

G/T Shaft 내부의 비정상 유동의 불안정성 Transient Flow Instabilities inside a G/T Shaft

허 남 건(서강대 기계공학과), 원 찬 식(서강대 대학원)

1. 서 론

Gas Turbine 엔진의 Shaft는 보통 속이 비어 있는 hollow shaft이며, 이 shaft를 통해 self-induced flow 작용[1-3]에 기인하여 높은 온도의 공기를 순환시킴으로써 고공에서 엔진의 입구 부분에 결빙되는 현상을 방지 하고 있다. G/T Turbine Shaft 내의 self-induced flow는 S. Gilham[1-3]등의 연구를 통하여 잘 알려져 있다. 그러나 이러한 연구는 정상유동이 Shaft에 미치는 영향에 대해서는 잘 규명 하고 있으나 G/T이 순간 정지 할 때 일어나는 비정상 유동에 대한 연구는 미진하다. 즉 비정상 유동의 불안정에 의한 와류의 발생으로 Shaft내의 열전달 계수가 불균일하게 되어 Shaft Crack 등에 상당한 영향을 미치므로 이에 대한 연구가 필요하다.

Gas Turbine Shaft 내부의 비정상 유동은 회전 원통이 순간 정지 할 때 발생하는 단순한 유동 현상이며, 이는 내부 원통이 회전하는 환형 공간사이의 Coette 유동 현상과 아주 유사하다. 즉 외부 원통이 정지해 있고 내부 원통이 회전할 때에 낮은 속도에서는 두 원통사이에서 정상상태의 층류 유동을 볼 수 있지만 속도가 증가함에 따라, 어떤 임계 속도를 지나서는 원통의 축방향으로 나선 모양의 Taylor와류가 형성된다. 이러한 Taylor 불안정성은 유동이 불안정하기 때문에 생성되며 그 형상은 등근 고리 형태의 3차원 유동이다. 불안정성이 발생하는 임계속도는 Taylor number를 통해 알 수 있으며, 이 값이 1700정도 일때 결정된다.

Taylor 불안정성에 의하여 일어나는 Taylor 와류 현상은 내부 원통이 없고 외부

원통만 존재하여, 외부 원통이 회전하다가 순간 정지하는 경우에도 나타날 수 있다. 이런 경우 Solid body Rotation을 하던 유동이 벽면의 점성 효과 영향으로 Solid Body Rotation 영역과 벽면의 강한 전단류의 영향을 받는 영역으로 양분 된다. 즉 Solid Body 회전을 하는 유체 자체가 내부 원통의 역할을 한다고 할 수 있다. 하지만 두 원통 사이의 유동에서는 내부 원통의 속도를 계속해서 일정하게 유지시킬 수 있어서 와류의 형상을 지속적으로 관찰 할 수 있었지만 본 논문의 경우에는 속도가 점점 감소하게 되므로 일정한 시간이 지나서는 와류의 형상이 사라질 것이다. 그리고 층류 유동이 불안정성에 의해 붕괴되어 3차원 난류 유동으로 발달되어 가는 것을 관찰 할 수 있을 것이다. 본 논문에서는 이러한 현상에 대해 이론적 규명을 하고 유동가시화를 통해 여러 가지 변수에 따른 와류의 형성을 알아보고자 한다.

2. 유동 불안정성 해석

회전 환형 원통 내부의 유동 불안정성에 대해서는 많은 연구가 진행되어 왔으며, 다음 식과 같이 표시되는 Taylor 수가 1700부근에서 불안정하게 된다는 것은 잘 알려져 있다.

$$Ta = \frac{r_i(r_o - r_i)^3 \Omega_i^2}{\nu^2} \quad (1)$$

여기서 r_i 와 r_o 는 각각 내부 및 외부 원통의 반지름을 나타내며, Ω_i 는 내부 원통의 회전 속도, 그리고 ν 는 동점성계수를 나타낸다.

내부 원통이 없이 원통이 회전하다 정지한 경우에는 처음에 모든 영역이 Solid body Rotation 으로부터, 벽면의 점성 효과가 점점 원통 중심으로 전파되어, 중심의 영역에서는 Solid body Rotation이 지속되고 벽면에서는 강한 전단류가 발생한다. 이러한 현상은 일반적인 Taylor 유동 불안정성이 발생하는 회전 환형 공간에서 내부 원통의 반지름이 시간에 따라 점점 작아지는 것으로 취급되어 질수 있으며 이에 따라 얻어지는 Taylor 수가 임계값을 넘게 되면 유동 불안정성이 나타난다고 생각할 수 있다.

원통 좌표계로 나타낸 Navier-Stokes Equation에서 축방향 운동(Axial motion)이 나 끝부분 영향(End effect)이 없기 때문에

$$v_z = \frac{\partial}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

이라 할 수 있으며 원통 내의 유체는 회전 대칭이므로(Circular symmetry) 유체 유동은 순수하게 원주 운동만 하게 된다. 따라서

$$v_\theta = v_\theta(r, t) \quad (3)$$

가 된다.

그러므로 θ 성분에 대한 Momentum equation은 다음과 같은 식이 된다.

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} = \frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} \right) - \frac{\nu}{r^2} v_\theta \quad (4)$$

또한 경계조건과 초기 조건은 다음과 같이 된다.

경계 조건 ;

$$v_\theta(r_0, t) = 0 \quad r = r_0 \quad (5)$$

$$v_\theta(0, t) = 0 \quad r = 0 \quad (6)$$

초기 조건 ;

$$v_\theta(r, 0) = \Omega_i r \quad t = 0 \quad (7)$$

위 경계 조건과 초기 조건을 이용하여 식

(4)을 변수 분리 하면 bessel 함수로서 다음과 같이 점선 방향 속도를 구할 수 있다.

$$v_\theta = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2r_0\Omega_i}{\alpha_n J_2(\alpha_n)} J_1(\lambda_n r) e^{-\nu \lambda_n^2 t} \quad (8)$$

여기서

r_0 : 외부 원통 반경

r : solid-body flow 반경

Ω : 회전 각속도

$J_n()$: n order bessel function

α_n : 1st order zero point

λ_n : root of $J_1(\lambda_n r_0)$

ν : 동점성 계수

t : time

위 식(8)을 이용하여 시간의 변화와 반경의 변화에 따른 점선 방향 속도를 구하여 그림 1에 나타 내었다. 100 rpm (10.472 R/s) 을 사용했고 그림으로부터 점선 방향 속도는 원통면에서의 점성효과에 의해 시간에 따라 작아져서 결국 정지됨을 알 수 있다.

앞에서 설명한것과 같이 그림 1을 통해 Solid body Rotation하는 영역의 반지름을 구해 Taylor 수를 결정할 수 있다. 그러나 Solid body Rotation하는 영역의 경계가 명확하지 않고, 또한 유동의 불안정성도 벽면의 강한 전단류에 의해 발생 하므로 벽면에서의 유동 속도 구배를 그림 1로부터 구하여

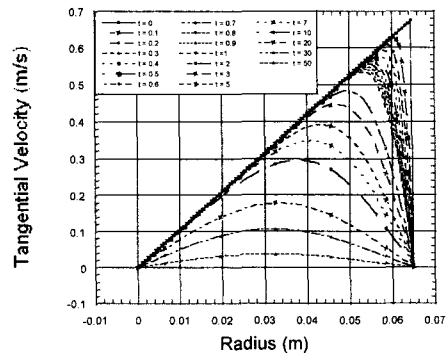


그림 1. 시간과 반경의 변화에 따른 점선 방향의 속도 변화

다음과 같이 가상적인 내부 원통의 반경을 구하였다.

$$a = \frac{dv_{\theta}}{dr} = \frac{0 - \Omega r_i}{r_0 - r_i} \quad (9)$$

가 된다. a 는 Gradient로서 그림 1의 속도 그래프를 통하여 구할 수 있다. 식 (9)에서 r_i 를 식(1)의 Taylor number에 넣어 정리하면

$$Ta = -\frac{\Omega^5 r_0^5}{\nu^2} \frac{a}{\Omega - a} \left(\frac{1}{\Omega - a} \right)^3 \quad (10)$$

- r_i : 내부 원통의 반경
- r_o : 외부 원통의 반경
- Ω : 회전 각속도
- ν : 동점성 계수

이며, 뒷 식을 이용하여 Taylor Number와 시간과의 관계를 그림 2에 나타 내었다. 그리고 임계시간을 구하기 위하여 임계점 부분을 따로 그림 3에 나타 내었다. 그림 3에서 임계시간은 0.2-0.3초 사이에 나타나는데 이는 실험 결과와 잘 일치 한다.

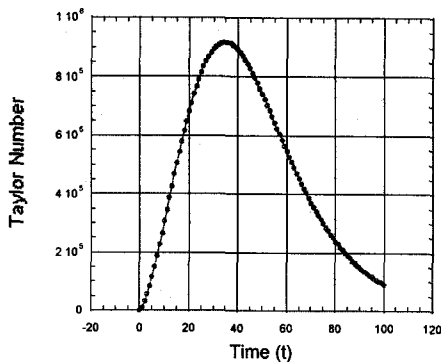


그림 2. 시간에 따른 Taylor Number의 변화

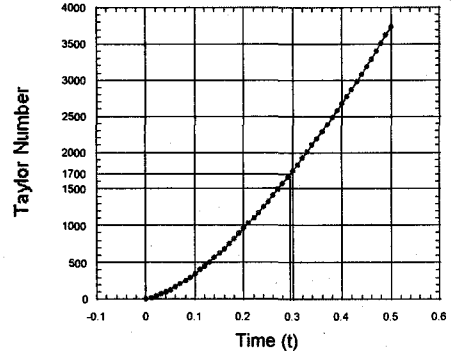


그림 3. 임계점 1700 부근의 시간에 따른 Taylor Number의 변화

3. 유동 가시화

전체 유동 가시화 실험 장치는 1300mm, 세로 310mm, 높이 450mm의 크기로 제작 하였다. 그 자체가 회전하는데 외경 140mm, 내경 130mm, 길이 1000mm인 아크릴을 사용 하였다. 한쪽 면은 개방되어 있으며 다른 한쪽은 아크릴 원판에 의해 닫혀 있다. 회전 동력은 브레이크가 장착된 DC 모터를 이용 하였다. 전체적인 형상을 그림 4에 나타 내었다. 와류의 형상을 가시화 하기 위하여 laser를 이용한 평면광을 사용 하였다.

원통의 회전 속도를 측정하기 위해서 Digital Tachometer를 이용 하였으며 가시화된 와류를 촬영하기 위해서 Digital camera를 이용 하였다.

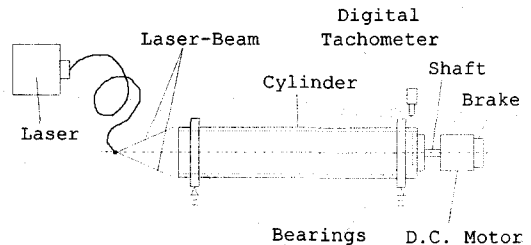


그림 4. Schematic Diagram of Experimental Apparatus

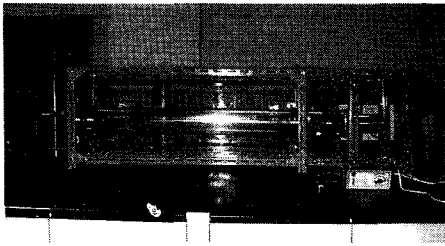


그림 5. 원통 회전 실험 장치 사진

실험은 일정한 각속도로 원통을 회전시켜 원통내 유동이 Solid body 회전을 하게 될 때 까지 회전을 지속 한다. 본 연구에서는 담배 연기를 유동 가시화 입자로 사용하여 회전하고 있는 원통 내부에 넣어 주었다. 유동이 Solid Body 회전을 하게 되면 브레이크를 작동시켜 원통을 순간적으로 정지 시키고, 이 때 나타나는 현상을 확인하며 카메라를 이용하여 촬영하였다. 그리고 이러한 실험을 각속도를 변화 시켜가며 수행하였다.

4. 결과 및 토의

유동을 Solid Body 회전이 될 때까지 충분히 회전 시켜준 다음 순간적으로 원통을 정지 시켰을 때 유동은 불안정성에 의해서 그림 6에서와 같이 2차 유동인 와류가 축방향을 따라서 회전하는 원통 Radial 방향 끝부분에 생성된다. 입자에 의해 가시화 된 모습을 보면 와류는 고리 모양으로 서로 반대 방향으로 회전하는 와류가 한 쌍을 이루며 형성 된다.

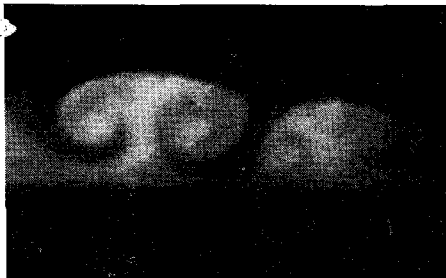


그림 6. 와류의 형상 (38 rpm)

생성되는 와류의 크기, 개수는 그림 7, 8, 9, 10에서 볼 수 있듯이 회전하는 원통의 속도에 따라 각각 달라짐을 살펴 볼 수 있다. 즉 원통의 초기 회전 속도가 빠르면 빠를수록 임계 Taylor 수가 나타나는 시간이 짧아 지고 이에따라 임계 Taylor 수에 도달 했을 때 점성의 영향을 받는 부분이 좁아 지게 되므로 작은 여러개의 와류가 형성됨을 볼 수 있다. 와류의 크기와 개수는 표 1과 그림 11, 12에 나타 내었다.

표 1. 원통의 회전 속도와 와류의 Cell의 개수 및 크기 비교

원통 회전 속도 (rpm)	Cell 의 개수 (개/m)	Cell의 크기 (mm)
38	59.7	24.4
80	87.5	15.1
103	112.2	14.4
180	159.1	10.4

그림으로부터 회전 속도가 증가 할수록 와류의 개수가 선형적으로 증가 하며 Cell의 크기도 감소함을 볼 수 있다. 와류의 생성시간은 회전하는 유동의 속도가 낮을수록 더 오래 걸린다. 즉 원통을 세운 후 얼마간의 시간이 지나야 와류가 생성됨을 볼 수 있다. 실험을 통해 약 40rpm에서는 2-3초 정도 지나서 와류가 생성됨을 볼 수 있었고 약 100rpm 정도에서는 0.1-0.5초 150rpm 이상에서는 거의 정지되는 순간에 와류가 생성되었다. 그리고 그 와류가 지속되는 정도도 역시 빠른 회전 속도보다 낮은 회전 속도에서 더 오랜 지속시간을 가짐을 볼 수 있다.

와류가 축 방향을 따라서 일정 부분에 약간의 와류가 생성될 때 그 양옆에서는 와류가 소멸되었다가 다시 생성되는 것을 볼 수 있다. 그것은 원통 한쪽은 막혀 있고 다른 한쪽은 열려 있어서 와류가 나선회전을 하며 열려진 방향으로 운동하기 때문이다.

본 연구에서는 실험 장치는 축방향으로 한쪽 끝 부분은 열려 있고 다른 한쪽 끝부분은 막혀 있는 원통을 사용 하였다. 한쪽 끝



그림 7. 38 rpm 일 때 원통 끝 부분에 형성되는 와류의 형상



그림 8. 80 rpm 일 때 원통 끝 부분에 형성되는 와류의 형상



그림 9. 103 rpm 일 때 원통 끝 부분에 형성되는 와류의 형상

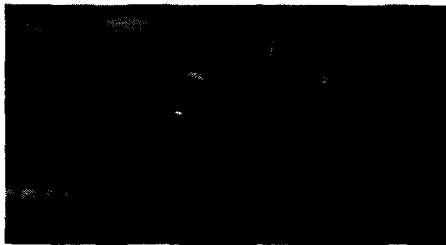


그림 10. 180 rpm 일 때 원통 끝부분에 형성되는 와류의 형상

부분을 열어 놓은 이유는 우선 Particle의 연속적인 공급을 위함 이었고 원통이 길기 때문에 와류 생성되는 자체는 충분히 관찰 할 수 있기 때문이다. 하지만 끝 부분이 열려

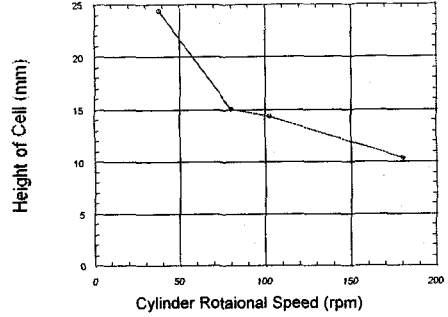


그림 11. 원통의 회전 속도와 와류 Cell의 개수 비교

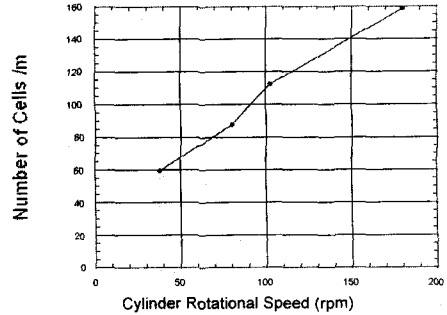


그림 12. 원통의 회전 속도와 와류 Cell의 크기 비교

있기 때문에 유동은 축방향을 따라 계속 움직이는 상태이고 따라서 생성된 와류도 이에 영향을 받는다. 유동이 축방향을 따라 움직이는 현상을 Self Induced Flow라고 하는데 [1] 한쪽이 열려있고 다른 한쪽이 닫혀 있을 경우 유체는 열려진쪽에서 원통의 중심축을 따라 유입되어 막혀진 한쪽 단면에서 반경 방향으로 진행하여 회전 원통을 따라 밖으로 나가는 것을 말한다. 원래 와류는 원통의 Radial 방향 끝부분에서 축에 수직되게 형성되는데 Self Induced Flow의 영향으로 열려진 방향으로 기울어지는 형상을 갖는다. Self Induced Flow는 회전 속도가 빠를수록 유체가 유입되는 속도와 나가는 속도가 빨라지게 된다. 따라서 생성된 와류는 회전 속도가 빠

를수록 밀려나가는 정도가 커져서 관찰하기가 쉽지않다. 그림으로 주어진 와류의 형상도 Self induced Flow의 영향이 작은 낮은 회전 속도에서 촬영한 것이다.

열려진 원통 끝 부분에서는 와류의 형상을 관찰하기가 힘들었다. 열려진 곳에서는 외부 유동의 영향을 쉽게 받을뿐만 아니라 원통 내에서 나가는 유동 역시 정지 순간 유동 방향의 다양한 변화에 따라 영향을 주기 때문이다.

5. 결 론

순간 정지하는 Gas Turbine Shaft의 내부에는 유동의 불안정성으로 인해 형성되는 Taylor 와류에 의해 열전달 계수가 위치에 따라 달라져서, Crack이 발생할 가능성이 높아진다. 본 논문에서는 회전하는 원통을 순간적으로 정지 시켰을 때 원통내 유동의 불안정성에 의해서 나타나는 와류의 생성을 이론적으로 규명하였으며, 유동 가시화를 통해 Taylor 와류 형성을 확인 하였다. 원통의 회전 속도가 빠를수록 원통이 정지 하였을 때 와류의 생성 시간이나 소멸 시간 그리고 소멸 뒤 유동의 천이 상태에서 원통내의 유동의 불안정성은 커짐을 알 수 있었다. 또한 회전 속도가 클수록 생성되는 와류의 개수가 많아 지고 그 크기가 작아짐을 알 수 있었다.

앞으로 속도 뿐만 아니라 회전 원통의 중형비등이 와류의 생성에, 즉 유동의 불안정성에 미치는 영향등에 관한 연구가 필요하며 Self Induced Flow의 영향도 주의 깊게 살

펴보아야 할 것이다. 또한 CFD기법을 이용한 유동의 불안정성에 관한 수치 해석이 수행될 예정이다.

후기

본 연구는 터보동력기계연구센터의 지원으로 수행되었으며, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

참고 문헌

- [1] Gilham S, Ivey P C, Owen J M, and Pincombe J R, *Self-Induced Flow In a Rotating Tube*, J Fluid Mech., vol.230, pp.505-521, 1991 a
- [2] Gilham S, Ivey P C, and Owen J M, *Self-Induced Flow In a stepped Rotating Tube*, ASME Int Gas Turbine Conf, Orlando, Paper 91-GT-276, 1991b
- [3] Gilham S, Ivey P C, and Owen J M, *The Transfer of Heat by Self-Induced Flow In a Rotating Tube*, ASME, Paper 92-GT-305, 1992
- [4] 이기석 외 5명, “주기적으로 회전시키는 원통 내부 유체유동의 수치 실험”, 대한기계학회 추계학술대회논문집 B, pp. 451-456, 1996
- [5] 이상준, 박용준, “동심원통사이의 Taylor 와류의 불안정성에 관한 연구”, 대한기계학회논문집 제 15권 제 4호, pp. 1324-1332, 1991