

## 비선형 강성을 고려한 밸브 모델의 진동 해석

°이수일\*, 주재만\*, 김태식\*, 박운서\*

### Vibration Analysis of a Valve Model with Nonlinear Stiffness

°Soo-Il Lee\*, Jae-Man Joo\*, Taesig Kim\*, Yoon-Ser Park\*

#### Abstract

In this study, nonlinear stiffness characteristics of a discharge valve in a small hermetic compressor was considered. It was approximated with piecewise-linearity, and cubic or quintic nonlinearity by the static load-displacement experimental results. Based on the fluid-structure interaction effects and mass flow rate, the derived 1-DOF equation of motion for the valve model was analyzed. Finally, the dynamic response of the discharge valve was studied with parameters such as the ratio of the running frequency of the compressor to the linear natural frequency of the valve.

#### 1. 서론

냉장고, 에어컨 등의 가전제품에 적용되는 소형 압축기는 압축실 내부에서 가압된 기체(냉매)를 단속적으로 토출할 수 있도록 고안된 얇은 판 구조의 리드형(reed type) 밸브를 사용하고 있다. 이러한 구조의 토출 밸브는 자체 강성과 압축실과 토출관 사이의 압력 차, 냉매의 유동 등에 의해 개폐 운동을 하며, 일반적으로 큰 토출 압력에 의한 밸브의 과도한 변형을 방지하기 위하여 Fig.1 에서와 같이 keeper와 stopper 등 부가 구조를 적용하여 변형을 구속하고 있다. 이러한 부가 구조로 인하여 밸브에 접촉, 마찰, 추가 강성 등의 비선형 강성 특성이 나타난다.

압축기 밸브의 진동 해석과 관련해서는 1960년대부터 지속적으로 해석과 실험을 통한 다양한 연구가 진행되고 있으며[1-4], 일반적으로는 유체와 구조의 상호작용에 의한 동적 해석이 필요하므로 압력 유동과 관련해서는 정상(steady) 상태 혹은 준정상(quasi-steady) 상태로 가정하고 밸브의 열림과 압력, 유동의 관계를 근사화한 해석이 주로 수행되어 왔다.[4] 그러나, 기존의 해석이 주로 유동 및 효율 관점, 혹은 유체와 연동된 밸브 동역학 관점에서 진행되어 왔고, 실제 밸브계에 나타나는 비선형 강성을 고려한 연구는 발표되지 않고 있다.

따라서 본 연구에서는 실제 밸브가 갖는 비선형 강성 특성을 파악하기 위하여 변위-작용력 실험으로부터 강성을 부분-선형(piecewise-linear) 및 3차(cubic), 5차(quintic) 등의 비선형(nonlinear) 식으로 근사하고, 이를 바탕으로 고체-유체 상호작용이 고려된 1자유도계 밸

\* 삼성전자 기술총괄 생활시스템연구소  
e-mail : leesooil@samsung.co.kr

브 모델의 운동방정식에 적용하여 압축기 운전 시 단위 무차원 주기(dimensionless period) 동안 밸브 거동을 살펴보았다. 추가로 밸브의 선형 고유 진동수와 압축기 운전 주파수의 비를 파라미터로하여 비선형 강성에 따른 변화를 살펴보았다.

## 2. 운동방정식의 무차원화

본 연구에서는 토출 밸브와 토출 과정에 대해서만 고려하였고, 일반적인 발표 문헌에서와 마찬가지로 압축실에서 토출 포트를 통해 빠져나가는 기체(냉매)의 유동을 준정상(quasi-steady) 상태로, 압축 행정시 기체는 이상 기체로 가정하였다. 밸브와 밸브 시트 사이의 충격(impact)이나 마찰 효과와 압축 기체의 토출 후 맥동은 무시하였으며, 밸브의 구조 감쇠와 윤활 오일에 의한 감쇠를 적절한 등가 점성 감쇠로 가정하였다. Fig.2 와 같이 1자유도로 근사화된 밸브 모델에 대하여 운동 방정식을 구하면 다음과 같다.[4]

$$m_v \ddot{x} + c_v \dot{x} + f_s(x) = F_p(x, t) \quad (1)$$

여기서,

$x = x(t)$  : 밸브 변위,

$m_v, c_v$  : 밸브 모달 질량 및 감쇠,

$f_s(x)$  : 비선형 스프링력,

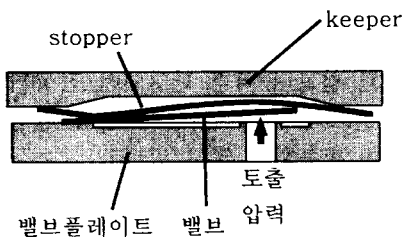


Fig. 1 Schematic diagram for the discharge valve assembly

$F_p(x, t)$  : 압력에 의한 가진력  
을 나타낸다.

이 중 압력에 의한 가진 항은 밸브 변위와 시간의 함수가 되는데,

$$F_p(x, t) = A_p (P_c(x, t) - P_o) - f_{pr} \quad (2)$$

와 같이 표시되며, 여기서

$A_p$  : 토출 포트 단면적,

$P_c(x, t) - P_o$  : 밸브 전후의 압력차,

$f_{pr}$  : 밸브 초기 예하중

을 나타낸다. 특히 밸브 전면의 압축실 압력

$P_c(x, t)$  는 압축실 체적 변화와 밸브 열림으로 발생하는 기체 토출에 따른 냉매의 밀도 변화의 함수로 토출 과정을 정상 유동으로 가정하면 유동의 축소지수(contraction factor)로부터 역시 밸브 변위  $x$  의 함수가 된다.[4]

또한 식(1)을 압축기의 운전 주파수  $\Omega$  와 밸브의 선형 고유진동수  $\omega_1$  을 이용해 무차원화 시키면, 무차원 변수와 방정식은 각각 다음과 같다.

$$\tau = \Omega t \quad [\text{rad}], \quad (3)$$

$$\gamma = \frac{\Omega}{\omega_1}$$

$$x'' + \frac{1}{k_1 \gamma^2} [c_v x' + f_s(x)] = \frac{F_p(x, \tau)}{k_1 \gamma^2} \quad (4)$$

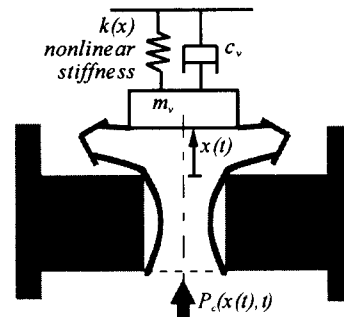


Fig. 2 Simplified 1-DOF valve model

여기서,  $x'$ ,  $x''$  은 밸브 열림 변위의 무차원 시간  $\tau$  에 대한 1차 및 2차 미분을 나타내며,  $k_1$ 은 밸브의 선형 강성으로 밸브의 변위가 작을 경우 작용한다.

### 3. 비선형 강성의 근사화

식(4)를 해석하기 위해서는 적절한 밸브 강성도 도입되어야 한다. 우선 실험으로부터 구한 밸브의 비선형 강성 특성을 근사화한다. Fig.3 은 실제 밸브 어셈블리에 하중을 가했을 때 측정된 변위-작용력의 각 측정점을 나타낸다.

실험으로 구한 강성을 해석에 적용하기 위해 본 연구에서는 다음과 같은 3가지 형태의 비선형 강성으로 모델링하였다.

(i) 2단 부분선형(2 step piecewise-linear):

$$f_s(x) = \begin{cases} k_1 x & (x < \delta) \\ (k_1 + k_2)x & (x \geq \delta) \end{cases} \quad (5)$$

(ii) 3차 비선형(cubic nonlinear):

$$f_s(x) = ax + bx^3 \quad (6)$$

(iii) 5차 비선형(quintic nonlinear):

$$f_s(x) = \alpha x + \beta x^5 \quad (7)$$

Table 1. Constants related to the stiffness

Symbol	Values [units]
$k$	1.5351 [N/mm]
$k_1 + k_2$	14.782 [N/mm]
$a$	0.023624 [N/mm]
$b$	4.2601 [N/mm <sup>3</sup> ]
$\alpha$	1.2425 [N/mm]
$\beta$	2.8523 [N/mm <sup>5</sup> ]
$\delta$	0.78071 [mm]

Fig.4 는 각 강성 모델로 적합(fitting)한 그래프를 나타내는데 실험 결과와 잘 일치함을 알 수 있으며, Table 1 은 각 계수의 값을 나타낸다.

### 4. 해석 및 결과

이상의 유도된 운동 방정식과 실험을 통해 적합한 강성 모델의 식으로부터 압축기 운전 무차원 작동 주기( $\tau = 0 \sim 2\pi$ )에 대한 밸브의 변위 해석을 수행하였다. 미분 방정식의 수치 해석은 펜티엄급(150MHz + 32MB Memory) PC 및 Win95 환경에서 수학 해석 소프트웨어인 *Mathematica 3.0* [5]을 사용하였고, 4차 Runge-Kutta 법을 이용하였다. 해석 결과의 효과적인 가시화를 위하여 최근 발표된 별도의 *Mathematica* 패키지인 'VisualDSolve' [6]를 사용하였다.

Fig.5 ~ 7 은 각 강성 모델 별로 Table 2 에서 나타낸 치수 및 정상상태의 값을 가지고 해석한 무차원 작동 주기 동안 밸브 변위 선도이다. 대체로 실제 작동 압축기의 실험에서 나타나는 밸브의 퍼덕임(flutter) 거동[3]과 유사한 경향을 보이고 있다. 해석에 의하면 압축기 회전수와 밸브 고유진동수 비가 일정할 때, 밸브 강성 모델의 비선형 차수에 따라 퍼덕임 진동수가 변화함을 알 수 있다.

Table 2. Analysis parameters

Symbol	Values [units]
$A_p$	19.478 [mm <sup>2</sup> ]
$\gamma$	0.1758
$f_{pr}$	13.938 [N]
압축실 온도	335.5 [K]
토출후 온도	368.0 [K]

부분 선형 강성 모델의 경우 실제보다 과도한 응답을 보이고 있으며 이것의 해결을 위해서는 추가의 부분 선형의 step이 도입되어야 할 것으로 보인다. 5차 비선형 모델의 경우는 비선형성이 크기 때문에 어떤 파라미터에서는 수치 해석 상 불안정한 응답을 보이기도 한다. 따라서 본 연구에서 적용한 방정식의 해석 기법을 수행함에 있어서는 3차 비선형 강성 모델이 적절할 것으로 판단된다.

한편 식(8)과 같이 밸브의 선형 강성과 진동수 비의 곱을 파라미터로 설정하여 해석을 수행하였다.

$$\mu = k_1 \gamma^2 \quad (8)$$

Fig.8 ~ 10에서 보는 바와 같이  $\mu$  가 증가함에 따라 단위 무차원주기 당 밸브의 퍼덕임 진동수는 감소하는 경향을 보이고 있으며, 변위 응답의 크기에도 영향이 있음을 알 수 있다.

## 5. 결론 및 토의

이상으로 비선형 강성 특성을 갖는 1자유도 단순 밸브 모델의 단위 무차원주기 당 진동 응답을 살펴보았다. 밸브의 비선형 강성을 실험으로부터 해석상 타당한 3가지 비선형 강성 모델로 적합하고, 각각의 경우 적절한 파라미터에 대하여 밸브의 변위 응답을 계산하였다. 또한, 파라미터  $\mu$  가 감소함에 따라 밸브의 퍼덕임 진동수가 증가하는 것을 확인하였다.

이러한 해석을 바탕으로 향후 비선형 특성을 고려한 밸브 설계의 기본 자료로 활용할 수 있으며, 밸브와 압축기의 성능 및 압력 맥동, 발생 소음 등의 상관 관계를 예측하기 위해서는 유체-고체 상호작용 및 비선형 특성에 대한 효과적인 모델링과 엄밀한 해석이 진행되어야 한다.

## 참고문헌

1. Soedel, W., 1984, *Design and Mechanics of Compressor Valves*, Short Course Note, Purdue Univ.
2. Trella, T.J., Soedel, W., 1974, "Effect of Valve Port Gas Inertia on Valve Dynamics - Part I & II," *Proceedings of the 1974 Int. Compressor Eng. Conference at Purdue*, p190-207
3. Boethwirth, L., 1992, "Theoretical and Experimental Study on Valve Flutter," *Proceedings of the 1992 Int. Compressor Eng. Conference at Purdue*, p674-698
4. 고재철, 주재단, 박철휘, 1997, "고체-유체의 상호작용을 고려한 왕복동 압축기의 성능예측", *공기조화냉동공학회 논문집*, Vol.9, No.1, p33-42
5. Wolfram, S., 1997, *The Mathematica Book*, 3rd Ed., Addison-Wesley
6. Schwalbe, D., Wagon, S., 1997, *VisualDSolve-Visualizing Differential Equations with Mathematica*, Springer-Verlag

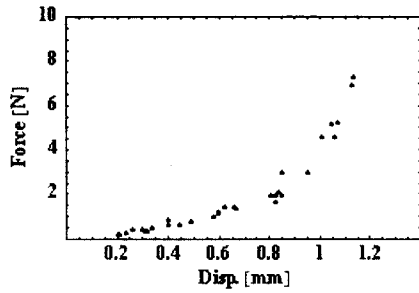


Fig. 3 Experimental data for the valve stiffness

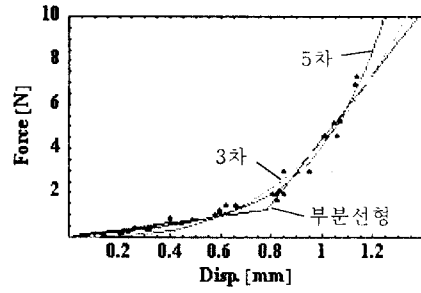


Fig. 4 Curve fitting results for nonlinear stiffness

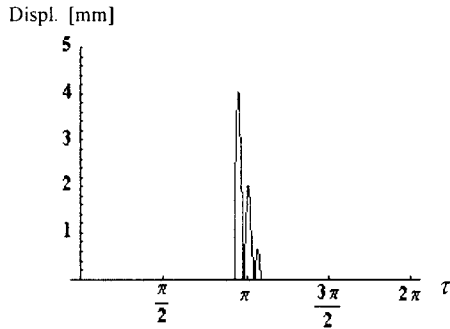


Fig. 5 Dynamic response of the valve with the piecewise-linear stiffness model

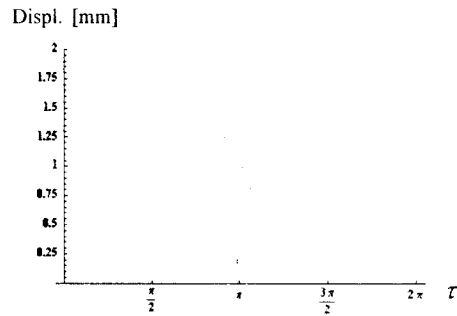


Fig. 6 Dynamic response of the valve with the cubic nonlinear stiffness model ( $\mu=0.047$ )

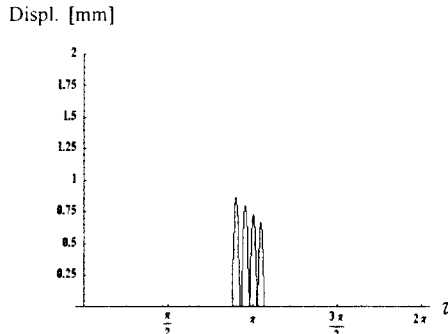


Fig. 7 Dynamic response of the valve with the quintic nonlinear stiffness model

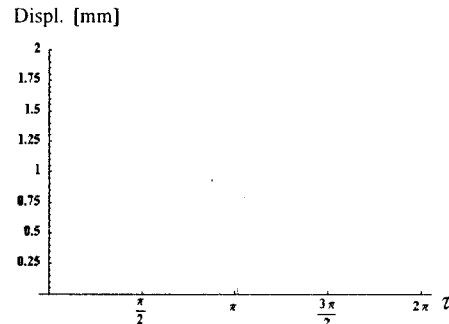


Fig. 8 Dynamic response of the valve with the cubic nonlinear stiffness model ( $\mu=0.12$ )

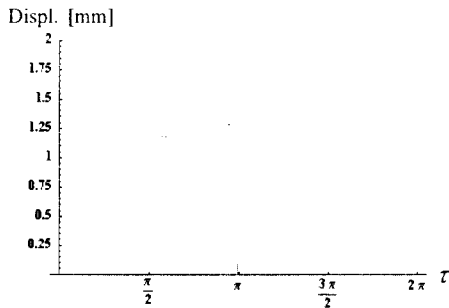


Fig. 9 Dynamic response of the valve with the cubic nonlinear stiffness model ( $\mu=0.14$ )

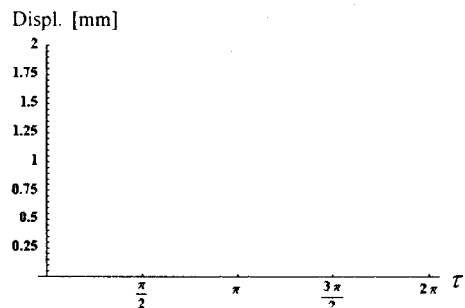


Fig. 10 Dynamic response of the valve with the cubic nonlinear stiffness model ( $\mu=0.38$ )