

## 모우드 기여도 분석을 이용한 차량의 진동특성 개선

안지훈\*, 지상현, 고병식

### The Improvements of Vehicle Vibration Characteristics

#### Using Modal Contribution

Ahn Ji Hoon\*, Jee Sang Hyeon, Ko Byeong Sik

#### Abstract

This paper presents modal contribution method to reduce vehicle vibration. Normal mode analysis is performed to obtain modal vector matrix. The proposed method uses this modal vector matrix to evaluate forced response of an active mode to the applied engine forces and the rotating force due to wheel unbalance mass. Comparing the responses of the specific active mode with one another, it can be easily done to determine most contributed mode in the interesting frequency band. Then we can find dominant bushes by the strain energy distribution of the mode. Vibration response is decrease with modification of those bushes.

Key words : Modal Contribution, Modal vector matrix, Wheel Shake, Idle Shake, Frequency Response Function

### 1. 서론

최근 자동차 기술의 발달로 인하여 차량의 고급화 추세가 가속됨에 따라 승차감의 개선은 차량의 성능 향상과 관련하여 매우 중요한 사항이 되었다. 승차감에 영향을 미치는 차량의 진동 및 소음의 원인으로는 여러 가지가 있다. 엔진은 차량의 구동력을 주는 가장 중요한 부분이며 동시에 소음, 진동을 일으키는 요인이 되고, 타이어와 휠로부터 발생하는 진동 또한 운전자의 승차감에 큰 영향을 미친다. 본 연구에서는 엔진가진력에 대한 Idle Shake 해석과 타이어 및 휠에 의한 강제 진동 해석을 수행하였다.

차량의 초기 설계 단계에서 진동 승차감을 평가

하기 위하여 유한 요소 모델을 작성하고 모우드 해석을 수행한 후, 중첩법을 이용하여 가진력에 대한 진동 변위를 구할 수 있다.<sup>[2][3]</sup> 다자유도계에서 진동이 큰 영역의 지배적인 모우드를 알아내고자 할 때, 모우드 참여도(Modal Participation Factor) 해석과 같은 별도의 수치 해석을 통하여 관별할 수 있지만, 본 논문에서는 응답에 기여도가 큰 모우드를 관별하는 방법으로 모우드 Active/Deactive 방법을 사용하여 가진력에 대한 각 모우드의 응답을 서로 비교하여 기여도가 큰 모우드를 관별하였다.

그리고 해당하는 모우드의 진동에너지를 분포가 높은 Bush를 구하여 민감도 및 최적화 해석을 수행할 때 설계 변수로 선정함으로써 진동 레벨 저감을 위한 효과적인 방법을 제시하였다.

안지훈\* 대우자동차, 연구원

지상현 대우자동차, 선임연구원

고병식 대우자동차, 책임연구원 Ph. D

## 2. 이론적 배경<sup>[3],[5]</sup>

다자유도계의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad (1)$$

여기서,  $[M]$  : 질량 행렬

$[C]$  : 점성 행렬

$[K]$  : 강성행렬

$\{x\}$  : 변위 행렬

$\{f\}$  : 외력벡터

식(1)을 시간영역에서 초기변위와 속도를 zero 라고 가정하여 Laplace 변환을 취하면 다음과 같이 표현된다.

$$(s^2[M] + s[C] + [K])\{X(s)\} = \{F(s)\} \quad (2)$$

$$[Z(s)]\{X(s)\} = \{F(s)\} \quad (2a)$$

$$\{X(s)\} = [H(s)]\{F(s)\} \quad (2b)$$

여기서,  $[Z(s)]$  : Dynamic stiffness matrix

$[H(s)]$  : Transfer function matrix

간단한 matrix 계산으로부터,

$$[H(s)] = [Z(s)]^{-1} = \frac{adj([Z(s)])}{|Z(s)|} \quad (3)$$

$adj([Z(s)])$  : the Adjoint matrix of  $[Z(s)]$

임을 알 수 있다.

전달 함수의 특성 방정식인  $|Z(s)| = 0$  으로부터 복소 고유치와 고유벡터는 다음과 같다.

$$[A] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & 0 \\ & \dots & & \\ & & \lambda_N & \\ 0 & & & \lambda_1^* \\ & & & \dots \\ & & & & \lambda_N^* \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[\phi] = \begin{bmatrix} \lambda_1\{\phi\}_1 & \dots & \lambda_M\{\phi\}_N & \lambda_1^*\{\phi\}_1^* & \dots & \lambda_M^*\{\phi\}_N^* \\ \{\phi\}_1 & \dots & \{\phi\}_N & \{\phi\}_1^* & \dots & \{\phi\}_N^* \end{bmatrix} \quad (5)$$

$\lambda_r, \lambda_r^* (r=1, N)$  이 특성방정식  $|Z(s)|$  의 근 이므로 전달함수는 다음과 같이 다시 표현될 수

있다.

$$[H(s)] = \frac{adj([Z(s)])}{\prod_{r=1}^N E(s - \lambda_r)(s - \lambda_r^*)} \quad (6)$$

여기서  $E$  : a constant

이를 부분분수로 확장하면 아래 식(7)로 표현된다.

$$[H(s)] = \sum_{r=1}^N \left( \frac{[A]_r}{(s - \lambda_r)} + \frac{[A]_r^*}{(s - \lambda_r^*)} \right) \quad (7)$$

이때  $[A]_r, [A]_r^*$  는 residue이며,

$$\begin{aligned} [A]_r &= ([H(s)](s - \lambda_r))|_{s=\lambda_r} \\ &= \frac{adj([Z(\lambda_r)])}{\prod_{q=1, \lambda_q \neq \lambda_r}^N E(\lambda_r - \lambda_q)(\lambda_r - \lambda_q^*)} \\ &= P_r \cdot adj([Z(\lambda_r)]) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $P_r$  : Pole dependent constant

식(7)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[H(s)] = \sum_{r=1}^N \left( \frac{P_r \cdot adj([Z(\lambda_r)])}{(s - \lambda_r)} + \frac{P_r^* \cdot adj[Z(\lambda_r)]^*}{(s - \lambda_r^*)} \right) \quad (9)$$

그런데 여기서 adjoint matrix  $adj([Z(\lambda_r)])$  는 질량, 강성, 감쇠 행렬이 대칭행렬이라 가정하면, 고유벡터와 다음과 같은 관계를 가진다.

$$adj([Z(\lambda_r)]) = R_r\{\phi\}\{\phi\}^t, \quad (10)$$

여기서,  $R_r$  : a constant associated with

the scaling of  $\{\phi\}$ ,

superscript  $t$  : transpose

식 (10)을 식 (9)에 대입하고,  $Q_r = P_r \cdot R_r$  이라 하면,

$$[H(s)] = \sum_{r=1}^N \left( \frac{Q_r\{\phi\}\{\phi\}^t}{(s - \lambda_r)} + \frac{Q_r^*\{\phi\}^*\{\phi\}^{*t}}{(s - \lambda_r^*)} \right) \quad (11)$$

모달 벡터 행렬  $[V]$  는

$$[V] = [\{\phi\}_1 \dots \{\phi\}_N \{\phi\}_1^* \dots \{\phi\}_N^*]$$

이고, 행렬  $[L]$ 을 다음과 같이 정의하면

$$[L] = [Q][V]^t \\ = [Q_1\{\psi\}_1 \cdots Q_N\{\psi\}_N \quad Q_1^*\{\psi\}_r \cdots Q_M^*\{\psi\}_r]$$

전달함수  $[H(s)]$ 는

$$[H(s)] = [V][s[I] - [A]]^{-1}[L] \quad (12)$$

이며, 식 (2)로부터 입력과 변위의 관계를 나타내면 다음과 같다.

$$\{X(s)\} = [V][s[I] - [A]]^{-1} \cdot [L]\{F(s)\} \quad (13)$$

모달 벡터 행렬  $[V]$ 는 응답 또는 변위에 관련하며, 행렬  $[L]$ 은 입력에 관련되며, Modal Participation Factor Matrix이다.

입력에 대한 주파수 응답을 구하기 위하여 식 (11)의  $s$ 대신  $j\omega$ 를 대입하면 변위는

$$\{X(j\omega)\} = \sum_{r=1}^N \left( \frac{Q_r\{\psi\}_r\{\psi\}_r^t}{(j\omega - \lambda_r)} + \frac{Q_r^*\{\psi\}_r^*\{\psi\}_r^{*t}}{(j\omega - \lambda_r^*)} \right) \cdot \{F(j\omega)\} \quad (14)$$

이며, 변위는 크기와 위상을 가지는 복소수의 형태로서 가진력에 대한 단일 자유도계 시스템의 응답 함수의 합으로 표현된다. 그러므로  $k$ 차 모드에 대한 응답은 다음과 같다.

$$\{X(j\omega)\} = \left( \frac{Q_k\{\psi\}_k\{\psi\}_k^t}{(j\omega - \lambda_k)} + \frac{Q_k^*\{\psi\}_k^*\{\psi\}_k^{*t}}{(j\omega - \lambda_k^*)} \right) \cdot \{F(j\omega)\} \quad (15)$$

### 3. 해석 모델 및 방법

#### 3-1 해석 모델

본 연구에서 해석 대상 차량은 4기통 직렬엔진과 자동변속기가 장착된 사양이다. 사용된 유한 요소 모델은 해석 시간과 경제성을 고려하여 가진력과 해석 주파수의 범위에 따라 2가지 모델로 나누어 해석하였다. Wheel shake 해석은 차속을 고려하여 20Hz이하에서 이루어지며, Idle Shake 해석은 Engine idle rpm 영역인 20Hz 이상

에서 수행된다. Concept Vehicle 모델은 Fig. 1과 같이 샤시 시스템과 Powertrain을 표현하였으며, Body structure는 질량 및 관성값을 적용하였다. Concept Vehicle 모델은 Wheel Shake 해석에 사용되며, 20Hz 이하에서는 Body의 Flexibility가 없으므로 Full Vehicle 모델의 경우와 비교, 응답 레벨이 Fig. 2와 같이 거의 차이가 없다.<sup>[1]</sup> Full Vehicle FE 모델은 Fig. 3과 같이 BIW를 박판 요소로 모델링하였으며 Body의 Flexible 모우드가 존재하는 20Hz이상의 해석에 사용된다.

#### 3-2 해석 방법

해석 모델의 고유모우드 및 모달 벡터를 구하기 위하여 MSC/NASTRAN V70 SOL103 Normal Mode Analysis (Lanczos Method)를 수행하였다. SDRC I-DEAS Master Series(5.0)에서 NASTRAN의 Modal matrix를 읽어 들였으며, 중첩법을 이용하여 주파수 응답함수를 구하였다. Engine에 의한 가진력과 Wheel Unbalance에 의한 가진력에 대하여 Steering Wheel Center에서 Z방향으로의 가속도 레벨을 계산하였다.

### 4. 가진력 해석<sup>[1][5][6]</sup>

#### 4-1 엔진에 의한 가진력

엔진에 의하여 차체로 전달되는 Input Force는 크게 다음과 같다.

- 1) 피스톤의 왕복 운동에 의하여 발생하는 수직력
- 2) 피스톤의 운동에 의한 관성력 및 폭발 압력으로 인하여 실린더 내벽을 미는 힘에 의하여 발생하는 Torque Fluctuation

엔진의 Unbalance Force는 엔진의 각 Part가 회전함에 따라 발생하는 불균형 질량에 의하여 발생하는 힘으로 피스톤과 커넥팅로드 그리고 크랭크샤프트의 운동에 의해서 발생된다. 즉 결과 식으로 직렬 4기통 실린더의 회전운동에

의하여 발생하는 힘을 수식으로 간단히 나타내면 다음과 같다.

$$F = 4m \frac{R^2}{l} \left(\frac{2\pi}{60}\right)^2 (rpm)^2 \cos 2\omega t \quad (16)$$

여기서, m : 왕복운동 질량  
(Piston Assembly + 1/3 Connecting Rod)  
R : Crank Shaft 반경  
l : Connecting Rod 길이  
 $\omega$  : Crank의 각속도

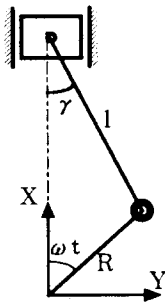


Fig. 4 Piston, Con Rod, Crankshaft Mechanism

엔진의 Fluctuation Torque는 회전부의 Inertia에 의한 Torque와 실린더내 연소에 의한 Torque를 고려하여 계산되었다.

Inertia term은 다음 식과 같다

$$T_I = -2m\omega^2 R^2 \sin 2\omega t \quad (17)$$

연소에 의한 Torque Term은 다음과 같다.

$$T_C = \sum_i \left[ R \cos \omega t + l \cos \gamma \right] b A \left\{ \frac{R \sin(\omega t + \theta_i)}{l} \right\} \left\{ 1 + \frac{R^2 \sin^2(\omega t + \theta_i)}{2l^2} \right\} \quad (18)$$

$$\therefore T = T_I + T_C \quad (19)$$

여기서, p : 실린더내 압력

A : 실린더 단면적

4-2 Tire Wheel Unbalance Mass에 의하여 발생하는 Force

$$F = Mr\omega^2 \quad (20)$$

여기서, M : Tire Wheel Unbalance Mass

r : Tire Rim 반경

$\omega$  : Tire Wheel 각속도

## 5. 해석 결과

### 5-1 Wheel Shake Response 해석 결과

타이어 및 휠의 불균형 질량으로부터 발생하는 회전력에 의한 응답을 Fig. 2에서 관찰하면, 10Hz 영역에서 peak가 존재한다. Normal Mode 해석 결과 9~11Hz 사이에는 Front Wheel Hop 모드뿐만 아니라, Engine 모드와 배기계의 Vertical 모드 등이 존재한다. 이들 모드의 기여도를 판단하기 위하여 각각의 모드에 대한 응답을 조사하였다. Fig. 5에 나타낸 바와 같이 Front Wheel Hop 모드와 Engine Bounce 모드가 원래의 응답보다 높으며, Wheel Hop 모드와 Bounce 모드가 위상이 서로 180° 차이가 나며 전체 응답을 감쇠 시킴을 알 수 있다. 이들 모드에서 에너지 분포를 조사한 결과, Wheel Hop 모드에서는 양쪽 타이어에 84%, 현가 장치의 스프링에 10%정도의 에너지가 분포하였으며, Bounce 모드에서는 86%의 에너지가 Engine Mount Bush의 RH, LH에 분포하였다. 이 Bush들의 민감도에 따라 그 특성을 변경하였고, 응답 레벨의 개선 결과를 Fig. 6에 나타내었다.

### 5-2 Idle Shake Response 해석 결과

Engine의 불균형력과 폭발 Torque Fluctuation에 대한 응답에서는 23~24Hz 영역에서 peak를

보이고 있으며(Fig. 7), 본 해석에 사용된 차량의 차체 Torsion 모우드가 존재하는 영역이다. 그러나 이 peak에 대한 각 모우드의 기여도 해석 결과 25Hz Steering Vertical 모우드임을 발견하였으며, 응답의 개선을 위하여 Steering의 Bracket류, 용접점, Tie bar, Steering Shaft에 대한 해석을 통하여, Vertical Mode를 29Hz로 높일 수 있었다. 이 변경된 Steering에 대한 응답 결과를 Fig. 7에 나타내었으며 현저하게 진동레벨이 개선됨을 보였다.

## 6. 결론

모우드 기여도 분석을 이용하여 강제 진동 해석을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 모달 벡터 행렬을 이용하여 가진력에 대한 특정 모우드 응답을 계산할 수 있었다.
- 2) 각 모우드에 대해 계산된 응답을 서로 비교함으로써 전체 응답에 대하여 기여도가 큰 모우드를 판별하였다.
- 3) 기여가 큰 모우드에서 진동에너지가 많이 분포하는 Bush를 구하여 민감도 해석을 수행함으로써 효과적으로 진동을 저감하였다.

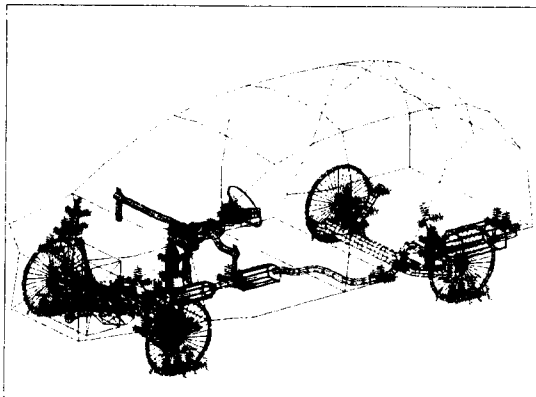


Fig. 1 The Concept Vehicle FE Model

## 참고문헌

1. 황인수, 김태욱, 박우선, 고병식, "차체의 유연성을 고려한 엔진마운트의 최적설계", 한국소음진동공학회 추계 학술대회논문집, pp. 319-325, 1997,
2. 오재응, "구조물 모우드 해석의 기초와 응용", 희성출판사, 1985
3. Ward Heylen, Stefan Lammens, Paul Sas, "Modal Analysis Theory And Testing", Katholieke Universiteit Leuven, Dept. of Mechanical Engineering.
4. R. Randall, "Frequency Analysis", Brüel & Kjaer, 1987
5. 박우선, "Flexible Body를 고려한 Engine Mount 최적화 해석", 대우자동차 기술조사 보고서, TR962363, 1996
6. Clark J, Radcliff, et al., "Simulation of Engine Idle Shake Vibration", SAE paper 830259, 1983

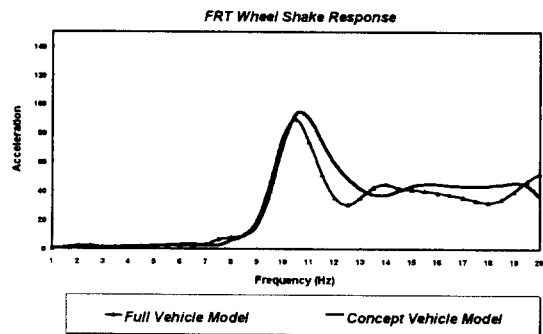
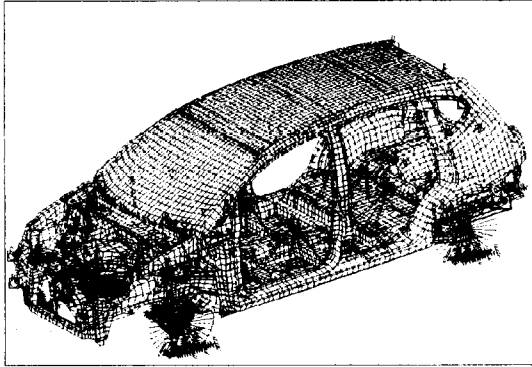
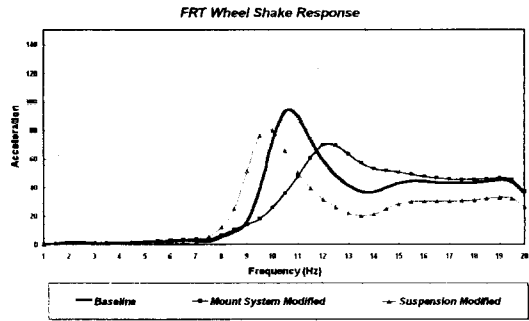


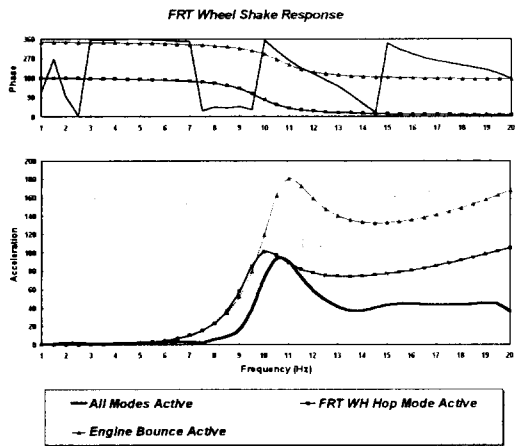
Fig. 2 The Comparison of Wheel Shake Response Full Vehicle vs. Concept Vehicle



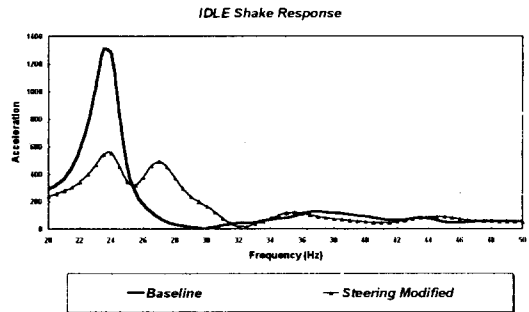
**Fig. 3 The Full Vehicle FE Model**



**Fig. 6 Modification and Improvements of Wheel Shake Response**



**Fig. 5 Activation of Dominant Modes**



**Fig. 7 The Modification and Improvement of Idle Shake Response**