

워터 제트내 유동장에 관한 수치해석 연구

김일수*, 박창언*, 김대호**

A Numerical Study on Flow in a Water Jet

Ill-Soo Kim*, Chang-Eun Park*, Dae-Ho Kim**

Key Words : Two-Dimensional Turbulent Flow(2차원 유동), Internal Flow in Nozzle(노즐내 부유동), Computational Fluid Dynamics(전산유체역학), Standard $\kappa-\epsilon$ Model(표준 $\kappa-\epsilon$ 모델)

Abstract

This paper presents the development of a two-dimensional model for investigating the fluid flow in water jet and calculating the velocity and pressure distributions. The mathematical formulation as a standard $\kappa-\epsilon$ model was solved employing a general thermofluid-mechanics computer program, PHOENICS code, which is based on the Semi-Implicit Method Pressure Linked Equations(SIMPLE) algorithm. The developed code was applied to water jet design to determine the nozzle size, and investigated the effect of the change of nozzle location. Calculated results showed that the flow pattern is not changed as the change of nozzle location.

1. 서론

1960년대 이후 컴퓨터 성능의 급속한 발달과 더불어 난류유동의 해석방법은 실험적 방법에서 벗어나 점차 수치 해석적 방법으로 변화해 갔다. 수치적 방법에 의해 난류유동을 해석하여 그 특성을 예측하는 방법이 실용성을 갖기 위해서는 해의 정확성과 전산비용 절감이 선행되어야 한다. 최근 여러 가지 해석방법에 대한 이론적 연구와 컴퓨터 성능의 발달과 더불어 이러한 문제점들이 단계적으로 개선되고 있었으나 현재까지 복잡한 시스템들의 설계나 운전애 수치해석법을 편리한 수단으로 활용하기 위해서는 해결되어야 할 문제점들(적합한 난류모델의 적용, 적절한 해법, 대류항 이

산화법의 적합성, 격자망 구성)이 많이 잠재하고 있는 실정이다.⁽¹⁻⁵⁾

Hah⁽⁶⁾는 압축성 Navier-Stokes 방정식을 기초한 유체기계의 난류유동을 체적법으로 함수를 수반한 대수 응력모델을 이용하여 완전 타원형 형식(fully elliptic form)으로 지배방정식의 해를 구했다. 또한 복잡한 3차원 점성유동현상들(재부착, 박리, 말굽와류)의 형상을 시험결과와 비교하였으며 좋은 결과를 나타내었다. Nallasmy⁽⁷⁾는 $k-\epsilon$ 모델을 유곡선들과 열전달을 수정하였으며, 여러 난류모델들을 비교한 결과를 발표하였다. 하지만 소용돌이 흐름(swirl flow)에서는 부정확하고, 2차 흐름이나 소용돌이 흐름에서는 대수응력 모델이 다른 모델들보다 좋은 결과를 나타낸다고 주장하였다. Yokota⁽⁸⁾는 캐스케이드내의 난류유동 연구에서 조밀한 격

* 목포대학교 기계공학과

** 목포대학교 기계공학과 대학원

자에만 국한시킨 $\kappa - \varepsilon$ 난류 모델을 이용한 결과가 전반적 결과보다 우수함을 증명하였고, 경계층 두께의 예측에는 상당한 오차가 존재함을 발견하였다. 최근에, 김경엽⁽⁹⁾은 저 Reynolds수 $\kappa - \varepsilon$ 모델을 사용해서 캐스케이드내의 난류운동을 연구하였으며, 수치계산은 표준 $\kappa - \varepsilon$ 모델의 경우보다점서 효과가 매우 큰 후연(trailing edge)근처에서의 압력 및 속도분포의 중요성을 기술하였다. Liu와 Zheng⁽¹⁰⁾는 캐스케이드내의 난류운동에 대한 $\kappa - \varepsilon$ 모델이 벽 근처 난류운동의 특성을 잘 파악하지 못하는 반면에 $\kappa - \omega$ 모델은 점성 저층에서 함수가 불필요하며, 모델 방정식이 수학적으로 간단하며 벽 근처에서 덜 스티프(stiff)하며, 역압력 구배와 박리유동에서도 상당히 좋은 결과를 보여주었다.

일반적으로 water jet 내부유동은 2차원, 압축성, 난류, 비정상 유동으로 컴퓨터 시뮬레이션으로 구한 압력 및 속도 분포유동을 수치 계산함으로써 water jet의 형식, 단수, 외형 치수 등을 결정하고 tlofgja으로 얻은 경험식을 사용하여 제작된 water jet의 성능을 평가하는 방식으로 연구가 진행중이다. 이는 경제적 측면이나 기술적인 차원에서 제품 개발의 성공과 실패에 대한 원인을 규명할 수도 있으며 제품의 경쟁력과 신제품 개발 필요성이 대두되고 있다.

본 연구는 전자동 자반건조기 개발에 사용되는 건조기 중에서 고효율 water jet을 설계하기 위하여 CFD프로그램을 응용한 유동해석 컴퓨터 코드 개발하고자 한다. water jet 유동장에 대한 2차원 Navier - Stokes 방정식과 난류응력 성분들을 계산하기 위해 난류운동 에너지와 이 에너지의 소멸율에 관한 2개의 방정식을 부가적으로 계산하는 모델을 개발하였다. $k - \varepsilon$ 난류모델⁽¹¹⁻¹²⁾과 유한체적법(finite volume method)⁽¹³⁻¹⁴⁾을 사용하여 이산화하였다. 이 계산결과(압력 및 속도분포)를 실험결과와 비교 검토함으로써 본 코드의 타당성 및 표준 $k - \varepsilon$ 모델이 유효성을 검증하였다.

2. 수치해석 이론 및 방법

2.1 지배방정식

정상상태 난류유동에 대해 연속방정식과 운동량 방정식은 직각 좌표계로 표시하면 다음과 같다.

연속방정식:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (1)$$

운동량방정식:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\rho uu) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv) &= \frac{\partial b}{\partial x} \\ + \frac{\partial}{\partial x}(\mu \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu \frac{\partial u}{\partial y}) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\rho vu) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vv) &= \frac{\partial b}{\partial y} \\ + \frac{\partial}{\partial x}(\mu \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu \frac{\partial v}{\partial y}) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 난류운동에너지(k) 방정식 및 난류운동에너지 소멸률(ε) 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\rho uk) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vk) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu^t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x}\right) \\ - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\mu^t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y}\right) = (G_k - \rho\varepsilon) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\varepsilon) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu^t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\right) \\ - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\mu^t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right) = \frac{\varepsilon}{k} (C_{1\varepsilon} G_k - C_{2\varepsilon} \rho\varepsilon) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} G_k = 2 \mu^t \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] \\ + \mu^t \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (6)$$

$$C\mu = 0.09, C_1 = 1.44, C_2 = 1.92$$

$$\sigma_k = 1.0 \text{ and } \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad (7)$$

$$\mu_t = C_\mu \cdot \frac{\rho k^2}{\epsilon} \quad (8)$$

2.2 경계조건

지배방정식을 계산하기 위해서는 모든 계산영역의 경계면에 경계조건(boundary condition)을 주어야 한다. water jet에서 경계조건은 입,출구와 벽면으로 정의되며, 입구에서의 속도는 균일한 속도 및 압력을 부여하였다. 출구는 입구에서의 조건과 상관없이 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

벽면 경계조건은 벽면에서는 no slip condition ($u=v=0$)을 적용하였다.

3. 결과 및 검토

water jet내에 계산의 정확성을 높이고, 분석비용을 줄이기 위하여 부등메쉬(nonuniform mesh)를 이용하였다. 조밀한 입자는 nozzle 근처에 배치하였으며 반대로 거친 입자는 nozzle에서 먼 곳으로 배치시켰다. 수학적 모델은 Fig. 1에서 나타낸 것과 같이 압력 및 속도분포를 계산하기 위하여 63×45 비균일 고정된 사각형 그리드(grid) 시스템을 이용하였다. 지배방정식의 해를 위하여 문제영역은 직사각형 검사체적(control volume)에 포함하였다. 콘트롤 체적내 변수들의 값은 관련 절(node)점 값에 관하여 나타냈고, 주 노드는 각 콘트롤 체적의 중앙에 위치시켰다. 미분방정식의 차분화는 차분화 과정이 물리적 현상에 기초를 둔 검사 체적법을 이용하였다. 검사체적법에서는 미분방정식의 유도시에 기본이 되었던 보존법칙(conservation law)을 각각의 검사체적에 대하여 적용하는 과정에서 다음과 같은 차분식을 얻게된다.

$$a_p = \sum a_{nb} \psi_{nb} + b \quad (10)$$

유동현상 지배방정식의 차분화 과정에서는 hybrid 모델 및 SIMPLE 알고리즘을 사용하였고, 위와 같은 차분식을 TDMA (Tri - Diagonal Matrix Algorithm) 방법을 통해 해를 구하였다. 경계조건과 함께 방정식을 해결하기 위해 상업적인 열,유체 컴퓨터 프로그램인 PHEONICS를 이용하였다. 이 프로그램은 SIMPLE 알고리즘에 기초한 것이며 편미분 방정식들을 커풀링하여 해결하도록 개발되었다. 일반적으로 온도에 종속일 뿐만 아니라 합성에도 종속하기 때문에 재료의 상태량을 정확하게 얻기 위해서는 상당히 어렵다. 결국, 여기서 나타난 값은 양의 근사법을 이용하여 구하였다. 수렴은 임계그리드(critical grid) 위치에서 관련 종속변수의 스폿(spot)값이 고정되고(<0.001), 지배방정식의 오차가 계속하여 줄어들 때 가능하다. 일반적으로 오차는 시물레이션 하기전 처음 스위프(sweep)가 종식되는 것에 관련하여 적어도 3차수까지 감소하여야 한다. 사용한 시간시스템은 10^3 초이다. 스위프 수는 초기추정, 재료의 상태량, 세밀하게 조정된 완화변수와 같은 변수들에 의존하는 수렴한 해를 달성시킨 것이다. 계산은 언제 다음시간 단계로 갈 것인지를 결정하는 simulation stop 기준인 기준오차는 압력 및 속도를 계산하기 위하여 10^{-9} 로 가정하였다.

본 연구에서 연구대상은 (주) 정석기업에서 전자동 자반진조기 이용할 예정인 DWP40 Wesco Pump의 노즐입구의 유량은 $0.08 \text{ m}^3/\text{min}$ 으로 결정한 후 시물레이션을 했다. Figs. 2~4는 nozzle 직경이 각각 6mm, 7mm, 8mm의 압력 분포도를 나타낸다. Figs. 5~7은 nozzle 직경이 각각 6mm, 7mm, 8mm의 속도 분포도를 나타낸다. 그림에 따르면 DWP40 Wesco Pump의 최적의 nozzle 직경은 7mm임을 알 수 있었다. 결론적으로 Figs. 2~7에서 볼 수 있듯이 개발된 유동해석 컴퓨터 code은 최적의 water jet의 nozzle 크기를 결정하는데 유용하다는 것을 알 수 있었다. 한편 nozzle위치 변화에 따른 압력과 속도 분포도의 영향을 연구하

었다. Figs. 8~9는 nozzle 7mm 기준으로 각각 앞으로 1mm 그리고 뒤로 1mm 이동할 경우의 압력 분포도를 나타내며, Figs. 10~11은 nozzle 7mm 기준으로 각각 앞으로 1mm 그리고 뒤로 1mm 이동할 경우의 속도분포도를 나타낸다. Figs. 8~11에서 알 수 있듯이 nozzle 위치 변화에도 압력 및 속도분포에는 별 영향이 없다는 것을 알 수 있다. 차후에 개발된 유동해석 모델을 이용하여 water jet 설계를 실용화하기 위해서는 추가적인 실험 연구가 필요하며 이에 대한 연구가 현재 진행 중이다.

4. 결 론

본 연구에서는 2차원 지배방정식을 기초로 하여 유동해석 코드를 개발하고, 이를 water jet에 적용하여 유동특성을 해석함으로써 근사적인 해석으로 얻을 수 없는 유동현상들을 파악 할 수 있었다. 또한 최적화 과정에서 경계조건의 범위를 어떻게 하느냐에 따라 최적화에 많은 영향을 준 nozzle 위치 따른 압력 및 속도의 분포도를 연구하였다. 앞으로 다양한 종류의 노즐 및 water jet 형태 설계가 가능하도록 형태함수의 연구와 목적함수 설계구속조건의 선택에 있어서 보다 유연성을 갖는 프로그램 개발에 지속적인 연구가 필요하다.

Nomenclatures

- $C_u, C_1, C_2, \sigma_k, \sigma_\epsilon$: $k-\epsilon$ 모델의 상수
 k : 난류 운동에너지
 p : 압력
 x, y : Cartesian 좌표계
 ϵ : 난류운동에너지 소산율
 μ : 점성계수
 ρ : 밀도
 u, v : 평균 상대속도

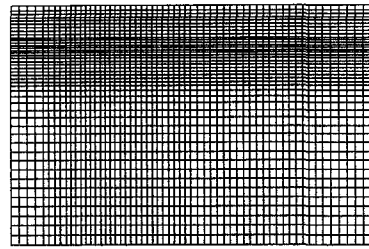


Fig. 1 Grid employed for computations

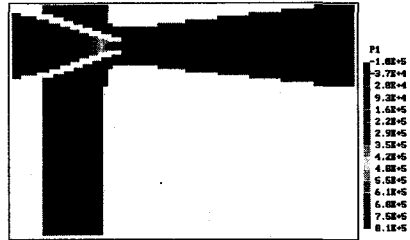


Fig. 2 Pressure field in water jet for 6mm

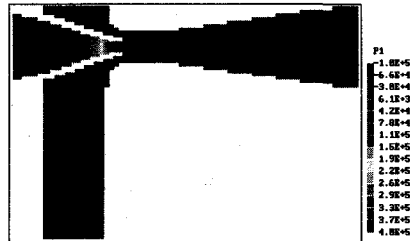


Fig. 3 Pressure field in water jet for 7mm

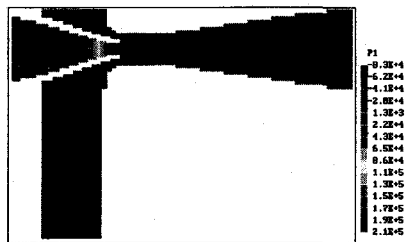


Fig. 4 Pressure field in water jet for 8mm

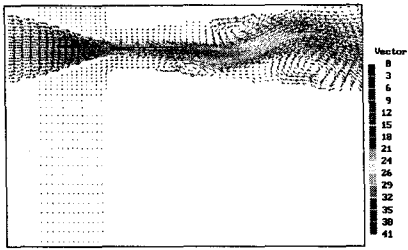


Fig. 5 Velocity distribution in water jet for 6mm

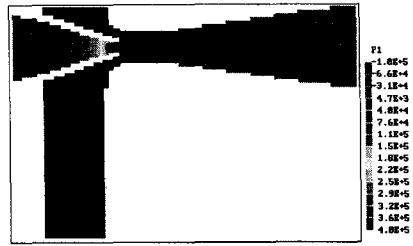


Fig.9 Pressure distribution in water jet for location rear 1mm

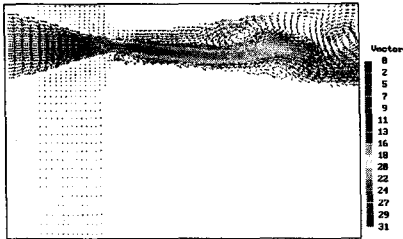


Fig. 6 Velocity distribution in water jet for 7mm

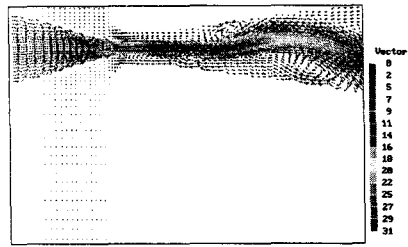


Fig. 10 Velocity field in water jet for location prior 1mm

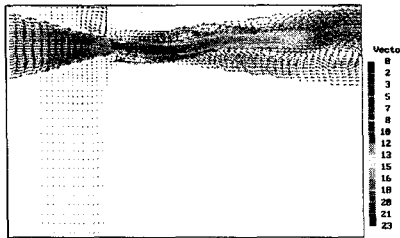


Fig. 7 Velocity distribution in water jet for 8mm

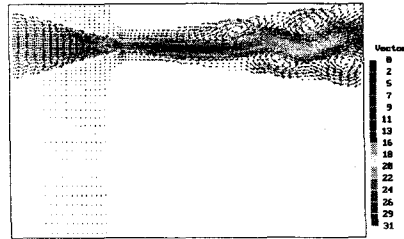


Fig. 11 Velocity field in water jet for location rear 1mm

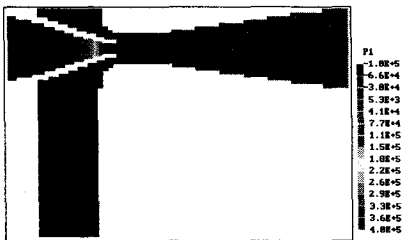


Fig. 8 Pressure distribution in water jet for location prior 1mm

참 고 문 헌

1. H. Turkoglu and B. Farouk, "Effect of Gas Injection Velocity on Mixing and Heat Transfer in Molten Steel Baths", Met. Trans., Vol. 21B, pp. 771-781, 1990.
2. H. Turkoglu and B. Farouk, "Numerical Computations of Fluid Flow and Heat Transfer in a Gas-stirred Bath", Numerical Heat Transfer, Part A, Vol.

- 21, pp. 377-399, 1992.
3. M. P. Schwarz and W. J. Turner, "Applicability of the Standard $\kappa - \epsilon$ Turbulence Model to Gas-stirred Baths", Appl. Math. Modelling, Vol. 12, pp. 273-279, 1988.
 4. 심우건, "편심환내의 회전 유동", 한국공작기계 기술학회지, 제6권, 제3호, pp. 9-16, 1997.
 5. 김용길, 김수태, 박천용, "고정밀 선반 주축계의 열특성 해석", 한국공작기계기술학회지, 제6권, 제3호, pp. 44-51, 1997.
 6. C. Hah., "A Navier-Stokes Analysis of Three-Dimensional Turbulent Flows Inside Turbine Blade Rows at Design and Off-Design Conditions", Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 1106, pp.421-429, 1984.
 7. M. Nallasamy, "Turbulence Models and Their Applications to the Prediction of Internal Flow", Computers and Fluids, Vol. 15, No. 2, pp. 151-194, 1987.
 8. J. W. Yokota, "Diagonally Inverted Lower-upper Factored Implicit Multigrid Scheme for the Three-Dimensional Navier-Stokes Equations", AIAA Journal, Vol. 28, No. 9, pp. 1642-1649, 1990.
 9. 김경업, "압축기용 선형 캐스케이드내의 3차원 난류유동의 수치해석적 연구", 서울대학교 박사학위논문, 1993.
 10. F. Liu and X. Zheng, "Staggered Finite Volume Scheme for Solving Cascade with a $k-\epsilon$ Turbulence Model", AIAA Journal, Vol. 32, No. 8, pp. 1589-1597, 1994.
 11. J. P. Van Doormal and G. D. Raithby, "Enhancement of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows", Numerical Heat Transfer, Vol. 7, pp. 147-163, 1984.
 12. B. E. Launder and D. E. Spalding, "The Numerical Computation of Turbulent Flows", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 3, pp. 269-289, 1974.
 13. I. A. Demirdizic, "A Finite Volume Method for Computation of Fluid Flow in Complex Geometries", Ph.D Thesis, University of London, 1982.
 14. M. A. Peric, "Finite Volume Method for the Prediction of Three-dimensional Fluid Flow in Complex Ducts", Ph.D Thesis, Imperial College, London, 1985.