

유도전동기 축소모델을 이용한 센서리스 칼만 필터 속도 추정기

이승현\* , 정교범\*

\*홍익 대학교 전기공학과

Sensorless Velocity Estimation using the Reduced-order State Equation of Induction Motor based on Kalman Filter

Seung-Hyun Lee\* , Gyo-Bum Chung\*

Dept. of Electrical Engineering, Hongik University\*

Abstract - This paper proposes a sensorless velocity estimator using the reduced-order state equation of induction motor based on Kalman Filter. The electrical transients in the stator voltage equations of induction motor are neglected in the reduced-order model. The advantage of using the reduced-order model is to reduce the required number of numerical integrations for filtering the rotor speed. As changing the operating points and the parameters of the induction motor in simulation studies, the behavior of the sensorless velocity estimator as predicted by the reduced-order state equation of induction machine is compared with the behavior predicted by the complete state equation of induction machine.

동기 벡터제어를 위한 센서리스 속도 추정분야에 DSP를 응용하는 연구가 활발히 수행되고 있다[4-7].

유도전동기의 센서리스 벡터제어를 위한 회전자 속도의 추정을 위해서는, 정확한 전동기 상수, 정밀한 유도전동기의 모델링 및 마이크로프로세서를 이용한 복잡한 실시간 연산이 필요하다. 그러나 유도전동기의 비선형성과 외란 등의 변동으로 계산된 결과는 실제 상황과는 맞지 않아서 최근까지 이 문제에 대한 많은 연구가 수행되고 있다.

본 논문에서는 유도전동기의 센서리스 벡터제어를 위해 회전자 속도를 추정하기 위한 방법으로, 고정자 전류의 동특성을 무시한 축소모델을 사용하는 칼만 필터를 제안하며, 전동기의 운전상태와 용량의 변화에 따른 시뮬레이션 연구를 통해서, 축소모델을 이용한 속도추정기의 타당성과 적용범위를 제시하였다.

1. 서 론

2. 유도전동기 축소모델

산업분야에서 널리 사용되고 있는 유도전동기는 직류전동기와 비교할 때, 구조가 간단하고 가격이 저렴할 뿐 아니라 유지보수면에 있어서 경제적이며 양호한 정속도 운전 성능을 갖는다. 최근 전력전자 기술의 발달로 인하여, 유도전동기의 속도 제어는 벡터제어 이론을 이용하여 정밀제어를 요구하는 분야까지 응용범위를 넓혀가고 있다.

유도전동기의 벡터제어를 위해서, 고정자 전류를 자속성분과 토크 성분으로 분리하여 독립적으로 제어하여야 하며, 이를 위해서 회전자 속도의 정밀한 측정이 필요하다 [1]. 벡터제어를 위한 회전자 속도의 정밀한 측정을 위해서 자속센서 또는 엔코더를 사용할 수 있다. 그러나, 산업현장에서의 환경 또는 가격적인 제약으로 인해서, 회전자의 속도를 센서없이 추정하여 벡터제어를 수행하는 연구가 많이 진행되어 왔다[2].

최근, 고성능 마이크로 프로세서(DSP)의 발달에 힘입어 복잡한 연산의 실시간 처리가 가능하게 되었으며, 유도전

유도전동기 고정자 전류의 동특성을 무시하고, 각속도  $w_e$ 로 회전하는 동기좌표계에서 고정자 전압과 쇄교자속의  $d-q$ 축 관계는 식 (1)-(4)와 같다[3].

$v_{ds} = r_s i_{ds} + w_e \lambda_{ds}$  (1)

$v_{qs} = r_s i_{qs} - w_e \lambda_{qs}$  (2)

$0 = r_r i_{qr} + \frac{d\lambda_{qr}}{dt} + (w_e - w_r) \lambda_{dr}$  (3)

$0 = r_r i_{dr} + \frac{d\lambda_{dr}}{dt} - (w_e - w_r) \lambda_{qr}$  (4)

여기서

$r_s, r_r$  : 고정자 및 회전자 저항

식 (1)-(4)의 고정자 및 회전자 자속은 식 (5)-(8)과 같다.

$$\lambda_{ds} = L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \quad (5)$$

$$\lambda_{qs} = L_s i_{qs} + L_m i_{qr} \quad (6)$$

$$\lambda_{dr} = L_r i_{dr} + L_m i_{ds} \quad (7)$$

$$\lambda_{qr} = L_r i_{qr} + L_m i_{qs} \quad (8)$$

여기서

$L_s, L_r$  : 고정자 및 회전자의 자기 인덕턴스

$L_m$  : 상호 인덕턴스

식 (1)-(4)의 유도전동기의 파라미터는 운전 조건에 따라 변화하고, 모델링 및 측정오차를 포함하고 있다. 따라서, 랜덤 노이즈를 고려한 유도전동기 시스템의 동특성은 식 (9),(10)과 같은 비선형 방정식으로 표현된다[4-7].

$$\frac{dx(t)}{dt} = f[x, u, t] + Gw(t) \quad (9)$$

$$z(t_k) = h[x, u, t] + v(t_k) \quad (10)$$

여기서

$$x = [\lambda_{qr}^e \ \lambda_{dr}^e \ w_r]^T$$

$$z = [i_{qs}^e \ i_{ds}^e]^T$$

$$u = [v_{qs}^e \ v_{ds}^e]^T$$

$G$  = 노이즈의 가중행렬

$w(t)$  = 시스템 노이즈

$v(t_k)$  = 출력측정 노이즈

식 (9)의  $f(x, u, t)$ 와  $G(t)$  및 식 (10)의  $h(x, u, t)$ 는 본문 아래의 식 (11)과 식 (12) 및 식 (13)과 같다.

$$G = \frac{L_m}{\tau_r L_r \Delta} \begin{bmatrix} r_s & -w_e k_1 & 0 \\ w_e k_1 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \frac{P}{2} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$h[x, u, t] = \begin{bmatrix} \frac{w_e L_m}{\tau_r \Delta} (-w_e k_1 x_1 - r_s x_2) + \frac{1}{\Delta} (r_s v_{qs} - w_e k_1 v_{ds}) \\ \frac{w_e L_m}{\tau_r \Delta} (r_s x_1 - w_e k_1 x_2) + \frac{1}{\Delta} (w_e k_1 v_{qs} + r_s v_{ds}) \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서

$$k_1 = L_s - \frac{L_m^2}{L_r}, \quad \Delta = r_s^2 + w_e^2 k_1^2, \quad \tau_r = \frac{L_r}{r_r}$$

$$\alpha = 1.5 \left( \frac{P}{2} \right)^2 \frac{L_m}{L_r}, \quad \beta = \frac{1}{J} \frac{P}{2}$$

$$f[x, u, t] = \begin{bmatrix} \left( -\frac{1}{\tau_r} - \frac{L_m^2 w_e^2 k_1}{\tau_r L_r \Delta} \right) x_1 - \left( (w_e - x_3) + \left( \frac{L_m^2 r_s w_e}{\tau_r L_r \Delta} \right) \right) x_2 + \frac{L_m}{\tau_r \Delta} (r_s v_{qs} - w_e k_1 v_{ds}) \\ \left( (w_e - x_3) + \left( \frac{L_m^2 r_s w_e}{\tau_r L_r \Delta} \right) \right) x_1 + \left( -\frac{1}{\tau_r} - \frac{L_m^2 w_e^2 k_1}{\tau_r L_r \Delta} \right) x_2 + \frac{L_m}{\tau_r \Delta} (w_e k_1 v_{qs} + r_s v_{ds}) \\ \alpha \left( -\frac{w_e L_m}{\tau_r \Delta} (-2r_s x_1 x_2 - w_e k_1 (x_1^2 - x_2^2)) + \frac{1}{\Delta} (r_s (v_{qs} x_1 - v_{ds} x_2) - w_e k_1 (v_{ds} x_1 - v_{qs} x_2)) \right) - \beta T_L \end{bmatrix} \quad (11)$$

### 3. 회전자 속도추정을 위한 칼만 필터 알고리즘

칼만 필터는, 일반적인 동적시스템의 시스템 노이즈, 출력측정 노이즈같은 랜덤 노이즈를 외란으로 취급함으로써, 파라미터 변화에 강인한 특성을 갖는다. 비선형 특성을 갖는 유도전동기의 회전자 순시속도를 추정하기 위하여 칼만 필터 이용하려면, 선형화 과정을 통해 구현된 확장(Extended) 칼만 필터 이용한다[4-7].

유도전동기의 노이즈가 포함된 고정자 전류를 이용하여 회전자 순시속도를 추정하기 위한 칼만 필터 알고리즘은 다음과 같은 과정으로 구성한다.

#### I) Initialization

$$\hat{x}_0 = E(x_0) \quad (14)$$

$$P_0 = \text{var}(x_0) \quad (15)$$

여기서 초기치  $x_0 = x(t_0)$ 는 평균  $\hat{x}_0$ 와 공분산  $P_0$ 를 갖는다. 시스템 노이즈  $w(t)$ 와 출력측정 노이즈  $v(t)$ 는 각각  $x(t_0)$ 에 독립이며, 공분산 행렬  $Q$ 와  $R$ 을 갖는 평균값 0인 화이트 가우시안 노이즈이다.

#### II) Time Update

$$\hat{x}(t_{k+1}|t_k) = \hat{x}(t_k|t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} f(\hat{x}(t|t_k), u, t) dt \quad (16)$$

$$P(t_{k+1}|t_k) = \Phi(t_k) P(t_k|t_k) \Phi^T(t_k) + Q(t_k) \quad (17)$$

여기서

$$Q(t_k) = \int_0^T \Phi(\tau, \hat{x}(t_k|t_k)) Q(\tau, \hat{x}(t_k|t_k)) d\tau \quad (18)$$

전이행렬  $\Phi(t_k)$ 는 식 (19)와 같다.

$$\Phi(t_k) = \exp([F(\hat{x}(t_k|t_k), t_k) \cdot T]) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{F^m(\hat{x}(t_k), t_k) T^m}{m!} \quad (19)$$

여기서

$$F(t_k) = \frac{\partial f(x, u, t)}{\partial x} \Big|_{\hat{x}=\hat{x}(t_k|t_k), u} \quad (20)$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} - \frac{L_m^2 w_e^2 k_1}{\tau_r L_r \Delta} & -(w_e - x_3) - \left( \frac{L_m^2 r_s w_e}{\tau_r L_r \Delta} \right) x_2 \\ (w_e - x_3) + \left( \frac{L_m^2 r_s w_e}{\tau_r L_r \Delta} \right) & -\frac{1}{\tau_r} - \frac{L_m^2 w_e^2 k_1}{\tau_r L_r \Delta} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

식 (20)은 식 (11)의 비선형 방정식을 샘플링 주기  $T$  동안 회전자 속도  $w_r$ 이 일정하다고 가정하고 선형화 시킨 Jacobian 행렬이다.

### III) Measurement Update

$$\hat{x}(t_{k+1}|t_{k+1}) = \hat{x}(t_{k+1}|t_k) + K(t_{k+1})[z(t_{k+1}) - h(\hat{x}, u, t_k)] \quad (21)$$

$$P(t_{k+1}|t_{k+1}) = [I - K(t_{k+1})H(t_{k+1})]P(t_{k+1}|t_k) \times [H(t_{k+1})P(t_{k+1}|t_k)H^T(t_{k+1}) + R(t_{k+1})]^{-1} \quad (22)$$

여기서 칼만 게인  $K(t_{k+1})$ 은 식 (23)과 같다.

$$K(t_{k+1}) = P(t_{k+1}|t_k)H^T(t_{k+1}) \times [H(t_{k+1})P(t_{k+1}|t_k)H^T(t_{k+1}) + R(t_{k+1})]^{-1} \quad (23)$$

여기서

$$H(t_{k+1}) = \left. \frac{\partial h(x, u, t)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}(t_{k+1}|t_k)} \quad (24)$$

$$= \frac{w_e L_m}{\tau_r \Delta} \begin{bmatrix} -w_e k_1 & -r_s & 0 \\ r_s & -w_e k_1 & 0 \end{bmatrix}$$

회전자 속도 추정을 위한 칼만 필터 알고리즘은 I → II → III → II → III ... 로 수행되며, 그림 1의 블록도와 같다.

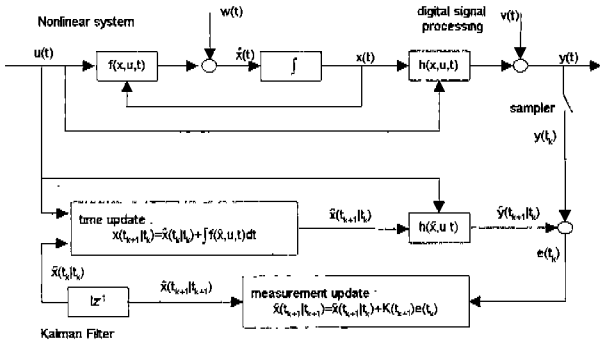


그림 1. 회전자 속도추정을 위한 칼만 필터 블록도

그림 1의 블록도에서 칼만 필터 알고리즘은 매 시간  $t_k$ 에서 time update와 measurement update의 단계로 수행된다. 칼만 필터 속도 추정기가 최적으로 회전자 속도를 추정하기 위해서는 칼만 필터 알고리즘의  $P_0$ ,  $R$ ,  $Q$  행렬을 조정할 필요가 있다. 그러나 행렬의 초기값 선정에 대한 정확한 기준은 없으므로 여러 번 시행하여 선정한다.

## 4. 시뮬레이션

고정자 동특성을 포함한 상세모델과 축소모델을 이용한 유도전동기 속도추정을 위한 칼만 필터 알고리즘을 시뮬레이션을 통하여 비교하였다. 시뮬레이션에 사용한 데이터는 표 1과 같다[3].

표 1. 유도전동기의 정격에 따른 파라미터

정격용량 [hp]	3	2250	정격용량 [hp]	3	2250
정격전압 [V]	220	2300	$r_s$ [ $\Omega$ ]	0.435	0.029
정격전류 [A]	5.8	421	$r_r$ [ $\Omega$ ]	0.816	0.022
정격속도 [rpm]	1710	1786	$L_s$ [mH]	0.6931	0.3459
J (관성) [ $kgm^2$ ]	0.089	63.87	$L_r$ [mH]	0.7131	0.3519
극 수	4 pole		$L_m$ [mH]	0.7131	0.3519

그림 2와 그림 3은 무부하 기동에 대한 실제 시스템과 상세모델 속도 추정기 및 축소모델 속도 추정기의 속도, 토크 비교곡선이다.

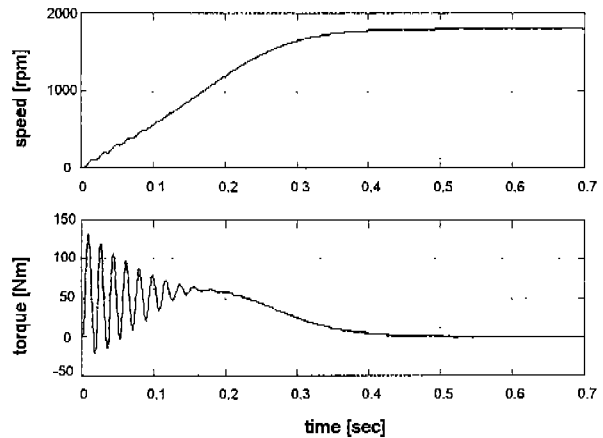


그림 2. 무부하 기동에 대한 실제 시스템과 상세모델 속도 추정기의 속도, 토크 비교곡선 (정격용량 3 [hp])

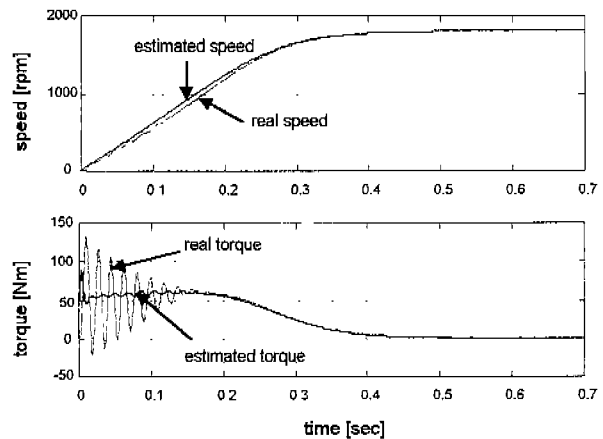


그림 3. 무부하 기동에 대한 실제 시스템과 축소모델 속도 추정기의 속도, 토크 비교곡선 (정격용량 3 [hp])

그림 2의 상세모델 속도 추정기의 동특성은 실제 시스템을 정확하게 추정하지만 그림 3의 축소모델 속도 추정기의 경우는 무시된 고정자의 과도현상으로 인해서 초기에 오차를 수반하다가, 실제 시스템을 정확히 추정한다.

그림 4와 그림 5는 유도전동기의 정격용량이 다른 경우 부하변동에 대한 실제 시스템과 축소모델 속도 추정기의 속도, 토크 비교곡선이다. 축소모델 속도추정기는 무부하 정상상태에서 부하변동이 발생할 때, 정격용량의 크기와 무관하게 실제 시스템의 속도, 토크를 추정한다.

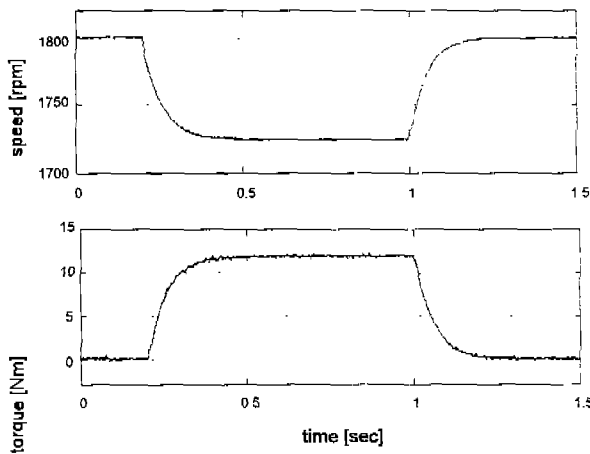


그림 4. 부하변동에 대한 실제 시스템과 축소모델 속도 추정기의 속도, 토크 비교곡선 (정격용량 3 [hp])

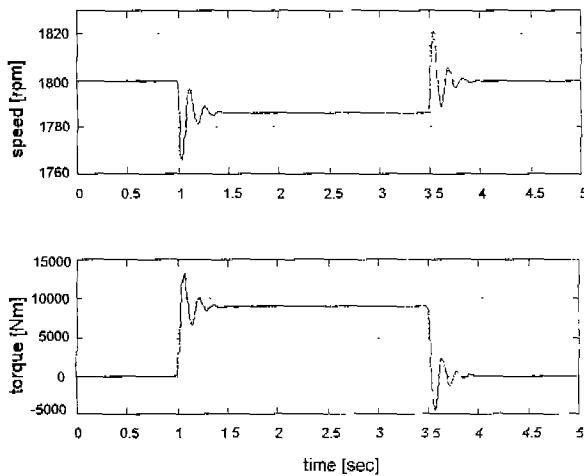


그림 5. 부하변동에 대한 실제 시스템과 축소모델 속도 추정기의 속도, 토크 비교곡선 (정격용량 2250 [hp])

그림 6은 무부하 정상상태에서 고정자 전압의 순시변동에 따른 실제 시스템과 축소모델 속도 추정기의 속도, 토크 비교곡선이다. 고정자 전압을 정격전압의 20%를 선행적으로 서서히 감소시킨 후, 갑자기 정격전압으로 복귀시켰을 때의 속도, 토크 추정곡선으로 선행적으로 전압 감소시에는 정확히 추정하지만, 급격한 전압 변동시에는 무시된 고정자 전류의 과도현상의 영향으로 추정 오차가 발생한다.

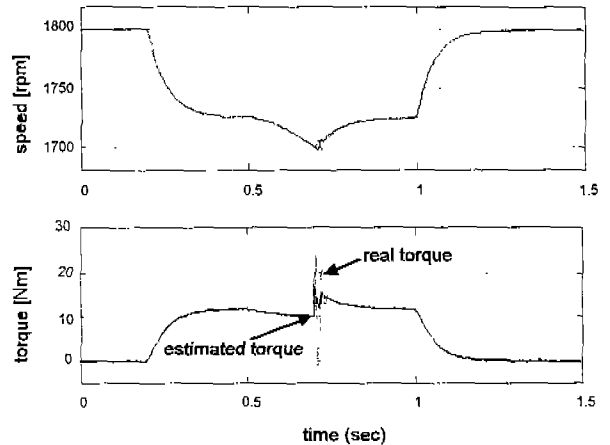


그림 6. 고정자 전압 순시변동에 대한 실제 시스템과 축소모델 속도 추정기의 속도, 토크 비교곡선 (정격용량 3 [hp])

## 5. 결 론

본 논문에서는 유도전동기의 센서리스 속도 추정을 위해 고정자의 동특성을 무시한 전압 방정식을 이용해서 차수를 줄인 칼만 필터의 이용을 제안하였다.

축소모델 속도 추정기는 회전자 부하변동에 대하여 정확한 속도 추정을 하며, 급격한 고정자 전압변동에 대하여도 초기에 발생한 속도 추정 오차는 급속히 사라지고 정확한 속도 추정을 수행하였다.

## [참고문헌]

- [1] D. W. Novotny and T. A. Lipo, "Vector Control of AC Drives", Oxford Univ. Press, pp.257-275, 1996.
- [2] Bimal K. Bose, "Power Electronics and Variable Frequency Drives", IEEE Press, pp.465-477, 1996.
- [3] Paul C. Krause, "Analysis of Electric Machinery", McGraw-Hill Book Company, pp.325-358, 1986.
- [4] Frank L. Lewis, "Optimal Estimation", John Wiley & Sons, pp.260-272, 1986.
- [5] Peter Vas, "Parameter Estimation, Condition Monitoring, and Diagnosis of Electrical Machines", Oxford Science Publications, pp.284-302, 1993.
- [6] Y. R. Kim, S. K. Sul, and M. H. park, "Speed Sensorless Vector Control of Induction Motor Using Extended Kalman Filter". IEEE Trans. Ind. App., vol. 30, no. 5, pp.1225-1233, 1994.
- [7] F. Schütte, S. Beineke, A. Rolfsmeier, H. Grotstollen, "Online Identification of Mechanical Parameters Using Extended Kalman Filters", IEEE-IAS, Annual Meeting, pp.501-508, 1997.