

# 모달해석기법을 이용한 판 구조물의 진동인텐시티 해석

°정상민\*, 조대승\*\*, 김사수\*\*

## Structural Intensity Analysis of Plate Structures Using Modal Analysis

Sang-Min Jung\*, Dae-Seung Cho\*\*, Sa-Soo Kim\*\*

### ABSTRACT

Structural intensity of plates experiencing bending vibration is analytically evaluated using the modal analysis based on the assumed mode method. In the analysis, material internal loss and localized damping are considered. The power obtained by structural intensity integration over the circle containing the excitation source is compared with the power injected into plates to verify the accuracy of the presented method and to evaluate the convergence of mode superposition. The intensity integration is carried out varying the circle radius and the integral step to investigate their effects in case of the power estimation using structural intensities. In addition, the dominant component among internal forces in the energy transfer by the bending vibration of a stiffened plate is investigated.

### 1. 서론

구조물에 작용하는 내력과 이에 대응하는 진동 속도와의 곱으로 정의되는 진동인텐시티(structural intensity)를 파악하면 기진원으로부터 구조물에 입력되는 파워와 진동에너지 흐름의 지배적인 경로 또는 구조부재의 내부손실 등을 알 수 있다.

진동인텐시티에 관한 연구는 1970년에 Noiseux<sup>(1)</sup>가 보와 평판의 횡진폭과 회전진폭을 가속도계를 이용하여 측정하고, 파동방정식을 이용하여 진동인텐시티를 구하는 방법을 처음으로 제시하였다. 그 후 Pavic<sup>(2)</sup>, Fahy<sup>(3)</sup>과 Verhij<sup>(4)</sup>은 인접한 다수 위치에서의 진폭을 측정하고, 시간 또는 주파수 영역에서 구조물의 내력 파악에 필요한 진동변위의 공간미분항을 유한차분법으로 근사하는 방법 등을 제시하였다. 상기 방법은 특정 지점에서 진폭의 공간미분항을 구하기 위해서 보의 경우 4

군데, 판의 경우 16군데에서의 진폭 측정이 요구될 뿐만 아니라 유한차분에 의한 진폭의 공간미분 계산결과가 측정오차에 매우 민감하므로 정밀한 실험이 요구된다. 한편, Saijyou<sup>(5)</sup>은 근접장 음향 홀로그래피(near-field acoustical holography)를 측정하고 K-space filtration을 이용하여 진폭의 고차 미분항을 구하는 방법을 제시하였으며, 김 등<sup>(6)</sup>은 음향인텐시티, 진동인텐시티 및 내부손실을 고려한 평판의 에너지 방정식을 유도하고, 스트레인 게이지, 마이크로폰 및 가속도계를 이용해서 평판의 근접장 음향인텐시티와 손실계수를 측정하는 방법을 제시하였다.

선박, 해양구조물 및 항공기 등과 같은 구조물의 기본 부재인 보강판의 진동인텐시티에 관한 연구는 Zhang<sup>(7)</sup>이 레이저진동 측정계를 이용해서 보강판의 진동인텐시티를 측정하고, 무한 보강판에 대한 해석 결과와 비교한 연구 사례와 Saijyou<sup>(5)</sup>이 근접장 음향 홀로그래피 측정방법을 이용하여 물수 보강판의 진동인텐시티를 실험적으로 파악한

\*부산대학교 대학원 조선해양공학과

\*\*부산대학교 조선해양공학과

사례가 있고 그 밖의 연구사례는 찾아보기 어렵다.

본 연구에서는 점 가진된 평판과 보강판의 진동인텐시티를 고전적 근사해법인 assumed mode method를 이용한 모달해석(modal analysis) 기법으로 구하였다. 이때, 구조부재의 내부손실과 국부감쇠 효과는 고려하였으며, 음향방사 효과는 무시하였다. 진동인텐시티 해석 결과의 정확도 검증은 가진점을 내부에 포함하는 임의 폐곡선상에서의 진동인텐시티를 수치적분하여 구한 진동파워와 가진점에서의 기진력과 진동 속도로 구한 입력파워를 비교하여 수행하였다. 이때, 중첩모드수, 폐곡선의 반지름 및 수치적분시에 사용한 진동인텐시티의 개수 변화에 따른 진동파워의 계산 정도를 비교·검토하였다. 한편, 면외 하중을 받는 판 구조물의 전체 진동에너지 전달에 있어서 전단력, 굽힘모멘트 및 비틀림모멘트 성분의 기여도에 대해서도 고찰하였다.

## 2. 판 구조물의 진동해석

### 2.1 고유 진동해석

2차원 판 구조물의 변위는 일반적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\eta(x, y, t) = \sum_m \sum_n A_{mn}(t) X_m(x) Y_n(y) \quad (1)$$

여기서,  $X_m, Y_n$ 은 각각 판의 길이 및 폭 방향으로의 경계조건을 만족하는 진동파형 함수이고,  $A_{mn}(t)$ 는 일반 좌표(generalized coordinates)이다. 본 연구에서는 해석대상 판 구조물을 직사각형 직교 보강판으로 설정하였다. 직교 보강판에 대해서 등방성 박판이론과 보강재 효과 집중 모델링 방법을 적용하면, 이의 변형에너지  $V_i$ 와 운동에너지  $T_i$ 는 다음과 같이 산출된다<sup>(8)</sup>.

$$V_i = \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^b \left[ (\nabla^2 \eta)^2 - 2(1-\nu) \left\{ \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} \right] dx dy$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_m \int_0^a \left\{ EI_x \left( \frac{\partial^2 \eta(x, y, t)}{\partial x^2} \right)^2 + GJ_y \left( \frac{\partial^2 \eta(x, y, t)}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dx \quad (2)$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_n \int_0^b \left\{ EI_y \left( \frac{\partial^2 \eta(x, y, t)}{\partial y^2} \right)^2 + GJ_x \left( \frac{\partial^2 \eta(x, y, t)}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dy$$

$$T_i = \frac{\rho h}{2} \int_0^a \int_0^b \left( \frac{\partial \eta}{\partial t} \right)^2 dx dy + \frac{\rho}{2} \sum_m \int_0^a A_x \left( \frac{\partial \eta(x, y, t)}{\partial t} \right)^2 dx$$

$$+ \frac{\rho}{2} \sum_n \int_0^b A_y \left( \frac{\partial \eta(x, y, t)}{\partial t} \right)^2 dy \quad (3)$$

여기서,

$\rho$  : 재료 밀도

$h$  : 판 두께

$A$  : 보강재의 단면적

$E$  : Young's modulus

$GJ$  : 보강재의 비틀림 강성

$I$  : 보강재의 판-보 조합중립축에 대한 단면 2차 모멘트

$\nu$  : Poisson's ratio

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} : \text{평판의 단위 폭당 굽힘강성}$$

$n_x, n_y$  : 각각  $x, y$ 축에 평행한 보강재의 개수

$a, b$  : 각각  $x, y$ 방향 판의 치수

상기의 에너지 산식을 외력이 작용하지 않는 비감쇠계에 대한 Lagrange 운동방정식<sup>(9)</sup>

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_i}{\partial \dot{A}_{mn}} \right) - \frac{\partial T_i}{\partial A_{mn}} + \frac{\partial V_i}{\partial A_{mn}} = 0 \quad (4)$$

에 대입하고, 조화운동을 가정하면

$$[K]\{A(t)\} = \omega^2 [M]\{A(t)\} \quad (5)$$

와 같은 고유치문제가 도출되므로 보강판 구조물의 비감쇠 고유원진동수  $\omega_{mn}$ 와 일반좌표  $A_{mn}(t)$ 를 구할 수 있다.

### 2.2 강제진동응답

조화기진력이 가해진 직사각형 판 구조물의 강제진동응답  $\eta(x, y, t)$ 는

$$\eta(x, y, t) = \tilde{\eta}(x, y, \omega) e^{j\omega t} \quad (6)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 여기서, 진폭  $\tilde{\eta}(x, y, \omega)$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tilde{\eta}(x, y, \omega) = \sum_m \sum_n \Phi_{mn}(x, y) \tilde{q}_{mn}(\omega) \quad (7)$$

여기서,  $\Phi_{mn}$ 과  $\tilde{q}_{mn}(\omega)$ 는 각각  $(m \times n)$  모드에서의 정규모드와 주파수 영역에서의 일반좌표를 나타낸다.

$(x_d, y_d)$ 에 임피던스  $\tilde{z}$ 인 국부감쇠가 있는 판 구조물의  $(x_F, y_F)$ 위치에 조화 점기진력  $\tilde{F} e^{j\omega t}$ 이 작용하는 경우, 일반좌표  $\tilde{q}_{mn}(\omega)$ 는 다음과 같이 산출된다.

$$\tilde{q}_{mn}(\omega) = \frac{1}{\omega_{mn}^2 - \omega^2} [\tilde{F} \Phi_{mn}(x_F, y_F) + \tilde{R} \Phi_{mn}(x_d, y_d)] \quad (8)$$

여기서, 국부감쇠 임피던스  $\tilde{z}$ 와 감쇠 작용점에서 의 변위  $\tilde{\eta}(x_d, y_d)$ 에 의존하는 힘  $\tilde{R}$ 은

$$\tilde{R} = -j\omega \tilde{z} \tilde{F} \frac{\sum_m \sum_n \frac{\Phi_{mn}(x_F, y_F) \Phi_{mn}(x_d, z_d)}{\omega_{mn}^2 - \omega^2}}{1 + j\omega \tilde{z} \sum_m \sum_n \frac{\Phi_{mn}^2(x_d, y_d)}{\omega_{mn}^2 - \omega^2}} \quad (9)$$

와 같다<sup>(10)</sup>. 한편, 구조부재의 내부손실을 고려하기 위한 모달손실계수(modal loss factor)  $\xi$ 는 식(8)과 식(9)에서 비감쇠 고유원진동수  $\omega_{mn}^2$ 을  $(1 + j\xi)\omega_{mn}^2$ 로 치환하면 고려할 수 있다. 여기서,  $j = \sqrt{-1}$ 이다.

### 2.3 진동인텐시티 해석

진동인텐시티는 구조물에 작용하는 내력과 이에 대응하는 진동 속도와의 곱으로 정의된다. 따라서, 면외력이 작용하는 판 구조물의  $x$ 방향으로의 순간 진동인텐시티(instantaneous structural intensity)  $I_x(x, y, t)$ 는 전단력  $Q_x$ , 굽힘모멘트  $M_x$  및 비틀림모멘트  $T_x$ 를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>(2)</sup>.

$$I_x(x, y, t) = Q_x \frac{\partial \eta}{\partial t} + M_x \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial t} - T_x \frac{\partial^2 \eta}{\partial y \partial t} \quad (10)$$

여기서,

$$Q_x = D' \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \eta)$$

$$M_x = -D' \left( \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right) \quad (11)$$

$$T_x = D'(1 - \nu) \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y}$$

이고,  $D' = D(1 + i\xi)$ 이다. 동일한 방법으로  $y$ 방향 진동인텐시티 성분을 정의하면 임의의 점에서의 진동인텐시티 벡터는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\vec{I} = \vec{I}(x, y, t) = I_x(x, y, t) \vec{i} + I_y(x, y, t) \vec{j} \quad (12)$$

여기서,  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ 는 각각  $x$ 축 및  $y$ 축 방향의 단위벡터이다. 한편, 주파수영역에서의 순간 진동인텐시티는 식(6)에 의해

$$I_x(x, y, \omega) = j\omega D' \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \tilde{\eta}) \tilde{\eta}^* - \left( \frac{\partial^2 \tilde{\eta}}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{\eta}}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \tilde{\eta}^*}{\partial x} - (1 - \nu) \frac{\partial^2 \tilde{\eta}}{\partial x \partial y} \frac{\partial \tilde{\eta}^*}{\partial y} \right] \quad (13)$$

$$I_y(x, y, \omega) = j\omega D' \left[ \frac{\partial}{\partial y} (\nabla^2 \tilde{\eta}) \tilde{\eta}^* - \left( \frac{\partial^2 \tilde{\eta}}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{\eta}}{\partial x^2} \right) \frac{\partial \tilde{\eta}^*}{\partial y} - (1 - \nu) \frac{\partial^2 \tilde{\eta}}{\partial x \partial y} \frac{\partial \tilde{\eta}^*}{\partial x} \right] \quad (14)$$

와 같이 표현할 수 있다. 여기서 상첨자 \*는 공액복소수를 나타낸다.

상기 진동인텐시티 산식의 실수 부분은 진동에너지를 전달을 나타내는 성분으로서 액티브 인텐

시티라 하며, 허수부분은 리액티브 인텐시티라고 한다.

### 3. 진동인텐시티를 이용한 입력파워 추정

2차원 판 구조물에서의 진동인텐시티는 단위 폭당 파워 흐름으로 정의된다. 따라서, 임의의 폐곡선상에서의 진동인텐시티를 알면 폐곡선 내부에서 외부로 유출 또는 유입되는 파워  $P_{SI}(\omega)$ 를 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$P_{SI}(\omega) = \oint_c \vec{I} \cdot \vec{n} ds \quad (15)$$

여기서,  $\vec{I}$ 와  $\vec{n}$ 는 각각 폐곡선상에서의 진동인텐시티 벡터와 단위 법선벡터를 나타낸다. 따라서, 구조물에서 가진점을 내부에 두는 폐곡선상의 진동인텐시티를 계속하면 가진원으로부터 입력되는 파워를 추정할 수 있다<sup>(11)</sup>.

한편, 가진원에 의하여 구조물에 입력되는 파워  $P_{in}(\omega)$ 는 가진점에서의 힘의 크기  $F_e(\omega)$ 와 속도  $v_e(\omega)$ 으로부터

$$P_{in}(\omega) = \text{Re}\{F_e(\omega)v_e^*(\omega)\} \quad (16)$$

와 같이 구할 수 있다.

### 4. 수치해석 및 고찰

모달해석기법을 이용한 진동인텐시티 해석의 타당성 검토를 위한 수치계산 대상물은 Fig. 1에 보인 바와 같이 국부 감쇠를 갖는 사변 단순지지 직사각형 평판과 이의 중앙부에 보강재가 있는 보강판으로 하였다. 수치해석에 사용된 재료의 물성치와 가진력  $\tilde{F}$  및 국부감쇠의 임피던스  $\tilde{z}$ 는 Table 1에 나타내었다.

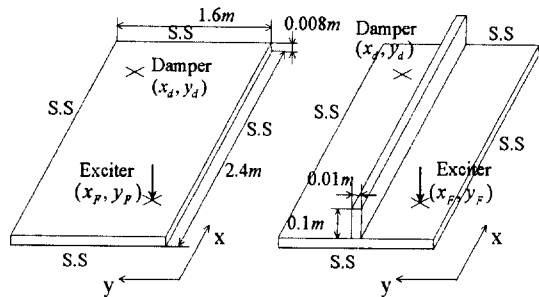


Fig. 1 Plates adopted for structural intensity analysis

Table 1 Material properties, exciting force magnitude and point damping impedance

Young's modulus		$2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
Mass density		$7800 \text{ kg/m}^3$
Poisson's ratio		0.3
Modal loss factor		0.001
Exciting force	Magnitude	100 N
	Position	$(x_F, y_F) = (0.3 \text{ m}, 0.4 \text{ m})$
Damping impedance	Magnitude	$50 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	Position	$(x_d, y_d) = (2.0 \text{ m}, 1.2 \text{ m})$

#### 4.1 평판과 보강판의 고유진동해석

고유진동해석에 있어서 진동과형 함수  $\eta(x, y, t)$ 는 경계조건이 사변단순지지임을 고려하여 평판과 보강판 모두

$$\eta(x, y, t) = \sum_m \sum_n A_{mn}(t) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (17)$$

로 설정하였다. Table 2에 판의 길이 및 폭 방향으로의 중첩모드수를 각각 25개로 하였을 경우의 고유진동수 해석 결과를 나타내었다. 이때, 평판의 고유진동수는 정확한 진동과형을 사용하였으므로 엄밀해와 일치한다. 보강판에 대해서는 비교·검토 목적으로 범용 유한요소해석 프로그램인 MSC/NASTRAN을 이용한 결과도 함께 나타내었는데 본 연구에서 적용한 assumed mode method에 의한 결과와 1.1%이내의 차이를 나타내어 양자간의 부합성이 매우 양호함을 알 수 있다.

Table 2 Natural frequencies of the unstiffened and the stiffened plates

(unit: Hz)

Mode	Unstiffened plate	Stiffened plate	
		AMM <sup>1)</sup>	FEM <sup>2)</sup>
1	11.13	27.16	27.18
2	21.41	34.79	34.81
3	34.26	46.06	45.95
4	38.54	55.75	55.74
5	44.53	63.96	63.74
6	61.66	72.89	72.88
7	62.52	72.98	73.27
8	72.79	88.36	88.15
9	83.07	95.42	95.32
10	85.64	119.38	119.38
11	93.34	124.80	124.92
12	100.20	127.33	128.74

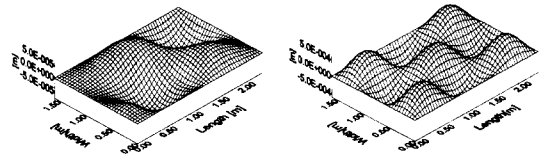
1) AMM: Assumed mode method

2) FEM: Finite element method

#### 4.2 평판과 보강판의 강제진동응답

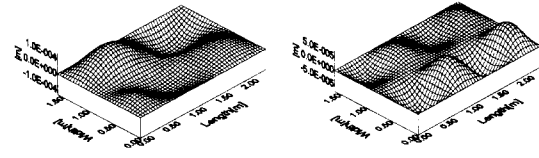
평판과 보강판의 강제진동응답 해석결과는 판의 길이 및 폭 방향으로의 중첩모드수가 각각 25개이고, 기진주파수가 50 Hz, 100 Hz인 경우에 대해서만 Fig. 2와 Fig. 3에 나타내었다.

평판과 보강판에 있어서 중첩모드수에 따른 진동응답의 수렴도는 기진주파수 50 Hz와 100 Hz에서 기진력 크기와 가진점의 진동속도를 이용해서 산정한 시간평균 입력파워로 검토하였으며, 그 결과는 Table 3에 나타내었다. 이로부터, 평판 및 보강판의 입력파워는 중첩모드수가  $40 \times 40$ 인 경우에



(a) Exciting frequency: 50Hz (b) Exciting frequency: 100Hz

Fig. 2 Vibratory displacement of the unstiffened plate



(a) Exciting frequency: 50Hz (b) Exciting frequency: 100Hz

Fig. 3 Vibratory displacement of the stiffened plate

Table 3 Modal convergence of time averaged input power

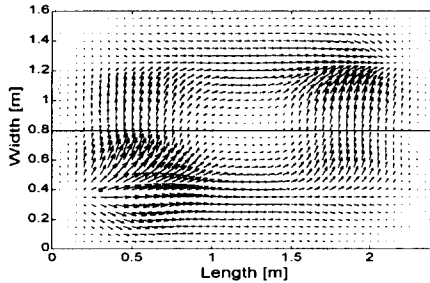
(unit: Watt)

No. of superposition modes	Unstiffened plate		Stiffened plate	
	50Hz	100Hz	50Hz	100Hz
(5 × 5)	0.027267	4.916534	0.041759	0.041940
(10 × 10)	0.027368	4.913895	0.043023	0.028051
(15 × 15)	0.027400	4.913472	0.043491	0.026411
(20 × 20)	0.027406	4.913312	0.043457	0.026114
(25 × 25)	0.027410	4.913213	0.043478	0.025941
(30 × 30)	0.027413	4.913154	0.043463	0.025917
(35 × 35)	0.027414	4.913117	0.043454	0.025877
(40 × 40)	0.027414	4.913097	0.043452	0.025862

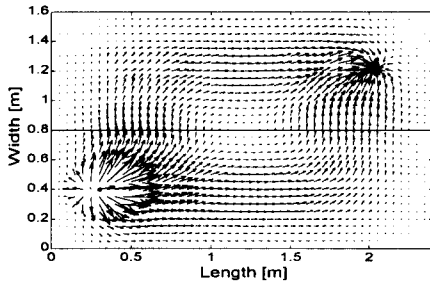
충분히 수렴하였음을 알 수 있다. 또한, 평판의 경우 5×5, 보강판의 경우 50Hz에서 15×15, 100Hz에서 약 25×25의 중첩모드수를 사용하여 산출한 입력파워는 중첩모드수 40×40인 경우와 1% 이내의 차이를 나타낼 수 있다.

### 4.3 평판과 보강판의 진동인텐시티 해석

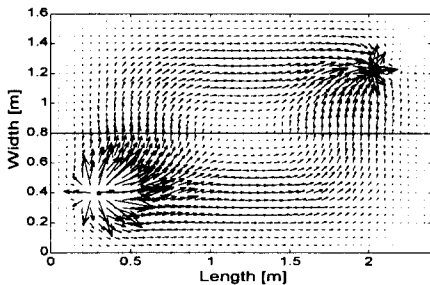
진동인텐시티는 진동변위의 공간에 대한 고차 미분항을 포함하고 있으므로 이의 정확한 계산을



(a) No. of superposition modes: 5×5  
( $I_{max} = 0.1422[W/m]$ )



(b) No. of superposition modes: 15×15  
( $I_{max} = 0.2594[W/m]$ )



(c) No. of superposition modes: 25×25  
( $I_{max} = 0.3371[W/m]$ )

Fig. 4 Structural intensity in the stiffened plate (Exciting frequency: 50 Hz)

위해서는 고유진동해석 또는 강제진동해석과 비교하여 더 많은 중첩모드를 사용할 필요가 있다. 본 연구에서는 중첩모드수에 따른 영향을 고찰하고자 보강판에 대해서 기진주파수가 50 Hz이고, 중첩모드수가 5×5, 15×15, 25×25인 경우의 진동인텐시티 해석 결과를 Fig. 4에 나타내었다. 이때, 진동인텐시티 벡터의 크기는 선형적으로 나타내었다.

상기 진동인텐시티 해석 결과로부터 기진원으로부터 유입된 진동에너지의 대부분이 보강재를 거쳐 국부감쇠점으로 전달됨을 알 수 있고, 중첩모드수에 따라 진동인텐시티의 크기 차가 심함을 알 수 있다. 또한, 진동에너지 흐름은 중첩모드수를 증가시킬수록 명확하게 나타나지만 내력의 변화가 심한 가진 및 국부감쇠 위치는 중첩모드수가 15×15인 경우에도 정확하게 나타나지 않음을 알 수 있다.

한편, 기진주파수가 100 Hz인 경우의 보강판의 진동인텐시티는 중첩모드수가 25×25인 경우의 결과만을 Fig. 5에 나타내었다. 이로부터, 기진주파수 100 Hz에서는 50 Hz의 경우와는 달리 보강재를 통과하여 국부감쇠점으로 전달되는 진동에너지가 적음을 알 수 있다.

면외하중이 작용하는 보강판에서 전단력, 굽힘모멘트 및 비틀모멘트 성분들의 진동인텐시티 기여도를 확인하고자 중첩모드수가 25×25이고, 기진주파수가 50Hz인 경우의 각 성분별 진동인텐시티를 Fig. 6에 나타내었다. 이로부터, 진동인텐시티는 전단력에 의한 성분이 가장 크고, 비틀모멘트에 의한 성분이 가장 작음을 알 수 있다. 다만, 보강재 부근에서는 굽힘모멘트 성분의 진동인텐시티가 지배적임을 확인할 수 있다.

보강판과 평판에서의 진동과워 전달 양상을 비

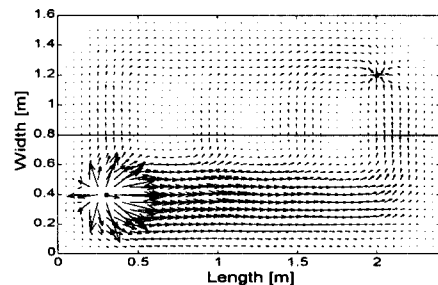
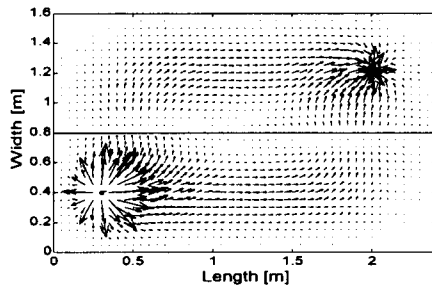
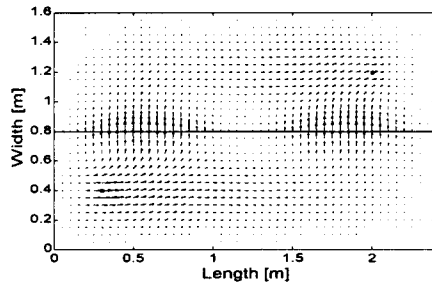


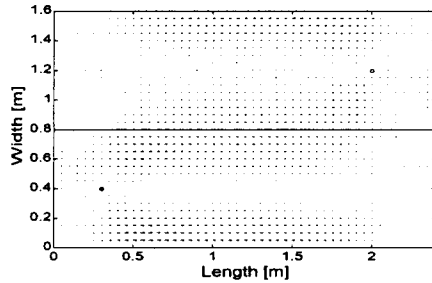
Fig. 5 Structural intensity in the stiffened plate (Exciting frequency: 100 Hz,  $I_{max} = 0.1788[W/m]$ )



(a) Shear force component  
( $I_{\max} = 0.2950[\text{W/m}]$ )



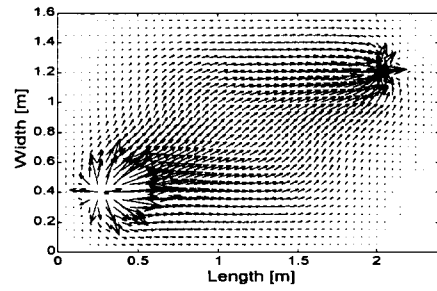
(b) Bending moment component  
( $I_{\max} = 0.0760[\text{W/m}]$ )



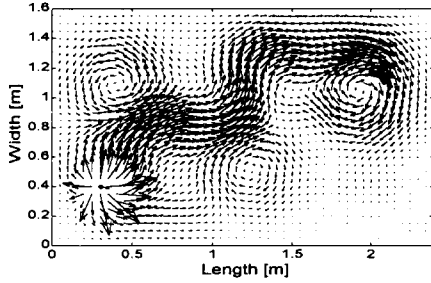
(c) Twisting moment component  
( $I_{\max} = 0.0273[\text{W/m}]$ )

Fig. 6 Components of structural intensity in the stiffened plate (Exciting frequency: 50 Hz)

교하기 위하여 중첩모드수가  $25 \times 25$ 이고, 기진주파수 50 Hz, 100 Hz인 경우의 평판의 진동인텐시티 해석결과를 Fig. 7에 나타내었다. 이로부터, 기진주파수 50 Hz에서는 진동파워가 평판의 대각선을 기준으로 대칭형상을 이루면서 가진 위치로부터 국부감쇠 위치로 전달됨을 알 수 있다. 또한, 기진주파수 100 Hz에서의 진동인텐시티는 그 크기가 매우 크고, 국부적인 와류 형태를 나타냄을 알 수 있다. 이는 상기 주파수가 12차 모드의 고유진동수인



(a) Exciting frequency: 50 Hz  
( $I_{\max} = 0.2078[\text{W/m}]$ )



(b) Exciting frequency: 100 Hz  
( $I_{\max} = 36.0965[\text{W/m}]$ )

Fig. 7 Structural intensity in the unstiffened plate (No. of superposition modes:  $25 \times 25$ )

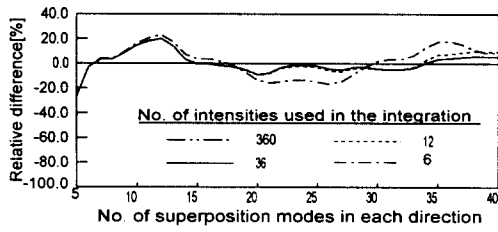
100.20 Hz와 거의 일치하므로 공진에 의한 현상이라고 사료된다.

#### 4.4 진동인텐시티를 이용한 파워 추정

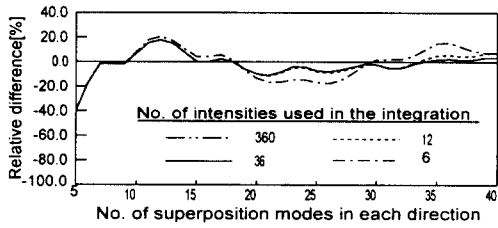
기진원으로부터 구조물에 입력되는 파워를 기진원을 내부에 포함하는 폐곡선상의 진동인텐시티를 이용하여 산정할 경우, 중첩모드수 뿐만 아니라 식(15)에 나타낸 선적분에 사용되는 진동인텐시티 개수와 이의 위치에 따라서도 정확도가 달라진다.

본 연구에서는 이에 대한 검토를 위하여 점 가진된 평판을 대상으로 가진점을 원점으로 하는 원형 폐곡선의 반경과 수치적분에 사용한 진동인텐시티의 개수 및 중첩모드수를 달리 하면서 산정한 파워  $P_f$ 와 중첩모드수  $40 \times 40$ 인 경우의 기진원 입력파워  $P_{ref}$ 와의 상대편차를 Fig. 8과 Fig. 9에 나타내었다. 이때, 기진주파수는 50 Hz와 100 Hz로 하였다.

상기 결과로부터 진동인텐시티를 이용해 추정한 파워  $P_f$ 는 중첩모드 수의 증가에 따라 입력파워  $P_{ref}$ 에 다소 동요하면서 수렴함을 알 수 있다.

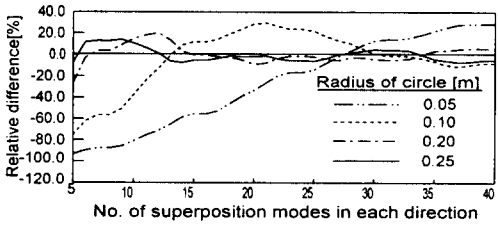


(a) Exciting frequency: 50 Hz

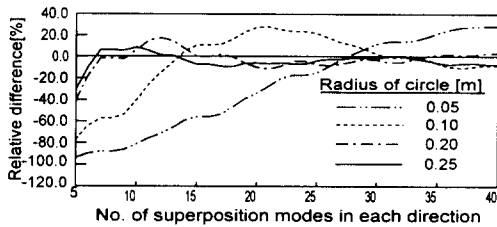


(b) Exciting frequency: 100 Hz

Fig. 8 Relative differences of the power obtained by the intensity integration over the circle containing the excitation point with respect to the power injected into the unstiffened plate (Circle radius: 0.2 m)



(a) Exciting frequency: 50 Hz



(b) Exciting frequency: 100 Hz

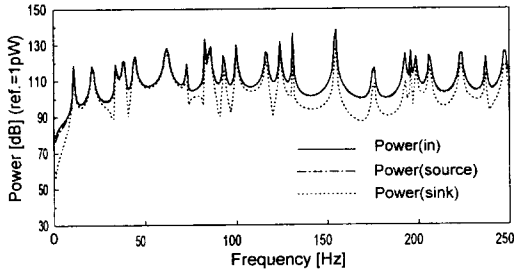
Fig. 9 Relative differences of the power obtained by the intensity integration over the circle containing the excitation point with respect to the power injected into the unstiffened plate (No. of intensities used in the integration: 36)

이는 진동변위의 공간미분항을 이용하여 진동인텐시티를 산정하기 때문에 나타나는 현상인 것으로 사료된다. 한편, 원형 폐곡선의 반지름이 0.2 m인 경우에 360 지점 및 36 지점의 진동인텐시티를 이용하여 산정한  $P_f$ 는 중첩모드수에 상관없이 거의 동일한 결과를 주었으며, 12지점을 이용한 결과도 360 지점을 이용한 결과와  $P_{ref}$ 를 기준으로 4.3% 이내의 차이를 나타내었다. 그러나, 6지점의 진동인텐시티를 이용하여 추정된  $P_f$ 는 중첩모드수에 따라 다소 차이는 있으나 최대 11%의 상대편차를 나타내었다.

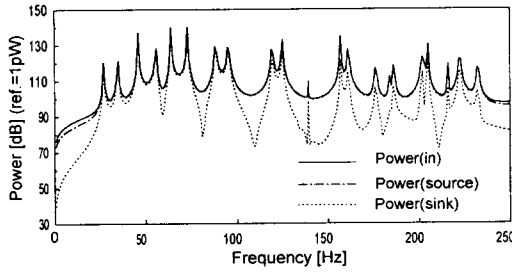
원형 폐곡선의 반지름이 0.05 m인 경우, 진동인텐시티를 적분하여 구한 파워  $P_f$ 는 상대편차의 변화가 심할 뿐만 아니라 중첩모드수를 증가시켜도  $P_{ref}$ 와의 상대편차가 매우 큰을 알 수 있다. 반지름이 0.10 m인 경우에는 중첩모드수  $30 \times 30$  이하에서는 0.05 m인 경우와 동일한 양상을 나타내며, 그 이상의 중첩모드수에서는  $P_{ref}$ 를 기준으로 최대 11% 이내의 상대편차를 가지며  $P_f$ 가 수렴함을 알 수 있다. 반지름이 0.20 m, 0.25 m인 경우에는  $P_f$ 가 중첩모드수의 증가에 따라 안정적인 수렴성을 나타낼 뿐만 아니라  $P_{ref}$ 에 대한 상대편차도 작음을 알 수 있다. 이와 같은 양상은 가진점 인접 위치에서는 내력의 변화가 심하여 진동인텐시티 해석 결과에 미치는 영향이 크기 때문인 것으로 판단된다. 따라서, 진동인텐시티를 이용하여 기진원의 입력파워를 추정할 경우, 구조부재의 내부손실 효과와 함께 내력의 불연속성을 고려하여 적분위치를 선정할 필요가 있다고 사료된다.

Fig. 10에는 평판과 보강판에 있어서 기진주파수 250 Hz까지의 기진원 입력파워  $P_{ref}$ 와 진동인텐시티를 이용하여 기진원으로부터 유입된 파워  $P_f$ 와 국부감쇠점으로 소산되는 파워  $P_d$ 를 계산한 결과를 나타내었다. 이때, 중첩모드수는  $25 \times 25$ 로 하였으며,  $P_f$ 와  $P_d$ 는 각각 가진점과 국부감쇠점을 중심으로 하는 반지름 0.2 m인 원형 폐곡선상의 12지점에서의 진동인텐시티를 이용하여 산정하였다.

상기 수치해석 결과로부터 내부손실계수가 작은 판 구조물의 경우 가진점 주위 진동인텐시티를 이용하면 기진원으로부터 입력되는 파워를 정확하게 추정할 수 있음을 알 수 있다. 또한, 공진주파



(a) Unstiffened plate



(b) Stiffened plate

Fig. 10 Power estimation using structural intensity in the unstiffened and stiffened plates

수에서의 국부감쇠점 파워  $P_d$ 는 90 Hz 미만의 주파수대역에서는 입력파워  $P_{ref}$ 와 차이가 적으나, 그 이상의 주파수 영역에서는 7 dB ~ 15 dB의 차이를 나타내어 상대적으로 고차 진동형에서 구조부재의 내부손실에 의한 파워 저감효과가 큼을 알 수 있다. 한편, 대부분의 반공진주파수 (anti-resonance frequency)에서는 평판 및 보강판 모두 구조부재의 내부감쇠 효과로 인하여 국부감쇠점 파워가 입력파워보다 작고, 보강판에서 그 효과가 더욱 크게 나타남을 알 수 있다.

## 5. 결론

본 연구에서는 assumed mode method를 이용한 모달해석기법으로 평판과 보강판의 진동인텐시티를 수치해석하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 모달해석을 이용하여 정도 높은 진동인텐시티 해석을 수행하기 위해서는 고유진동해석 또는 강제진동해석의 경우보다 더 많은 중첩모드수가 요구된다. 이는 진동인텐시티 계산에 필요한 내력을 진동변위의 공간미분항을 이용해서 계산하기 때문이다.

- (2) 진동인텐시티의 측정위치는 구조부재의 내부손실 효과와 함께 내력의 불연속성을 고려하여 선정할 필요가 있다. 또한, 기진원을 내부에 포함하는 폐곡선상에서 약 30° 간격의 진동인텐시티 정보를 이용하면 기진원 입력파워를 비교적 정확하게 추정할 수 있다.
- (3) 면외 집중 기진력이 가해진 평판 및 보강판의 진동에너지는 전단력 성분에 의해 지배적으로 전달되었다. 또한, 보강재를 통과하는 진동인텐시티는 굽힘모멘트 성분이 지배적이다.
- (4) 구조부재의 내부손실 효과는 저차 공진주파수 영역에서는 작았고, 고차 공진주파수 영역 및 비공진주파수 영역에서 컸다.

## 참고 문헌

- (1) D. U. Noiseux, 1970, "Measurement of Power Flow in Uniform Beams and Plates", *Journal of the Acoustical Society of America*, 47(1), pp. 238-247.
- (2) G. Pavic, 1976, "Measurement of Structure Borne Wave Intensity, Part I : Formulation of the Methods", *Journal of Sound and Vibration*, 49(2), pp. 221-230.
- (3) F. J. Fahy and R. Pierri, 1977, "Application of Cross-Spectral Density to a Measurement of Vibration Power Flow between Connected Plates", *Journal of the Acoustical Society of America*, 62(5), pp. 1297-1298.
- (4) J. W. Verheij, 1980, "Cross Spectral Density Methods for Measuring Structure Borne Power Flow on Beams and Pipes", *Journal of Sound and Vibration*, 70(1), pp. 133-139.
- (5) K. Saijyou and S. Yoshikawa, 1996, "Measurement of Structural and Acoustic Intensities using Near-field Acoustical Holography", *Journal of Applied Physics of Japan*, 35, pp. 3167-3174.
- (6) 김용조, 김양한, 1997, "평판 인텐시티 측정을 통한 근접장 음향인텐시티와 손실계수 측정법", *한국소음진동공학회지*, 제7권 제4호, pp. 589-596.
- (7) Y. Zhang and J. A. Mann III, 1996, "Examples of using Structural Intensity and the Force Distribution to Study Vibrating Plates", *Journal of the Acoustical Society of America*, 99(1), pp. 354-361.
- (8) M. S. Troitsky, 1976, *Stiffened Plates - Bending, Stability and Vibrations*, Elsevier Scientific Publishing Co..
- (9) L. Meirovitch, 1967, *Analytical Methods in Vibrations*, Macmillan Publishing Co..
- (10) L. Gavric and G. Pavic, 1993, "A Finite Element Method for Computation of Structural Intensity by the Normal Mode Approach", *Journal of Sound and Vibration*, 164(1), pp. 29-43.
- (11) L. Gavric, U. Carlsson and L. Feng, 1997, "Measurement of Structural Intensity using a Normal Mode Approach", *Journal of Sound and Vibration*, 206(1), pp. 87-101.