

단순지지된 Steel 및 복합재료 원통셀의 진동에 대한 실험적 고찰

이 영 신*, *최 명 환**, 길 기 남**, 송 근 영**

An Experimental Study on the Free Vibration of the Steel and Composite Cylindrical Shells with Simply Supported Edge Conditions

Young-Shin Lee*, *Myoung-Hwan Choi**, Gi-Nam Gil** and Keun-Young Song**

ABSTRACT

The free vibration analysis of the simply supported steel and composite cylindrical shells are investigated. The natural frequencies and mode shapes of the shell are experimentally obtained by impact testing using an impact hammer and an accelerometer. The effects of the material and geometry on the vibrational characteristics of the shell are examined. The experimental results are compared with the analytical and a finite element results. They showed good agreement with each other.

1. 서론

여러 구조물들은 사용용도에 따라 다양한 형상을 가지고 있다. 이러한 형상 중 비강도 및 비강성이 높은 원통셀은 비행기, 배, 자동차등 많은 구조물에서 아주 중요한 역할을 하고 있다. 이와같이 중요한 구조 요소인 원통셀 문제는 많은 연구자들에 의해 연구되어 왔으며, 다양한 경계조건 및 하중하에서의 정적 혹은 동적문제등에 대해 활발히 연구되어지고 있다[1~8]. 이중에서도 단순지지 경계조건을 갖는 원통셀은 경계조건을 만족하는 함수의 형태가 비교적 간단하기 때문에 셀을 연구하는 사람이면 누구나 친숙한 문제라 생각된다. 최근에 복합재료에 대한 연구가 활발해지면서 복합재료 원통셀에 대한 진동특성을 규명하기 위한 기본 연구로서 실험적 연구가 필요하게 되었다. 따라서 본

연구에서는 단순지지된 steel 및 복합재료 원통셀의 고유진동 문제를 실험적으로 규명하는데 그 목적이 있으며, 에너지법과 Rayleigh-Ritz법을 이용한 이론해 및 상용 유한요소해석 프로그램을 이용한 해석결과를 비교/검토함으로써 단순지지 원통셀의 진동거동에 대하여 고찰하였다. 또한 실험 결과인 고유진동수 및 모드형상을 통하여 단순지지 경계조건의 구현과 실험결과의 정확성을 확인하였고, 여러 조합된 경계를 갖는 원통셀의 진동거동 예측을 위한 기초를 마련하였다.

2. 수식화

본 연구에서 고려한 원통셀에 대한 기하학적 형상을 Fig. 1에 나타내었으며, 원통셀은 길이 L , 두께 h , 그리고 반경 R 을 갖는다. 원통셀의 좌표계도 x, θ, z 의 원통좌표계를 사용하였고, x 는 축방향, θ 는 원주방향 그리고 z 는 반경방향을 나타내며, 각 방향 변위성분은 u, v, w 로 표현하였다.

* 정회원, 충남대학교 기계설계공학과 교수

** 충남대학교 기계설계공학과 대학원

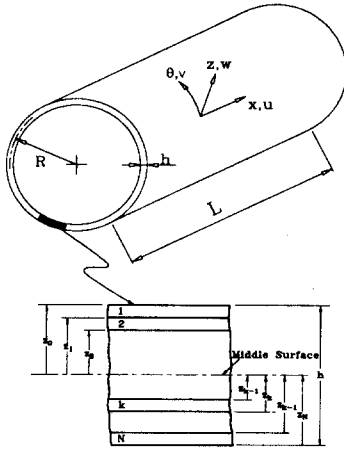


Fig. 1 Geometry and coordinate system of the circular cylindrical shell

고려된 원통셀에 대한 Love의 이론에 따른 변형률-변위 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= u_{,x} & \epsilon_\theta &= \frac{1}{R}(v_{,\theta} + w) \\ \epsilon_{x\theta} &= \frac{1}{R}(u_{,\theta} + v_{,x}) & k_x &= -w_{,xx} \\ k_\theta &= -\frac{1}{R^2}(w_{,\theta\theta} - v_{,\theta}) \\ k_{x\theta} &= -\frac{1}{R}(2w_{,x\theta} - v_{,x}) \end{aligned} \quad (1)$$

원통셀의 자유진동해석에 에너지법을 적용하기 위해서는 원통셀에 대한 변형률에너지와 운동에너지가 필요하며, 우선 변형률에너지는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^L \int_0^{2\pi} (N_x \epsilon_x + N_\theta \epsilon_\theta \\ &\quad + 2N_{x\theta} \epsilon_{x\theta} + M_x \kappa_x + M_\theta \kappa_\theta \\ &\quad + 2M_{x\theta} \kappa_{x\theta}) R d\theta dx dz \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서 N_i 와 M_i ($i = x, \theta, x\theta$)은 단위길이당 합응력 및 합모멘트로서 복합재료에 대하여 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ \dots \\ M_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} \\ \dots & \dots \\ B_{ij} & D_{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_i \\ \dots \\ \kappa_i \end{Bmatrix} \quad (3)$$

여기서 A_{ij} , B_{ij} 와 D_{ij} 는 복합재료 적층재에 대한 신장, 연성강성계수 그리고 굽힘강성계수이며, 이들은 각각 다음과 같이 정의된다.

$$[A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}] = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} (\bar{Q}_{ij})_k (1, z, z^2) dz \quad (4)$$

여기서 $(\bar{Q}_{ij})_k$ 는 변환축소강성계수이고, z_k 는 중앙면에서 k번째 층까지의 거리이다.

또한 원통셀에 대한 운동에너지는

$$T = \frac{1}{2} \rho_t \int_0^L \int_0^{2\pi} (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) R d\theta dx \quad (5)$$

와 같고, 여기서 $\rho_t = \sum_{k=1}^N \rho_k h_k$ 이며, ρ_k 와 h_k 는

k번째층의 밀도와 두께이다.

원통셀의 양단 단순지지 경계조건을 만족하는 변위함수는 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$\begin{aligned} u(x, \theta, t) &= U_{mn} \cos \frac{m\pi x}{L} \cos n\theta e^{i\omega_{mn}t} \\ v(x, \theta, t) &= V_{mn} \sin \frac{m\pi x}{L} \sin n\theta e^{i\omega_{mn}t} \\ w(x, \theta, t) &= W_{mn} \sin \frac{m\pi x}{L} \cos n\theta e^{i\omega_{mn}t} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 U_{mn} , V_{mn} , W_{mn} 는 각 방향의 진폭계수이고, ω_{mn} 은 진동모드 (m,n)에서의 각 진동수이다.

원통셀에 대한 총에너지는 변형에너지와 운동에너지의 합으로 표현되고, Rayleigh-Ritz 과정을 적용하면 행렬형태로 표현된 원통셀에 대한 진동수방정식을 얻는다.

$$|K_{ij} - \omega_{mn}^2 M_{ij}| = 0 \quad ij = 1, 2, 3 \quad (7)$$

위의 고유치문제를 풀면 단순지지된 원통셀에 대한 고유진동수를 계산할 수 있다.

3. 진동실험

3.1 실험시편 및 장치

실험을 통한 단순지지된 steel 및 복합재료 원통셀의 진동특성 해석을 위하여 원통셀 시편을 제작하였고, Table 1에는 시편에 대한 기하학적 형상 데이터를 나타내었다. 시편은 길이가 다른 두 스테인레스강(Case I · II)과 유리섬유강화 (GFRP)

복합재료로서 적층각 및 적층순서는 $[90^{\circ}/0^{\circ}]_4$ 와 $[0^{\circ}/\pm 45^{\circ}/90^{\circ}]_3$ 이며, 각각 CaseIII와 CaseIV로 분류하였다. 또한 본 실험에서 채용한 GFRP는 평직형으로 이 경우에는 0° 적층재와 90° 적층재가 동일한 형태이다.

Table 1. Dimensions of the specimens (mm)

Specimen	Case I	Case II	Case III	Case IV
Radius(R)	60	60	109	109
Length(L)	200	400	360	360
Thickness(h)	1.6	1.6	4.8	3.5
Material	Steel	Steel	GFRP	GFRP

단순지지의 경계조건의 구현은 원통셀의 양단에 원주방향으로 볼트를 이용하였다. 우선 원통셀이 들어갈 수 있는 원형홀을 만들어 홀의 중심을 향해 18개, 24개의 볼트를 이용해 원통셀을 지지할 수 있는 지그를 제작하였고, 이를 고정하기 위한 'L' 자형 구조물을 설계/제작하였다. 또한 이들 셀의 고정지그는 T-슬롯을 갖는 다용도의 베드구조물에 볼트체결을 통하여 고정하였다.

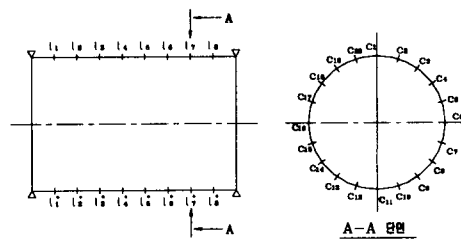
고유진동수 및 모드형상을 얻기 위한 진동실험은 충격해머와 가속도계를 사용한 충격가진법을 이용하였다. 사용한 실험장비는 두 채널을 갖는 주파수분석기(FFT), 충격해머, 가속도계 그리고 응답의 진폭을 위한 power unit등이 있다. 또한 가속도계는 와스를 사용하여 시편에 부착하였다.

3.2 실험방법

단순지지 원통셀의 진동실험은 FFT를 이용한 주파수분석으로 수행되었고, 실험에 앞서 모드형상을 결정하기 위하여 시편에 길이방향과 원주방향으로의 가진점을 표시하였다. 시편을 고정지그에 고정한 다음, 주파수분석기에서 진동수의 측정범위와 센서의 민감도 및 증폭범위를 세팅한다. 충격가진법에서는 충격해머에 의한 가진이 입력신호로 들어가고, 가속도계의 응답신호가 주파수분석기에 입력되어 전달함수의 피크 응답이 일어나고, 위상각이 바뀌는 곳에서 고유진동수가 결정된다. 이

때 주파수응답곡선은 원하는 가진점을 정확히 가진하지 못하는 경우의 불규칙한 신호로 인한 오차를 줄이기 위하여 8회를 가진함으로써 이들을 평균하여 얻었다.

실험으로 결정한 단순지지 원통셀의 고유진동수에서 구조물이 어떤 모드로 거동하는가를 모드형상을 통하여 입증할 필요가 있다. 실험을 통하여 모드형상을 결정하는 데에는, 우선 시편을 가진하여 상대변위를 얻고자 하는 가진점을 결정해야 하고, 주파수응답곡선에서 고유진동수를 결정해야 한다. 이때 좀 더 정확한 모드형상을 얻기 위해서는 많은 점에서의 응답을 알 필요가 있으나, 너무 많아지게 되면 실험시간이 오래 걸리고 데이터 처리에 어려움이 있다. 따라서 본 연구에서는 원통셀의 모드형상을 얻기 위하여 길이방향 8 point와 원주방향 20 point의 가진점을 이용하였다. 모드형상은 예상되는 변위가 발생하지 않는 노달라인(nodal line)을 피하여 가속도계를 부착하고, 각 절점을 가진하여 주파수응답곡선의 허수부(imaginary part)에서 상대변위를 결정하고, 이들을 연결하여 결정하였다. Fig. 2는 단순지지 원통셀의 모드형상을 결정하기 위한 측정점을 나타내었고, Fig. 3



은 진동실험의 개략도를 나타내었다

Fig. 2 Exciting and measuring point to determine mode shapes of the simply supported shell by experiment

4. 유한요소해석

실험결과와의 비교를 위해서 상용 유한요소 프로그램인 ANSYS 코드[9]를 이용한 해석을 수행하였고, 고유진동수 및 모드형상을 비교·검토하였다.

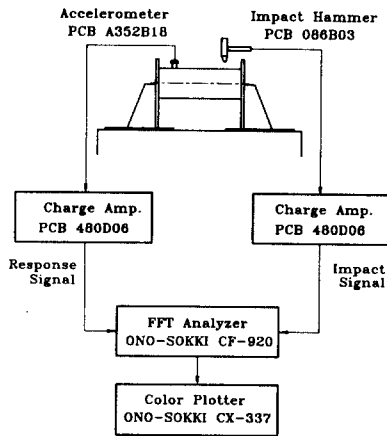


Fig. 3 Block diagram for the experiment

유한요소 모델링은 등방성 재료인 steel의 원통셀 해석을 위해 4개의 절점으로 구성된 탄성 셀요소(SHELL63)와 복합재료 해석을 위해 절점당 6자유도를 갖는 적층셀요소(SHELL99)를 사용하였다. 원통셀에 대한 유한요소 모델의 생성은 길이방향 20개와 원주방향 28개의 메쉬로 모델링하였다. 모델에 대한 전체 절점과 요소수는 각각 1736개와 560개이다. 또한 모달해석은 모드형상의 subspace법을 이용하였고, 유한요소 해석에서 단순지지 경계조건은 셀의 양단에서 축방향 변위는 허용하고, 원주방향 및 반경방향 변위는 구속하는 것으로 구현하였다.

5. 결과 및 고찰

진동실험을 통하여 단순지지된 steel 및 복합재료 원통셀의 고유진동수와 모드형상을 결정하였고, 결과들은 이론해 및 유한요소 해석결과와 비교/고찰하였다. 실험에 사용된 시편들은 steel과 평직형 GFRP 복합재료이고, 이들의 기계적 물성값을 Table 2에 나타내었다.

Fig. 4와 5는 등방성 재료인 Case I 과 Case II의 고유진동수와 모드를 이론, 실험 그리고 유한요소 해석 결과를 함께 나타내었다. Case I 과 Case II는 서로 물성이 같고, 길이는 Case II가 Case I의 두배이며, 두께 및 반경은 같다. 실험결과를 대체적으로 이론해나 유한요소해석 결과보다 약간

Table 2. Material properties of the steel and GFRP composite cylindrical shell

Properties	Unit	Stainless Steel	GFRP
Young's modulus (E_1)	GPa	207.0	26.2
Young's modulus (E_2)	GPa	207.0	26.2
Shear modulus (G_{12})	GPa	80.0	4.9
Density (ρ)	kg/m ³	7860.0	1880.0
Poisson's ratio (ν_{12})	-	0.29	0.12

낮은 값을 보였으며, 8차까지의 고유진동수는 세 가지 해석결과가 비교적 잘 일치하였다.

등방성 원통셀의 길이가 길어질수록 전체적인 진동수는 낮아지고, 길이에 따른 기본진동수는 Case I 이 원주방향 반파수 $n=3$ 에서 1437.5 Hz, Case II는 $n=2$ 에서 712.0 Hz에서 나타났다. 이것은 길이가 길어지면서 진동수가 약 1/2로 줄어드는 값이며, 원주방향 모드가 3에서 2로 바뀌어 길이가 길어지면 셀모드의 특성이 줄어들고, 길이방향 빔 모드로 접근함을 알 수 있다. 또한 길이방향 반파수 $m=2, 3$ 에서의 진동수는 저차모드에서 $m=1$ 인 경우 보다 상당히 높은 값을 보이나, 고차로 갈수록 차가 줄어들었다. 셀의 길이가 길어지면서 저차에서 길이방향 빔 모드가 더 많이 나타나며, 이러한 경향은 전체적인 모드에서 발생하여, 원통셀의 특성을 확인할 수 있다.

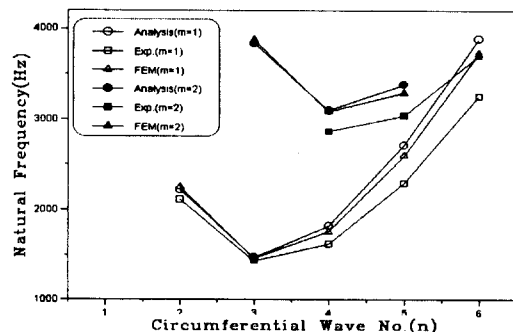


Fig. 4 Comparison of frequencies of Case I with analytical, experimental and FEM results

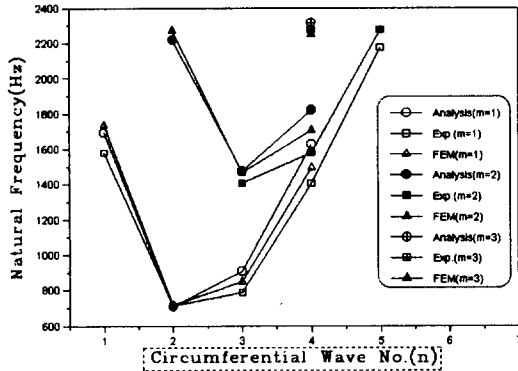


Fig. 5 Comparison of frequencies of Case II with analytical, experimental and FEM results

GFRP 복합재료인 Case III와 Case IV의 진동 해석 결과를 Table 3과 4에 제시하였다. Case III는 $[90_0/0_0]$ 적층되고, Case IV는 $[0_3/\pm 45_3/90_3]$ 적층된 GFRP의 경우이며, 8차까지의 실험 및 이론해와 유한요소해석 결과를 함께 나타내었다.

유리섬유강화 복합재료의 경우에서도 세 해석 결과는 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. Case III의 경우 기본진동수는 (1,3)모드에서 700.0 Hz를 보였고, Case IV의 경우에도 (1,3)모드에서 625.0 Hz를 나타내었다. 전체적인 모드수는 셀의 길이 대 반경비(L/R)가 3.3으로 Case I 과 유사하기 때문에 비슷한 경향을 보였다. 또한 모드중 등방성 셀이나 Case IV에서는 나타나지 않았던, 길이방향과 원주방향 1차 모드(1,1)가 Case III에서는 6차 모드에서 나타났다. 이것은 복합재료 원통셀의 적층순서 때문에 발생한 것으로 생각된다. 또한 길이방향 m=2 모드는 원주방향 n=3 혹은 4에서 나타나 고차에서는 셀의 원주방향의 모드가 지배적임을 확인할 수 있다.

단순지지 경계조건을 갖는 steel 및 GFRP복합재료 원통셀에 대한 고유진동수와 모드형상을 실험을 통하여 결정하였고, 진동수에 해당하는 모드수를 그림과 표에 나타내었다. Fig. 6은 Case II 모델의 실험과 유한요소해석을 통한 모드형상을 나타내었다. 앞에서 언급된 것처럼 Case II 모델은 길이가 길기 때문에 8차까지의 진동수내에 길이방향 1~3까지의 모드가 나타났고, 원주방향으로는 3

차 혹은 4차의 모드를 보였다. 실험을 통한 모드형상은 유한요소해석 결과와 잘 일치하여 실험상의 경계조건 구현이 비교적 정확하게 되었음을 확인할 수 있다.

Table 3. Comparison of frequencies of Case III with analytical, experimental and FEM results

	Analytical		Experimental		FEM	
	Freq. (Hz)	Mode (m,n)	Freq. (Hz)	Mode (m,n)	Freq. (Hz)	Mode (m,n)
1	700.0	(1,3)	700.0	(1,3)	696.7	(1,3)
2	772.5	(1,2)	780.0	(1,2)	771.7	(1,2)
3	1077.8	(1,4)	1035.0	(1,4)	1068.8	(1,4)
4	1347.0	(2,3)	1330.0	(2,3)	1343.1	(2,3)
5	1407.6	(2,4)	1415.0	(2,4)	1396.1	(2,4)
6	1423.4	(1,1)	1587.0	(1,5)	1423.4	(1,1)
7	1681.4	(1,5)	-	-	1660.0	(1,5)
8	1804.0	(2,2)	1815.0	(2,2)	1843.0	(2,2)

Table 4. Comparison of frequencies of Case IV with analytical, experimental and FEM results

	Analytical		Experimental		FEM	
	Freq. (Hz)	Mode (m,n)	Freq. (Hz)	Mode (m,n)	Freq. (Hz)	Mode (m,n)
1	583.3	(1,3)	625.0	(1,3)	581.3	(1,3)
2	779.8	(1,4)	695.0	(1,2)	775.8	(1,4)
3	818.3	(1,2)	805.0	(1,4)	817.7	(1,2)
4	1182.5	(1,5)	1200.0	(1,5)	1174.6	(1,5)
5	1222.8	(2,4)	1230.0	(2,4)	1217.5	(2,4)
6	1421.8	(2,5)	1315.0	(2,3)	1410.8	(2,5)
7	1431.6	(2,3)	1450.0	(2,5)	1429.4	(2,3)
8	1704.6	(1,6)	1720.0	(1,6)	1689.9	(1,6)

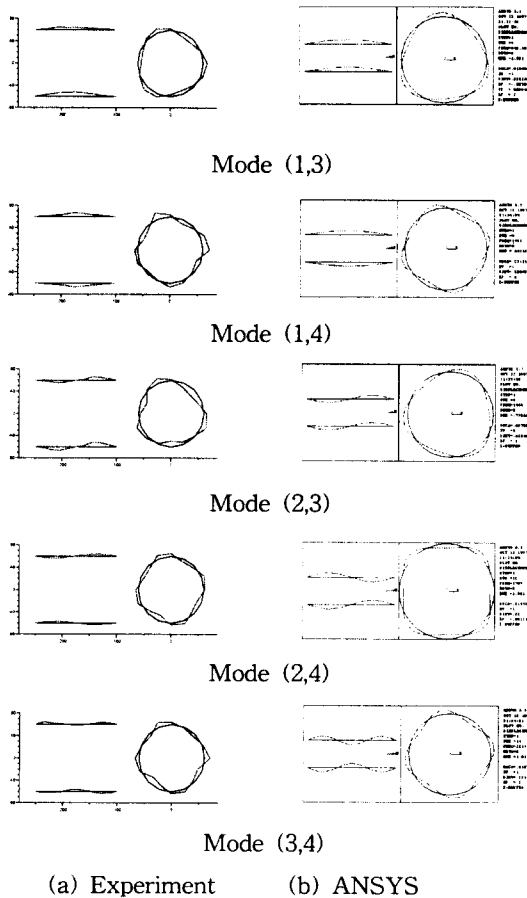


Fig. 6. Typical mode shapes of the isotropic cylindrical shell of Case II

6. 결론

단순지지 경계조건을 갖는 steel 및 복합재료 원통셸에 대한 자유진동 특성을 실험적으로 규명하기 위한 연구를 수행하였다. 네 경우의 모델에 대한 해석결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) Steel과 유리섬유강화 복합재료 원통셸의 진동 실험 결과는 이론해와 유한요소해석 결과와 잘 일치하여 실험상의 여러 조건을 구현하는 것이 비교적 정확함을 확인하였다.
- (2) 단순지지된 원통셸의 길이가 길어지면 진동수는 감소하고, 원주방향 모드보다는 길이방향의 빔 모드의 영향이 크게 나타난다.

(3) 평직 GFRP 복합재료 원통셸의 진동거동은 준 등방성의 적층으로 인해 등방성셸과 유사한 거동을 보였다.

(4) 실험으로 결정된 모드형상은 이론해나 유한요소 해석을 통한 모드형상과 잘 일치하여, 실험결과의 신뢰성을 확인할 수 있었다.

※ 참고문헌

- (1) Yamane, J.R., 1965, "Natural Frequency Curves of Simply Supported Cylindrical Shells", AIAA Journal, Vol. 3, No. 1, pp. 180~181.
- (2) Leissa, A.W., 1973, "Vibration of Shells", NASA SP-128.
- (3) Blevins, R.D., 1975, "Formulas for Natural Frequency and Mode Shape", Van Nostrand Reinhold Company.
- (4) Chung, H., 1981, "Free Vibration Analysis of Circular Cylindrical Shells", Journal of Sound and Vibration, Vol. 74, No. 3, pp.331~350.
- (5) 이영신, 문홍기, 1986, "직교이방성 복합재료 원통셸의 자유진동 해석", 대한기계학회논문집, 제 8 권, 제 5 호, pp. 408~415.
- (6) 이영신, 김영완, 1996, "복합재료 원통셸의 고유진동수 및 좌굴하중에 대한 직교보강 특성연구", 한국소음진동학회지, Vol. 6, No. 4, pp.457~467.
- (7) Niezrecki, C. and Cudney, H.H., 1998, "Creating and Verifying a Research-Grade Simply-Supported Cylinder with Applications to Aerospace Structures", Proceedings of the 16th International Modal Analysis Conference, Vol II, pp. 1240~1249.
- (8) Soedel, W., 1993, "Vibrations of Shells and Plates", 2nd ed., Marcel Dekker, Inc.
- (9) Swanson Analysis Systems Inc., 1992, "ANSYS User's Manual : Volume III Elements"