 를 산출하여 계산한다. 그 결과는 Fig.3.5에 제시되어 있다. 이 그림은 Q , H_{th} , r_h 를 Fig.3.2에 제시된 값으로 고정했을 때의 A 와 η 사이의 관계를 나타낸 것이며, 동익과 정익의 효율은 V_o 를 크게 또는 σ 를 작게함으로써 급속히 증대하다가 어느 점에서부터 완만하게 증대한다. 그러나 허브통로손실은 $A > 0.2$ (Fig.3.3참조) 부근 부터는 익렬 손실보다 상당히 커져서 η 를 최대로 하는 A 가 존재함을 보이고 있다.

Fig.3.5의 결과에 의하면 η_{max} 는 $A \approx 0.32$ 이며, $r_h = 0.178$ m, $Q = 5.66$ m³/s, $N = 1770$ rpm ($\Omega = 185.3$ rad/s)에 대한 최적의 유입속도는

$V_a = 20.5$ m/s로 산출된다. 참고로 본 연구에서 참고로한 송풍기 치수에 대한 설계유입속도는 $V_a = 20.5$ m/s였다. 너무나 우연한 일치인 것 같기도 하다.

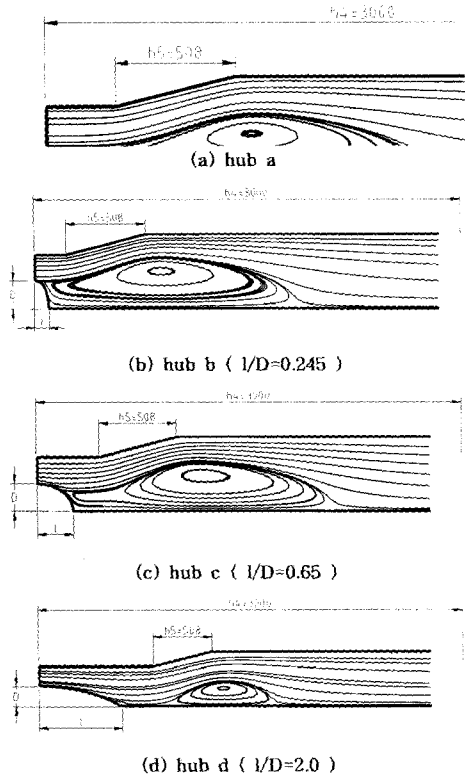


Fig.3.4 Streamline according to Hub Shape

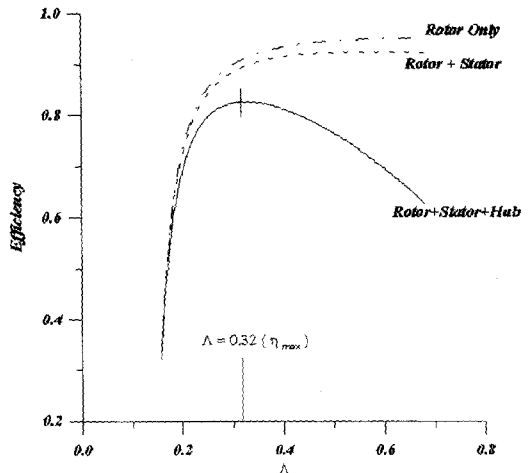


Fig.3.5 Variation of Total to Total Efficiency according to Flow Coefficient

4. 결론

축류송풍기의 전방유입속도 V_a 및 허브비를 결정하는 방법을 결론으로서 요약하면 다음과 같다.

동일의 허브위치에서의 최대 이론수두에 관한 조건식 식(2.4)를 만족하는 허브경 r_h (또는 D_h)가 주어지면 그 값을 기준으로 외경 r_t (또는 D_c)를 변경하여 변경할 때마다 유량과의 관계에서 계산되는 V_a 및 평균반경 r_m 을 계산하여 Λ 와 χ 를 계산한다. 이 값들로부터 손실에 대한 수치 계산에 의해 Fig.3.5와 같은 그림을 구하여 η_{max} 에 해당하는 Λ 를 읽는다. 그림으로써 유입속도 V_a 와 외경 r_t (D_c) 및 허브비 ν 가 확정될 수 있다.

참고 문헌

- [1] Pfleiderer, Carl., "Strömungsmaschinen" ,Springer Verlag , 1957.
- [2] R. Allan Wallis , "Axial Flow Fan and Ducts" , Krieger Publishing Co. , Malabar , Florida , 1993.
- [3] 生井武文 , "遠心軸流送風機と壓縮機" , 朝倉書店 , 日本 , 1965.
- [4] 안광협 , "수치계산을 이용한 축류형 터보기계의 공력학적 설계와 성능 예측" , 연세대학교 석사 학위 논문 , 1998.
- [5] Lieblein S. , "Loss and Stall Analysis of Compressor" , Trans. ASME , J. Basic Engng. , Vol. 81 , 1959.
- [6] Lakshminarayana B. and Horlock J. H. , "Review ; Secondary Flows and Losses in Cascade and Axial Flow Turboamachines" , Int. Mech. Soci. , Vol. 5 , 1963.
- [7] Dixon S. L. , "Fluid Mechanics , Thermodynamics of turbomachinery , 3rd Ed." , Pergamon Press , London , 1978.
- [8] Papaliou K. D. , "Correlation concerning the Process of Flow Deceleration" , Trans. ASME , J. Engng. Power , 1975.