

압축 하중을 받는 방진고무의 동특성 해석 및 실험

0김 국 원*, 임 종 락*, 한 용 희*, 손 회 기*, 안 태 길**

Analysis and Experiment of the Dynamic Characteristics of Rubber Materials for Anti-Vibration under Compression

K. W. Kim, J. R. Lim, Y. H. Han, H. G. Son and T.-K. Ahn

ABSTRACT

Rubber materials are extensively used in various machine design application, mainly for vibration/shock/noise control devices. Over the years an enormous effort has been put into developing procedures to provide properties of rubber material for design function. However, there are still a lot of difficulties in the understanding of dynamic characteristics of the rubber components in compression. In this paper, the dynamic characteristics of rubber materials for anti-vibration under compression were investigated. Dynamic and static tests for rubber material with 3 different hardness were performed. In dynamic tests, non-resonance method, impedance method, was used to obtain the complex modulus (storage modulus and loss factor) and the effects of static pre-strain on the dynamic characteristics were investigated. Also, a relation equation between linear dynamic and nonlinear static behavior of rubber material was discussed and its usefulness to predict their combined effects was investigated.

1. 서론

고배속, 고밀도의 광기록 재생기기에 있어서 진동, 소음에 대한 대책은 매우 중요한 문제이다. 광피업(Optical Pick-up)부가 디스크에 기록되어 있는 트랙(track)을 읽거나, 또는 새로운 정보를 기록할 때, 고배속, 고밀도화 되어 갈수록 외부의 진동 및 충격에 의해 오동작을 일으킬 가능성이 높아지며, 또한 고배속화에 따라 발생하는 내부 진동원에 대해서도 대책이 마련되어야 하는 등 광기록 재생기는 기본적인 구조상 진동에 매우 취약한 특성을 내재하고 있다. 따라서 안정적으로 정보를 저장, 재생시키기 위해서는 서보 제어기술의 발전과 함께, 기계적인 진동특성의 안정성 확보가 요구된다.

상용화 되어있는 광기록 재생기기에는 내부 및 외부 진동원에 대처하기 위해 방진부를 설치하는데, 통상 고무를 사용하고 있다. 일반적으로 고무는 금속에 비하여 내부마찰이 크고 경제성, 성형의

용이성 때문에 기계구조물의 방충, 방음 및 방진재로 널리 이용되어 왔다. 그러나 고무재료는 하중과 변형이 비선형 관계를 보이고 대변형 범위에서도 탄성거동을 나타내는 초탄성(hyper-elastic)특성을 보인다. 또한 시간에 따라 재료의 물성치가 변하는 점탄성(visco-elastic)특성을 나타내는 등 매우 난해한 거동을 보인다. 따라서 고무부품의 효과적인 설계를 위해서는 고무재료의 특성을 잘 이해하고 이의 정적/동적 물성치를 정확히 파악하여야 한다.

고무재료의 정적 물성치는 변형률에너지 함수로 표현되고, 동적 물성치는 저장탄성계수(storage modulus)와 손실계수(loss factor)로 나타내어지는 복소탄성계수(complex modulus)와 포아송비로 표현되는데, 포아송비는 일반적으로 고무재료가 비압축성이므로 0.499의 값을 사용한다. 고무재료의 복소탄성계수는 여러 요인에 의해 영향을 받는데, 보통 온도와 주파수 의존성이 높다. 이중 온도의 경우, 한 특정온도에서 재료의 물성치 특성을 알면 이동인자(shift factor)를 이용하여 다른 온도에서의 물성치 특성을 얻을 수 있는 것으로 알려져 있으므로,⁽¹⁾⁽²⁾ 주파수 특성에 관한 연구가 중점적으로

* LG전자 디지털미디어 연구소

** 호서대학교 기계공학과

이루어져 왔다.⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾ 그러나 광기록 재생기기에 사용되는 고무부품의 설계에 있어서는 주파수뿐만 아니라, 지지하고 있는 시스템의 무게에 의해 또는 의도적으로 가해지는, 압축하중의 영향을 필히 고려해야 한다. 지난 수십년 동안 고무부품 설계에 대해 실험적으로나 이론적으로 많은 노력이 이루어져 왔으나, 아직까지 압축된 고무재료에 대한 연구내용은 그리 많지 않다. 실제적으로 고무부품에는 압축하중이 많이 적용되는데, 진동, 충격, 소음 제어, 동력전달부품 등이 그러하고, 이는 압축된 고무부품이 전단하중을 받는 부품에 비교해서 훨씬 높은 유효탄성계수와 허용응력을 보이기 때문이다.

본 연구에서는 압축하중을 받고 있는 방진고무의 동적 물성치에 대해 고찰하였다. 3가지의 다른 경도를 가지는 고무재질에 대해 정적 및 동적 실험을 수행하였고, 동적 실험시 각각의 재료에 대해 압축하중의 강도를 다르게(pre-strain 5%, 10%, 20%)하여 압축하중(초기 변형량)이 고무재료의 동적 물성치에 미치는 영향을 살펴보았다. 또한 초기 변형량이 고려된 동적 물성치의 이론식을 계산하고 이의 타당성을 검토하였다.

2. 변형률에너지 함수의 결정

2.1 초탄성 거동

일반적인 탄성체에서는 하중과 변형과의 관계를 선형(linear)으로 가정하지만 고무와 같은 재료는 하중과 변형이 비선형의 관계를 나타내며, 약 변형률 500%까지 탄성 거동을 나타낸다. 이러한 물체를 초탄성체라 하며, 단위 체적당 변형률에너지 U 의 변화율이 응력에 의한 일률과 같다는 개념을 이용하여 그 거동을 나타낼 수 있다.

$$T = \frac{\partial U}{\partial \varepsilon}, \quad T_{ij} = \frac{\partial U}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad (1)$$

여기서 T 는 second Piola-Kirchhoff 응력텐서이며, ε 은 Green-Lagrange 변형률 텐서이다. 고무를 등방성이라 가정하면 변형률에너지 함수를 변형률 불변계수 I_1, I_2, I_3 으로 나타낼 수 있다.

$$U = U(I_1, I_2, I_3) \quad (2)$$

여기서 변형률 불변계수를 주신장률(principal stretch)로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \\ I_3 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \end{aligned} \quad (3)$$

재료를 비압축성이라 가정하면 $I_3 = 1$ 이 되어 U 는 I_1, I_2 만의 함수가 된다. 이러한 변형률에너지 함수를 표현하는 재료모델로서 여러 가지가 제시되어 있으나 아주 큰 변형이 아니라면 Mooney-Rivlin 모델이 잘 맞는 것으로 알려져 있다.⁽⁶⁾ 즉,

$$U = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \quad (4)$$

여기서 C_1, C_2 은 물질상수로서 재료시험으로부터 얻어진 하중-변형관계에 의해 결정된다.

2.2 인장시험

일반적으로 고무재료의 정적 거동을 표현하기 위하여 사용되는, 변형률 에너지 함수의 모형을 결정하기 위한 실험에는 인장시험, 전단시험, 압축시험 등 여러 가지가 있다. 실험이 간편하고 데이터 처리가 간단하여 가장 광범위하게 사용되는 방법은 1축 인장시험이며, 본 연구에서도 부틸(Butyl) 고무재료의 정적인 기계적 특성을 추출하기 위하여 UTM(Universal Testing Machine, Instron)을 이용하여 1축 인장시험을 수행하였다. 시편은 KS M6782의 아령 1호형을 사용하였으며, 시험기의 인장속도는 5 mm/min, 시험온도는 23 °C 이었다.

Fig. 1 은 1축인장 실험결과로서 시편의 경도 종류에 따른 응력과 변형률사이의 관계를 나타낸다. 이 실험 결과로부터 구하여진 각 모형의 계수는 Table 1과 같다.

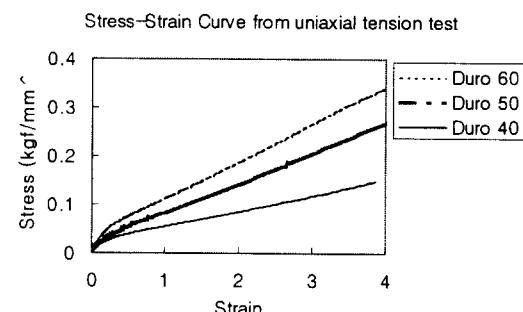


Fig. 1 Stress-strain curve with various hardness

Table 1 Coefficients of strain energy function
(unit : N/m²)

Hardness	Mooney-Rivlin Coefficient
Duro 40	$C_1 = 1.34 \times 10^3, C_2 = 8.73 \times 10^4$
Duro 50	$C_1 = 2.31 \times 10^3, C_2 = 4.83 \times 10^4$
Duro 60	$C_1 = 2.73 \times 10^3, C_2 = 1.57 \times 10^5$

3. 압축하중이 고려된 동특성 실험

동특성 실험은 고무재료 물성치 특성인 저장탄성계수와 손실계수의 주파수에 대한 의존성을 살펴보기 위한 것으로, 일반적으로 공진법과 비공진법이 자주 이용된다. 공진법은 시편의 공진주파수에서만 물성치를 추출하는 방법으로 신뢰도가 높으나 물성치의 추출이 공진주파수에 국한된다는 단점이 있다. 이에 반해 비공진법은 시편의 동강성을 이용하여 전체 주파수에서 물성치를 추출하는 방법으로서, 정밀도만 유지될 수 있다면 가진 주파수와 진폭의 조정이 용이하며 재료의 물성치가 주파수에 따라 심하게 변하는 경우에도 그 특성 파악이 가능하다는 장점이 있다. 본 연구에서는 비공진법 중에서 임피던스(impedance) 측정법의 개략적인 모습을 나타내었다. 시편은 지름이 15 mm, 길이가 10 mm인 원통형 시편을 사용하였으며 Dynamic Materials Testing Machine (Instron Model 8590)을 사용하여 재료의 동특성(저장탄성계수와 손실계수)을 추출하였다. 실험시 시편의 양단은 순간 접착제로 단단히 고정하였으며, 정적인 변위와 동적인 변위를 동시에 가하여 그 특성을 살펴보았다. Table 2는 실험조건을 나타낸다. 경도의 종류 및 실험조건에 따른 실험결과는 Figs. 3-5와 같다.

측정결과를 살펴보면, 전반적으로 세가지 시편의 측정결과가 비슷한 경향을 나타내고 있음을 알 수 있다. 모든 경우에 일정한 동진폭 하에 압축하중(초기 변형량)이 증가하면 저장탄성계수는 증가하고 손실계수는 거의 변화가 없는 경향을 나타내었다. 측정된 저장탄성계수와 손실계수는 주파수의 존성이 매우 높으며, 초기 변형량의 값이 증가함에 따라 비교적 큰 변화를 일으킨다. 또한 고무의 경도가 증가함에 따라 초기 변형량의 영향이 더욱 큼을 알 수 있다.

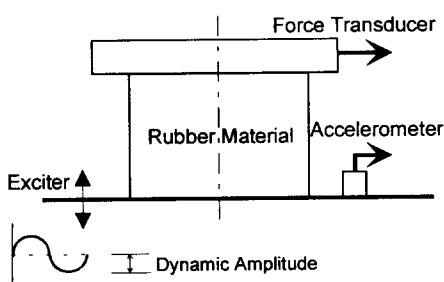
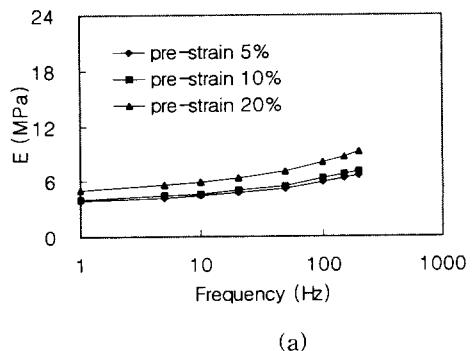


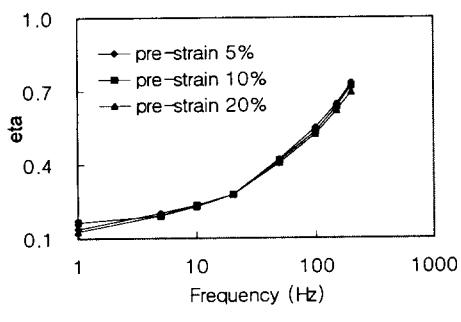
Fig. 2 Schematic diagram of the impedance method

Table 2 Experiment conditions for dynamic characteristic

Hardness	pre-strain(%) [mm]	dynamic amplitude (%) [mm]
Duro 40	5, 10, 20 [0.5, 1.0, 2.0]	1 [0.1]
Duro 50	5, 10, 20 [0.5, 1.0, 2.0]	1 [0.1]
Duro 60	5, 10, 20 [0.5, 1.0, 2.0]	1 [0.1]

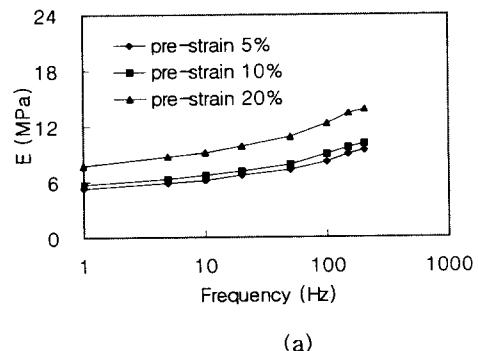


(a)



(b)

Fig. 3 Dynamic characteristics of Duro 40: (a) storage modulus; (b) loss factor



(a)

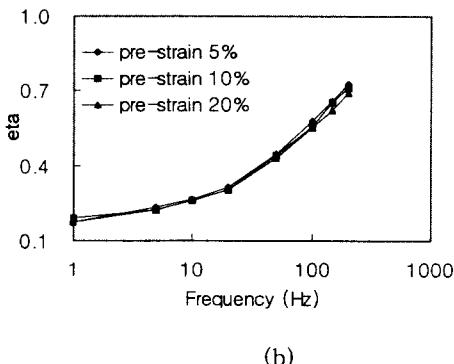


Fig. 4 Dynamic characteristics of Duro 50: (a) storage modulus; (b) loss factor

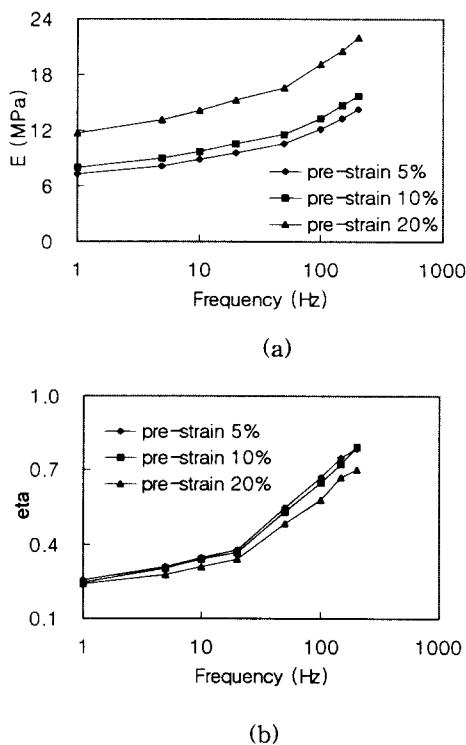


Fig. 5 Dynamic characteristics of Duro 60: (a) storage modulus; (b) loss factor

4. 이론적 고찰

앞 절에서의 동특성 실험결과를 살펴보면, 관심 주파수 내에서 고무재료의 손실계수는 압축하중(초기 변형량)에 거의 무관하다고 볼 수 있지만 저장탄성계수는 압축하중의 영향을 비교적 많이 받

고 있음을 알 수 있다. 본 절에서는 저장탄성계수의 이론적 고찰을 통해⁽⁷⁾ 저장탄성계수의 주파수 의존성과 초기 변형량과의 관계를 살펴보고자 한다.

4.1 응력과 신장률과의 관계

Cauchy 응력텐서 \mathbf{T} 는 변형률에너지 함수를 변형률에 대해 편미분한 것으로 정의할 수 있다.

$$\mathbf{T} = 2 \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} \mathbf{B} - \frac{\partial W}{\partial I_2} \mathbf{B}^{-1} \right) - p \mathbf{I} \quad (5)$$

여기서 p 는 정압을 나타내고 \mathbf{B} 는 Cauchy-Green 변형률 텐서를 나타내며, 만약 좌표축을 주신장률 방향과 같게 놓으면 \mathbf{B} 는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

변형률에너지를 Mooney-Rivlin 모델로 가정하고 단축인장을 생각한다면, 식(5)에서 $T_2=T_3=0$ 이며, 주신장률도 비압축성조건($\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3=1$)에 의하면, $\lambda_2=\lambda_3=\lambda_1^{-1/2}$ 의 관계식이 성립한다.

따라서 식(5)는 다음과 같이 나타내어진다.

$$T_1 = 2C_1\lambda_1^2 - 2C_2\lambda_1^{-2} - p \quad (7-1)$$

$$T_2 = 0 = 2C_1\lambda_1^{-1} - 2C_2\lambda_1 - p \quad (7-2)$$

식 (7-1) - 식(7-2)를 수행하면 인장응력과 신장률 사이에는 다음의 관계식이 성립한다.

$$T_1 = 2(\lambda_1 - \lambda_1^{-2})(C_1\lambda_1 + C_2) \quad (8)$$

4.2 변형과 동적 물성치와의 관계

고무부품이 정적변형상태에서 작은 진폭의 동적 하중이 부가될 때, 고무재질의 응력은 주파수 함수와 변형률 함수로 분리할 수 있다. 즉,

$$\sigma(\omega, \lambda) = F(\lambda)G(\omega) \quad (9)$$

식 (8)을 이용하면

$$\sigma(\omega, \lambda) = 2\left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2}\right)(C_1\lambda + C_2)G(\omega) \quad (10)$$

고무재질의 저장탄성계수는 다음과 같이 정의된다.

$$E(\omega, \lambda) = \lambda \frac{d\sigma}{d\lambda} \quad (11)$$

따라서 변형이 고려된 고무재질의 저장탄성계수는 다음과 같이 표현된다.

$$E(\omega, \lambda) = [C_1 F_1(\lambda) + C_2 F_2(\lambda)] G(\omega) \quad (12)$$

여기서 $F_1(\lambda) = 2\left(2\lambda^2 + \frac{1}{\lambda}\right)$,
 $F_2(\lambda) = 2\left(\lambda + \frac{2}{\lambda^2}\right) \quad (13)$

따라서 한번의 동특성 실험으로부터 식(12)의 $G(\omega)$ 를 결정한다면, 여러 가지 초기 변형량들에 대한 고무재료의 동특성을 예측할 수 있게 된다.

4.3 실험치와의 비교

앞에서 유도된 수식을 이용하여 초기 변형량의 변화에 따른 저장탄성계수의 값을 계산하였다. 각각의 경도에 대해, 2절에서 결정된 변형률에너지 함수값과 3절에서의 실험값 중 초기 변형량 5%의 실험값을 이용하였다. 즉, 각각의 경도에 대해 5% 초기 변형량에 대한 실험값을 다양함수로 근사시켜 식(12)의 좌변항에 대입한다. 이때 실험으로 구한 저장탄성계수는 공청응력에 대한 값이므로 식(12)의 우변에 신장률을 곱해 주어야 한다. 또한 실험시에는 고무시편의 양 끝단이 접착제로 완전히 고정되었기 때문에 형상계수, S 의 영향이 고려되어야 한다. 고무와 금속이 붙어있고 접촉 단면적이 원형일 때 탄성계수와 형상계수사이에는 다음의 관계식이 알려져 있다.⁽⁸⁾

$$E_{(\text{풀단고정})} = E_{(\text{풀단자유})}(1+2S^2) \quad (14)$$

원통형의 경우 S 는 $d/4H$ 이다. 여기서 d 는 직경, H 는 높이를 나타낸다.

따라서 최종적으로 다음의 관계식이 성립한다.

$$E_{\text{exp}} = (1+2S^2) \frac{1}{\lambda} E(\omega, \lambda) \quad (15)$$

$$E_{\text{exp}} = \lambda [C_1 F_1(\lambda) + C_2 F_2(\lambda)] G(\omega) / (1+2S^2) \quad (16)$$

Figs. 6-8은 초기 변형량 10%, 20%에 대해 계산값과 실험값을 비교한 그림들이다. Duro 40의 경우 관심 주파수 내에서 이론에 의한 계산값은 비교적 실험값과 잘 일치한다. 다른 재질의 고무에서는 10%의 초기 변형량에 대한 계산값은 잘 일치하는데 반해, 20%의 초기 변형량에 대한 계산값은

비교적 큰 오차를 보인다. 그러나 전반적으로 주파수에 대한 저장탄성계수의 변화추이는 잘 일치한다고 보여진다. Table 3은 고려된 주파수내에서 계산값과 실험값의 오차를 비교한 내용이다. 각각의 고무에 대해 오차의 최대값과, 고려된 주파수 범위에서의 오차의 평균값을 나타내었다. Duro 40 고무에서 10%의 초기 변형률을 갖는 경우 오차의 최대값이 6.73%이고, 고려된 전 주파수 내에서 평균적으로 2.04%의 오차를 나타내므로 계산값과 실험값은 매우 잘 일치한다고 볼 수 있다. 그러나 초기 변형량이 20%가 되는 경우, 오차가 증가하여 최대값과 평균값은 각각 11.95%, 9.08% 이 된다. 이러한 경향은 다른 경도의 고무에서도 마찬가지로 관찰된다. 즉, Duro 50, 60의 경우 10% 초기 변형률에서의 오차에 비해 20% 초기 변형률에서의 오차가 각각 최대 오차는 약 3배, 평균 오차는 약 4배 증가하는 결과를 얻었다. 고무의 재질(경도)에 따라서도 다른 오차값을 보이는데, Duro 50, 60의 경우 Duro 40에 비해 최대 오차값이 약 1.2 - 2.0 배, 평균 오차값은 약 2.5 배 증가하였다.

이상의 결과로부터 이론식으로 계산된 결과는, 초기 변형량이 비교적 작은 경우에는 고려된 모든 고무에 대해 최대 약 8%, 평균적으로 약 5% 이내에서 실험값과 잘 일치하고 있으며, 초기 변형량이 큰 경우에는 최대 약 23%, 평균적으로 약 20% 이내의 오차를 보이고 있다.

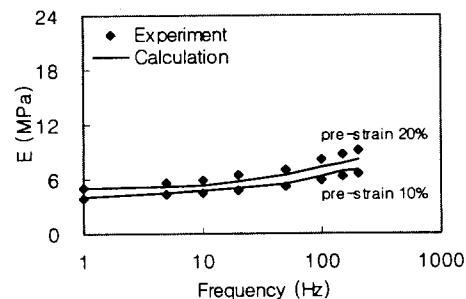


Fig. 6 Comparison between calculation and experiment of Duro 40 for storage modulus

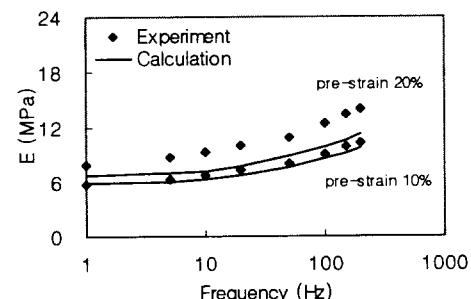


Fig. 7 Comparison between calculation and

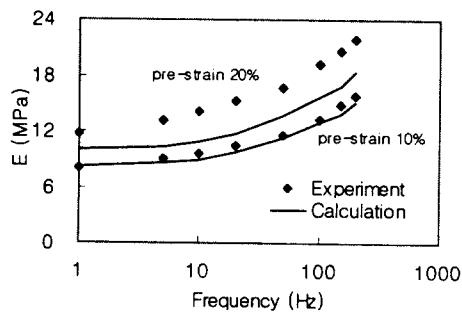


Fig. 8 Comparison between calculation and experiment of Duro 60 for storage modulus

Table 3. Errors between calculation and experiment for storage modulus

	pre-strain (%)	Max. error (%) [at frequency]	Average error (%)
Duro 40	10	6.73 [1 Hz]	2.04
	20	11.95 [200 Hz]	9.08
Duro 50	10	8.12 [20 Hz]	5.19
	20	22.80 [20 Hz]	19.98
Duro 60	10	7.89 [20 Hz]	4.75
	20	23.35 [10 Hz]	19.23

5. 결론

본 연구에서는, 압축하중을 받는 방진고무에 대해 동특성을 측정하고, 이론적 수식의 적용가능성을 타진해 보았으며, 구체적으로 다음의 결론을 얻을 수 있었다.

1) 고려된 3가지 경도의 방진고무에 대한 동특성 실험 결과, 관심영역의 주파수 내에서 저장탄성계수와 손실계수는 주파수 의존성이 매우 높음을 알 수 있다. 또한 저장탄성계수는 초기 변형량의 영향을 많이 받으며, 경도가 클수록 그 영향은 더욱 증가하였다. 반면 손실계수에 있어서는 초기 변형량의 영향이 미미하였다.

2) 이론적 수식을 이용하여 5% 초기 변형량 실험 자료로부터 다른 초기 변형량(10%, 20%)에서의 실험치를 예측하였다. 계산결과 초기 변형량이 10%인 경우 고려된 모든 고무재료에 대해 비교적 정확히 예측됨에 비해 20% 초기 변형량의 경우 고무재질에 따라 약간 다른 결과를 보이며, 최대 약 23%, 평균적으로 약 20%의 오차를 보이고 있었다.

그러나 주파수에 따른 저장탄성계수의 변화추이는 잘 따라가고 있으므로 제품설계의 관점에서, 이론적 수식은 매우 유용할 것이라 사료된다.

참고문헌

- (1) Pane, A. R., 1965, "Effect of Shape on the Static and Dynamic Stress-Strain Relationship of Bonded Rubber in Compression", *Nature*, Vol. 177, pp. 1174-1175.
- (2) Jones, D. I. G., 1974, "Temperature -Frequency Dependence of Dynamic Properties of Damping Materials", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 33, No. 4, pp. 451-470.
- (3) Madigosky, W. M. and Lee, G. F., 1983, "Improved Resonance Technique for Materials Characterization", *Journal of Acoustic Society of America*, Vol. 73, pp. 1374-1377.
- (4) Oyadiji, S. O. and Tomlinson, G. R., 1985, "Determination of the Complex Moduli of Viscoelastic Structural Elements by Resonance and Non-Resonance Methods", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 101, pp. 277-298.
- (5) Ahn, T. K. and Kim, K. J., 1994, "Sensitivity Analysis for Estimation of Complex Modulus of Viscoelastic Materials by Non-Resonance Method", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 176, No. 4, pp. 543-562.
- (6) Treloar, L. R. G., 1975, *The Physics of Rubber Elasticity*, 3d Ed., Clarendon, Oxford.
- (7) Nashif, A. D., Jones, D. I. G. and Henderson, J. P., 1985, *Vibration Damping*, John Wiley & Son.
- (8) Lindley, P. B., 1966, "Load-Compression Relationships of Rubber Units", *Journal of Strain Analysis*, Vol. 1, No. 3, pp. 190-195.