

후류장에 의한 가스터빈 회전익 통로내 비정상 유동의 수치해석적 연구

김윤제* · 전용렬**

A Numerical Analysis of Unsteady Flow in a Rotor Blade Passage by Wake Passing

Youn J. Kim*, Y. R. Jeon**

Key Words : Unsteadiness (비정상성), Rotor Blade Passage (회전익 통로), Wake Model (후류모델), Wake/Rotor Interaction (후류/회전익의 상호작용)

ABSTRACT

The effects of unsteady flow on gas turbine, particularly on a rotor blade surface are numerically investigated. The unsteady flow in a rotor blade passage as a result of wake/blade interaction is modeled by the inviscid flow approach, and solved by the Euler equations using a time accurate marching scheme. Numerical results show that for the case of $P_s/P_r=1.5$, the velocity and pressure distribution on the blade surfaces have much more complex profiles than those of $P_s/P_r=1.0$.

1. 서 론

터빈 익렬 내에서 발생하는 유동이나 열전달 현상은 아주 복잡한 성질을 갖고 있으며, 유동은 비정상성(unsteadiness)을 내포하는 3차원 천음속 흐름을 나타낸다. 이러한 비정상성을 유발시키는 요인 중 후류의 통과(wake passing)는 다른 것 보다 지배적이라 할 수 있다⁽¹⁾.

후류는 상류 익렬로부터 항상 발생하고 상대적으로 천천히 소멸되므로 넓은 축간격을 갖는 블레이드 열에서도 그 영향을 무시할 수 없다.

이러한 후류와 블레이드 간의 상호작용에 대한 실험적 연구는 Binder 등⁽²⁾, Hodson⁽³⁾, Addison 등⁽⁴⁾에

의해서 수행되었다. 또한 Dring 등⁽⁵⁾은 회전익 표면의 경계층은 고정익 후류가 회전익 통로를 따라 통과함으로써 층류와 난류층으로 바뀌는 실험결과를 발표하였다. 또한 수치해석적 연구로는 Hodson⁽⁶⁾이 Denton⁽⁷⁾ 기법을 기초로 하여 유한체적법, Giles⁽⁸⁾는 Ni⁽⁹⁾의 다중격자기법(multigrid scheme)을 이용하여 회전익 통로에서의 2차원 비정상 유동을 해석하였다.

터보기계 내의 유동은 블레이드인 고정익(stator)과 회전체인 회전익(rotor)사이를 유체가 연속적으로 흐르는 구조에 의해 비정상 유동장이 형성되기 때문에 주기적인 유동장을 기대할 수 있다. 이러한 주기적인 유동장은 블레이드의 열전달 및 공기역학적 특성에 큰 영향을 미치는 것으로 이미 널리 알려져 있다⁽¹⁰⁾. 따라서 보다 정숙한 운전 특성을 갖는 블레이드를 설계하기 위해서는 주기적인 비정상 유동에 대한 이해가 필

* 성균관대학교 기계공학부

** 성균관대학교 기계공학부 대학원

수적이다.

따라서, 본 연구에서는 SSME(Space Shuttle Main Engine) 터빈의 회전익을 연구대상으로 하여 고정익과 회전익의 상대운동으로부터 야기되는 비정상성을 유발하는 요인 중 후류에 의한 영향을 Gaussian 후류 모델과 유한차분법을 사용하여 고찰하는 전산 프로그램을 개발함으로써, 항후 보다 효율적인 익렬에서의 열전달 및 경계층 영향, 그리고 난류모델의 적용에 보탬이 되고자 한다. 또한 가스터빈에 사용되는 고정익과 회전익의 피치는 동일하지 않기 때문에 임의의 피치비에 의하여 야기되는 비정상성을 해석할 수 있는 전산 프로그램을 개발하는데 그 목적이 있다.

2. 유동방정식

2.1. 지배방정식

2차원 비정상, 비점성 유동의 Euler 방정식은 직교 좌표계에서 아래와 같은 보존형으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$D = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho U \\ \rho V \\ e \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho U^2 + P \\ \rho UV \\ (e+P)U \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho UV \\ \rho V^2 + P \\ (e+P)V \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서, ρ 는 밀도, e 는 단위질량당 전체에너지, 그리고 U 와 V 는 각각 x 와 y 방향의 속도성분을 나타낸다.

이상기체 상태방정식으로 부터 압력은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$P = (\gamma - 1) \left[e - \frac{1}{2} \rho (U^2 + V^2) \right] \quad (3)$$

위 식에서 γ 는 비열비를 나타낸다.

본 연구에서는 쌍곡선 형태의 비정상 Euler 방정식 (1)을 비교적 계산이 간단한 MacCormack의 양해법

(explicit method), 즉, 예측자/보정자 기법을 이용하여 해를 구하였는데, 예측자나 보정자 단계의 계산시 공간상에서 각각 후향과 전향차분법을 사용하였다.

2.2. 경계조건

가. 깃 표면의 벽면조건

벽면을 통과하는 질량 플럭스가 없기 때문에 벽면에 수직 방향의 압력 성분을 무시할 수 있고, 깃 표면에서의 속도성분을 수직과 평행성분으로 나누어 수직 성분을 제거하면, 지배방정식 (1)을 다음과 같이 벽면에 적용할 수 있다.

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial E'}{\partial x'} + F' \frac{\partial V}{\partial y'} = 0 \quad (4)$$

$$D' = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho U \\ e \end{bmatrix}, E' = \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho U^2 + P \\ (e+P)U \end{bmatrix}, F' = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho U \\ (e+P) \end{bmatrix} \quad (5)$$

나. 주기성 조건

회전익 주위에서의 비정상 유동이 갖는 주기성 경계조건은 공간성(spatial)과 시간성(temporal) 주기로 구분될 수 있다. 공간성 주기란 회전익과 고정익이 같은 피치를 가질 때 나타나는 주기이며 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$F(x, y, t) = F(x, y + P_r, t) \quad (6)$$

하지만, 회전익과 고정익의 피치가 다를 때에는 위상 지연(phase lagged) 경계조건을 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F(x, y, t) = F(x, y + P_r, t - \Delta t) \quad (7)$$

여기서, $\Delta t = (P_s - P_r)/V_r$ 이며, V_r 은 회전익의 속도이다.

다. 유동 입·출구 경계조건

1) 정상유동

정체압력 P_o , 정체온도 T_o , 그리고 유동 입구각 α_i 등 유동입구에서의 세가지 조건이 외부로부터 주어지고 유동 특성곡선을 따라 보존되는 리만상수 (Riemann invariant)를 이용하여 다음과 같이 유입구에서의 속도 성분과 압력, 밀도를 구할 수 있다.

$$U_i = Vel_i \cos(\alpha_i) \quad (8)$$

$$V_i = Vel_i \sin(\alpha_i) \quad (9)$$

$$P_i = P_o \left[1 - \frac{Vel_i^2}{2C_P T_o} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (10)$$

$$\rho_i = \frac{P_o}{RT_o} \left[1 - \frac{Vel_i^2}{2C_P T_o} \right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (11)$$

여기서 유입구에서의 리만상수 (R_i)와 균일 유동조건으로 부터의 입구속도 (Vel_i)는 다음과 같다.

$$R_i = \sqrt{u_i^2 + v_i^2} - \frac{2}{\gamma-1} C_o \quad (12)$$

$$Vel_i = \frac{\gamma-1}{\gamma+1} R_i + \sqrt{\frac{4C_o^2}{\gamma^2-1} - 2\frac{\gamma-1}{(\gamma^2+1)} R_i^2} \quad (13)$$

여기서, $C_o = \sqrt{\gamma RT_o}$ 로 정의된다.

아음속을 갖는 유동출구면에서는 이상출구 Mach 수로부터 정압(static pressure)이 주어지게 되며 나머지 값들은 내부점들로부터 외삽에 의하여 구할 수 있다. 유동출구에서는 균일 유동으로부터 특성곡선을 따라 상수값을 갖는 리만상수와 유동출구각을 각각 R_e , α_e 라 하면, 다음 식을 이용하여 유동 출구 값들을

구할 수 있다.

$$\rho_e = \rho_i \left(\frac{P_e}{P_i} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (14)$$

$$Vel_e = R_e - \frac{2}{\gamma-1} \sqrt{\frac{\gamma P_e}{\rho_e}} \quad (15)$$

$$U_e = Vel_e \cos(\alpha_e) \quad (16)$$

$$V_e = Vel_e \sin(\alpha_e) \quad (17)$$

2) 비정상유동

고정익의 노즐 가이드 후연 (trailing edge)으로 부터 생성되는 후류는 회전익 주위에 비정상성을 유발시킨다. Giles⁽⁸⁾은 비정상 유동의 유입 조건을 크게 두 부분으로 분류하였는데, 하나는 후류와 회전익의 상호 작용에 의하여 생성되는 유입류의 섭동(perturbation)에 의하여, 다른 하나는 후류 모델(wake model)에 의하여 비정상 유입류를 규명하였다.

본 연구에서는 후류해석을 위하여 다음과 같은 Gaussian 후류 모델을 사용하였고, 이는 후류장이 균일한 정압과 전체 엔탈피와 평행하다는 가정을 내포한다.

$$f(\xi) = D \exp\left(-\frac{\xi^2}{2W^2}\right) \quad (18)$$

여기서, D 와 W 은 각각 후류에 의한 속도 결함의 최대값과 후류장의 폭(width)을 나타내며, 변수 ξ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다(Fig. 1 참조).

$$\xi = \frac{y - \tan(\alpha_{iw})x}{P_s} \quad (19)$$

전체 엔탈피가 균일하다는 위의 가정은 후류장 내에서 변하는 전체 엔탈피 값을 설명하기 위하여, 다음과 같은 주기함수로 바뀌어 질 수 있다.

$$P_{iw} = P_{is} \quad (20)$$

$$U_{iw} = a_{is} [1 - f(\xi)] \cos(\alpha_{is}) \quad (21)$$

$$V_{iw} = a_{is} [1 - f(\xi)] \sin(\alpha_{is}) \quad (22)$$

$$\rho_{iw} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P_{is}}{[H_{is} - \frac{1}{2}(U_{iw}^2 - V_{iw}^2)]} \quad (23)$$

여기서, α_{is} 는 후류의 유동각, H_{is} 는 전체 엔탈피, 그리고 a_{is} 는 속도 크기를 나타내며, 하첨자 $(\cdot)_{iw}$, $(\cdot)_{is}$ 는 각각 후류장에 기준 좌표계를 설정하였을 때 유입되는 후류장과 정상상태의 변수값을 표시한다. 정상상태에서의 변수값은 회전익의 기준 좌표계로 부터 이미 계산된 회전익 통로로부터의 정상상태 값을 이용하여 구할 수 있다.

Giles은 후류장과 회전익의 상호작용은 인입 유동 조건이 갖는 섭동성분으로부터 유출하는 압력파가 생성된다고 가정하였다. 여기에서 원주 방향의 섭동파 (perturbation wave)는 미세한 영향을 받는다는 가정을 하여, 1차원의 특성이론을 적용, 다음과 같은 인입 유동의 특성치를 유도하였다(자세한 내용은 참고문헌 [8]을 참고하기 바람).

$$\omega_1 = (P - P_{inl}) - C_{is}^2(\rho - \rho_{inl}) \quad (24)$$

$$\omega_2 = (V - V_{inl}) \rho_{is} C_{is} \quad (25)$$

$$\omega_3 = (P - P_{inl}) + \rho_{is} C_{is} (U - U_{inl}) \quad (26)$$

$$\omega_4 = (P - P_{inl}) - \rho_{is} C_{is} (U - U_{inl}) \quad (27)$$

2.3. 격자구조

직교좌표계에서 물리적 영역 (x, y) 으로 기술된 Euler방정식 (1)은 다음과 같이 곡선좌표계의 계산영역 (ξ, η) 으로 상사변환을 시키면, Euler방정식 (1)은 다음과 같은 보존형으로 변환시킬 수 있어 유한차분법 (finite difference method)을 그대로 적용할 수 있다.

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial F}{\partial \eta} = 0 \quad (28)$$

$$\bar{D} = D/J \quad (29)$$

$$\bar{F} = (\eta_x E + \eta_y F)/J \quad (30)$$

$$\bar{E} = (\xi_x E + \xi_y F)/J \quad (31)$$

위 식에서, J 는 Jacobian 을 나타낸다.

3. 수치 해석 결과

비정상 유동의 초기화를 위해서는 먼저 회전익 통로에서의 정상유동을 분석하여야 한다. 또한 정상유동 및 고정익과 회전익의 피치가 같은 경우의 해석에 있어서는 하나의 회전익 통로를 필요로 하지만, 비정상 유동에서는 주기성 경계조건의 특성을 고려하여, 단단의 익렬을 선택하여야 한다. 따라서, 본 연구에서는 SSME 터빈의 고정익과 회전익의 피치비가 1.5이기 때문에 Fig. 2과 같이 3단의 익렬을 고려하였다. 또한 전·후연에서의 급속한 전향성을 방지하기 위하여 각각 익현길이(chord length)의 4%C, 2%C를 축방향으로 확장시켜 격자계 기울기 변화를 보다 완만히 하였다.

Table 1은 본 연구에서 고려한 SSME 터빈의 기하학적 형상과 유동조건을 기술하였다.

Table 1 Parameters of the SSME turbine

Steady flow Mach number	0.25
pitch/chord ratio (P_r / C)	0.7
Pitch ratio (P_s / P_r)	1.5
Inflow angle (α_{is})	45°
Wake velocity defect (D)	0.15
Wake width (W)	0.04

정상상태 해를 구할 때까지, 식 (28)을 시간에 대하여 적분함으로써 정상유동의 해를 구할 수 있다. 이러한 균일 조건은 유선방향을 따라 시간 간격 Δt 의 증가에 따른 평균 운동량의 차가 10^{-5} 보다 작은 값

을 가질 때의 상태량을 취하였다. 회전익 통로에서 정상유동이 갖는 유입·유출각 α_i 와 α_e 는 각각 45° 와 115° 이다.

Fig. 3은 고정익과 회전익의 개수가 같은 경우 즉, 피치비가 1이라 가정한 경우의 후류장 통과주기(t)로 상태화(normalize)한 속도 결함 벡터 (velocity defect vector)를 나타내고 있다. 이러한 속도결함벡터는 순간 속도와 정상상태 속도값의 차로부터 얻어진다. 초기조건 즉, 정상상태 해로부터 지배방정식을 시간에 대하여 주기적인 해를 구할 때까지 적분하였으며, 이때의 적분시간은 15개의 후류가 통과하는 시간을 필요하였고, 한 개의 후류가 통과하는 동안 590개의 계산단계가 필요하였다. 평균유동은 양의 x 방향으로 움직이며, 후류는 회전익의 인입구를 가로질러 음의 y 방향을 따라 이동함을 알 수 있다.

Fig. 3에서와 같이, 인입구에서의 후류장은 축방향과 67° 의 각을 이루는 벡터군을 이루고 있으며, 이 각도는 노즐 가이드 베인의 출구각과 같음을 알 수 있다. 두 개의 후류 사이에서는 상대적으로 교란이 없는 평온함을 보여주고 있고, 이 영역에서는 속도 결함 벡터의 크기는 작고 벡터의 방향도 일정하지 않다. 또한, 이러한 후류의 인입각은 통로에서 서로 반대방향으로 회전하는 2개의 순환(circulation) 영역을 생성시키게 되는데, 후류 후면에서는 시계방향으로, 전면에서는 반시계방향으로 회전함을 알 수 있다. 벡터의 크기는 속도결함의 상대적인 크기를 나타내며, 후류 내에서는 외부보다 크게 표시되고 있음을 알 수 있다.

후류는 회전익에 의해서 두 조각으로 나뉘게 된다. 이 후류조각이 채널 내로 들어갈수록 후류조각의 양 끝은 표면 근처에서 감속되는 반면에 중심부분은 채널을 가로지르는 평균속도의 변화와 초기 후류의 인입각 때문에 더욱 가속된다. 결과적으로 후류 조각은 압력면에 거의 수직이고, 부압면에 대해서는 후류각을 이루게 된다. 후류는 회전익 표면에 커다란 속도와 압력의 변화를 유발시킨다. 또한, 후류조각의 각 형상도 회전익 통로를 가로지르는 평균속도의 변화에 의하여 변형된다. 그 결과로, 압력면 부위 후류장의 두께는 얇으

며, 부압면에서는 두꺼움을 알 수 있다.

Fig. 4는 고정익과 회전익의 피치비가 1.5일 경우의 속도 결함 벡터를 보여주고 있다. 전술한 바와 같이, 후류가 회전익의 전연에 의해서 두 조각으로 분리되는 과정이 더욱 상세히 나타남을 알 수 있다.

Fig. 5와 Fig. 6은 고정익과 회전익의 피치비가 1.5일 경우에 각각 부압면과 압력면에서의 비정상 속도 및 압력 파형을 나타낸다. 국소적인 정상상태의 값을 이용하여 무차원화하였고, 시간은 후류 통과 주기의 향으로 표시하였으며, 속도 및 압력이 주기적인 파형을 갖게됨을 볼 수 있다.

고정익과 회전익의 피치가 같은 경우 이러한 파형은 매끄러운 정현파(sine)형을 나타내었다. 그러나 그림에서 보는 것과 같이 고정익과 회전익의 피치가 다를 경우에는 좀 더 복잡하게 굴곡된 정현파형의 양상을 나타내었다.

4. 결론

고정익에 의한 후류장 통과로 인한 회전익 통로에서의 비정상유동을 고찰하기 위한 전산프로그램을 개발하였다. 본 연구에서는 MacCormack의 양해법을 따라 시간진행법과 주기적으로 채널입구를 통과하는 후류모델을 이용하여 Euler 방정식의 해를 구하였으며, 비정상 경계조건의 적용에 있어서 Giles의 방법을 따랐다.

후류의 인입각에 의하여 회전익 통로 내에서 서로 반대방향으로 회전하는 순환영역이 존재함을 확인할 수 있었다. 또한 고정익과 회전익의 피치가 다를 경우에는 회전익 표면에서의 시간에 대한 속도 및 압력의 변화가 피치가 같은 경우보다 더욱 더 복잡한 양상을 보임을 알 수 있었다.

참고문헌

- (1) Doorly, D. J., 1984, "Modeling the Unsteady Flow in a Turbine Rotor Passage," ASME J. of Turbomachinery, Vol. 110, pp. 27~37.
- (2) Binder, A., 1983, "Secondary Flow Effects and

Mixing of the Wake Behind a Turbine Stator," ASME J. of Engineering for Power, Vol. 105, pp. 40~46.

- (3) Hodson, H. D., 1985, "Measurements of Wake-Generated Unsteadiness in the Rotor Passage of Axial Flow Turbines," J. of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 107, pp. 467~476.
- (4) Addison, J. S., Hodson, H. P., 1990, "Unsteady Transition in an Axial-Flow Turbine PART 1 - Measurements on the Turbine Rotor," ASME J. of Turbomachinery, Vol. 112, pp. 206~214.
- (5) Dring, R. P., Joslyn, H. D., Hardin, L. W. and Wagner, J. H., 1982, "Turbine Rotor-Stator Interaction," ASME J. of Engineering for Power, Vol. 104, pp. 729~742.
- (6) Hodson, H. P., 1985, "An Inviscid Blade-to-Blade Prediction of a Wake-Generated Unsteady Flow," J. of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 107, pp. 337~344.
- (7) Denton, J. D., 1983, "An Time-Marching Method for Turbomachinery Flow Calculation," ASME J. of Engineering for Power, Vol. 105, pp. 514~521
- (8) Giles, M. B., 1988, "Calculation of Unsteady Wake/Rotor Interaction," AIAA J. of Propulsion and Power, Vol. 4, No. 4, pp. 356~362.
- (9) Ni, R. H., 1981, "A Multiple Grid Scheme for Solution of the Euler Equations," AIAA Journal, Vol. 20, No. 11, pp. 1565~1571.
- (10) Lakshminarayana, B., 1991, "An Assessment of Computational Fluid Dynamic Technique in the Analysis and Design of Turbomachinery - The 1990 Freeman Scholar Lecture," J. of Fluids Engineering, Vol. 113, pp. 315~352

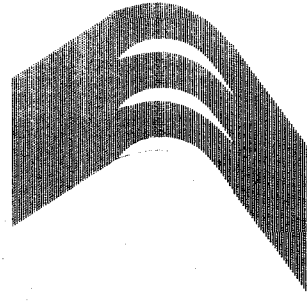


Fig. 1 Blade geometry and grid system for the SSME rotor passage(151×21×3ch)

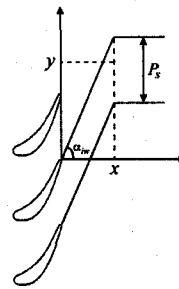


Fig. 2 Schematic for definition of ζ

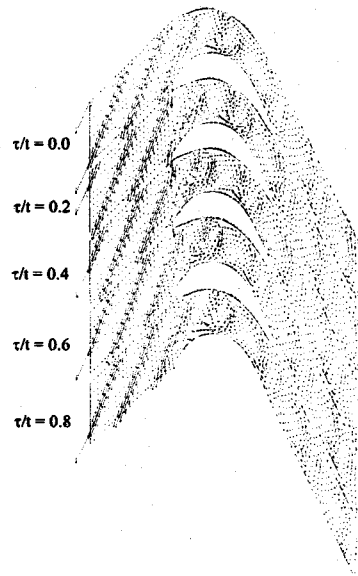
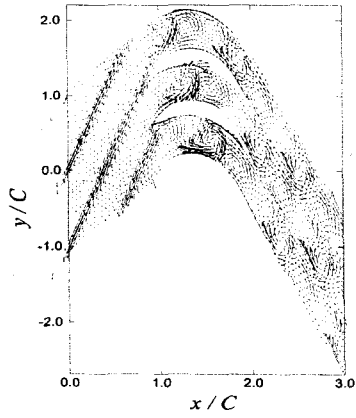
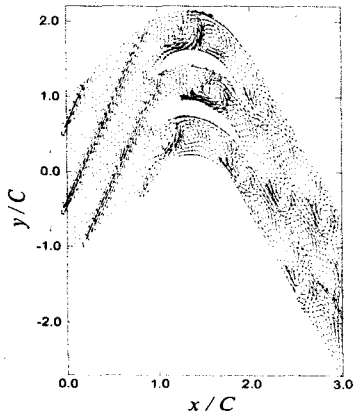


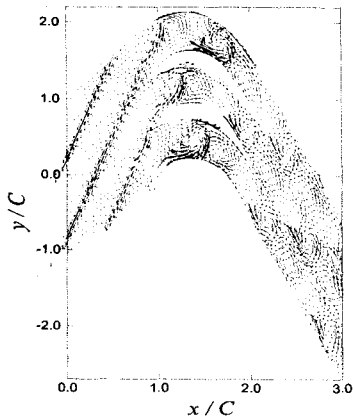
Fig. 3 Velocity defect vector in the SSME rotor blade passage for a hypothetical case of $P_s/P_r=1.0$



a) $\tau / t = 0.0$

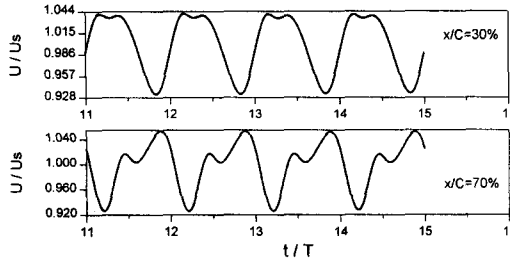


b) $\tau / t = 0.4$

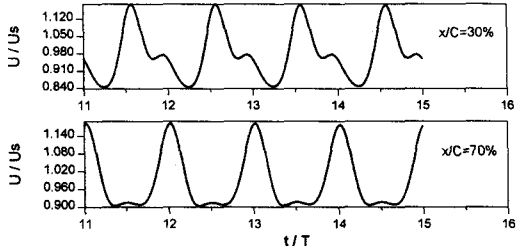


c) $\tau / t = 0.8$

Fig. 4 Velocity defect vector in the SSME rotor blade passage for $P_s/P_r=1.5$

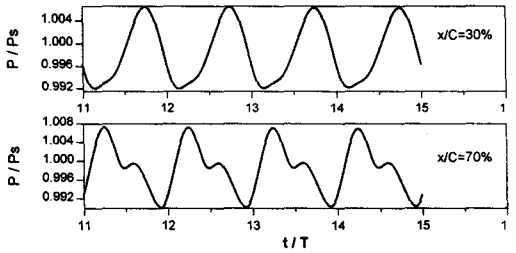


a) suction surface

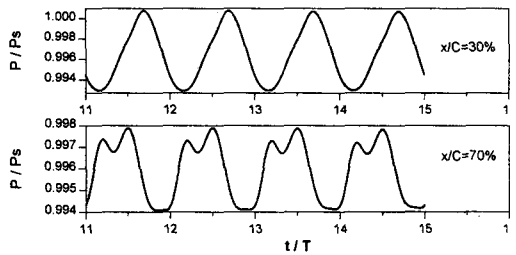


b) pressure surface

Fig. 5 Velocity variation on the rotor surface



a) suction surface



b) pressure surface

Fig. 6 Pressure variation on the rotor surface