

이중판의 차음손실: II. 다공질재 이중판

°강현주*, 이정권**, 김현실*, 김재승*, 김상렬*

Sound Transmission Loss of Double Panels: II. Double Panels with Porous Materials

Hyun-Ju Kang, Jeong-Guon Ih, Hyun-Sil Kim, Jae-Seung Kim, Sang-Ryul Kim

ABSTRACT

This paper deals with the analytical model of an elastic porous material in sound transmission loss of a double panel with fiber glasses. From the parametric analysis, it is concluded that the boundary condition, which is concerned to the contact between the skin panel and core materials, does not have much influence on sound transmission loss of a double panel with fiber glasses, and material properties of the porous material become, however, important factors to mass-spring-mass resonance. The comparisons of the prediction with the measurement of sound transmission loss of walls show good agreement between the two values.

1. 서 론

전보⁽¹⁾에서 소개되었던 중공이중판의 경우는 중심재가 공기이므로 중심재 내부에서의 파동전달은 공기를 통해서 이루어지게 되므로 비교적 단순한 해석 모델이 된다. 그러나 차음 및 단열성능을 향상시키기 위하여 이중판의 내부에는 필요에 따라서 흡음재로서 압면 혹은 우레탄 폼과 같은 다공질재를 중심재로 사용하는 경우가 많다.

중심재로서 흡음재의 거동을 묘사하는 해석모델은 흡음재 내부를 전파하는 파동의 종류에 따라

구분한다. 강체모델(rigid frame model)은 흡음재의 후레임(frame, 이하 고체)을 통한 파동은 없다고 가정하는 경우이며 탄성체 모델(elastic frame model)은 고체를 통한 파동을 고려하는 경우이다. Beranek⁽²⁾은 흡음재를 강체모델 즉, 기공내의 유체를 통한 종파로 보고 흡음재의 음향학적 특성을 전파상수(propagation constant)와 특성임피던스(characteristic impedance)의 항으로 설명하였고, 이 두항에 대한 매개변수 중의 하나로서 구조인자(structure factor, χ)를 정의하였다.

흡음재내의 파동에 대하여 Zwicker와 Kosten⁽³⁾은 흡음재의 고체를 통한 종파(longitudinal wave)와 기공내의 유체(이하 유체)를 통한 종파의 존재를 보였고, Biot⁽⁴⁾는 상기 두 개의 파동외에 고체 횡파(transverse shear wave)를 포함한 파동방정식

* 한국기계연구원 음향연구그룹

** 한국과학기술원 기계공학과

을 유도하였다.

본 논문에서는 유리섬유 이중판의 차음특성을 해석하는데 있어서 탄성 다공질재 모델의 정식화 과정을 소개하고 각 파동의 특성 및 중심재 물성치의 매개변수가 차음특성에 끼치는 영향을 다루고 있으며 또한 해석치를 실험치와 비교하였다.

2. 다공질재 이중판의 차음손실

2.1 다공질재의 해석 모델

중심재가 다공질재로 된 이중판에서는 다공질재의 거동이 차음성능에 상당한 영향을 끼치게 되므로 이 거동에 대한 적절한 해석 모델이 필요하다.

프레임의 운동을 탄성체로 보고, 또한 다공질재를 bulk reaction⁽⁵⁾으로 간주할 때는 내부에서의 파동의 전파는 유체종파와 프레임을 매질로 하는 고체종파는 물론, 고체횡파가 동시에 존재하게 된다. 이상의 세 개의 파동을 모두 고려했을 때에는 고체와 유체간의 응력과 압력 사이의 관계를 표현하기 위해서는 7개의 구성방정식(constitutive equation)으로 구성되며, 이 방정식들의 매개변수는 고체의 전단계수 및 Lamé 상수와 두 개의 연성계수가 된다. 또한 유체와 고체의 운동은 6 개의 운동방정식에 의해서 결정된다.

여기서는 해석대상으로서 중심재가 유한한 두께를 갖는 무한 다공질판으로 가정하고, 다공질재의 거동에 대하여 프레임의 운동을 탄성체로 보는 Biot⁽⁴⁾ 및 Bolton⁽⁷⁾등의 모델을 근거로 하였다.

2.2 정식화

1) 구성방정식(constitutive equation)

Fig. 1과 같은 이중판에서 중심재 내부의 응력은 다음식⁽⁴⁾으로 표현할 수 있다.

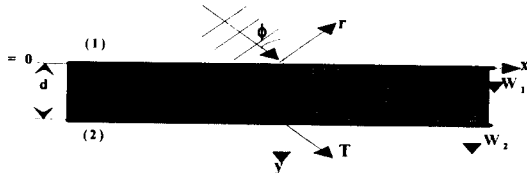


Fig. 1 The analytical model of a double panel

$$\begin{bmatrix} \sigma_x + s & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y + s & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z + s \end{bmatrix} \quad (1)$$

구체적으로 프레임에 대한 x, y 및 z 방향의 고체 및 유체의 응력은 다음과 같이 주어진다.

$$\sigma_x = 2G e_x + A e_s + Q \epsilon \quad (2.a)$$

$$\sigma_y = 2G e_y + A e_s + Q \epsilon \quad (2.b)$$

$$\sigma_z = 2G e_z + A e_s + Q \epsilon \quad (2.c)$$

$$s = R \epsilon + Q e_s \quad (3)$$

여기서 보이는 각 변수들의 의미는 다음과 같다. 즉, 고체의 변형율, $e_s = \nabla \cdot \bar{u} = e_x + e_y + e_z$, 유체의 변형율, $\epsilon = \nabla \cdot \bar{U}$, 또한 $G = \frac{E_1}{2(1+\nu)}$,

$A = \frac{\nu E_1}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ 이며, E_1, ν 은 각각 고체의 탄성계수 및 프와송의 비를 나타내고, 또한 고체와 유체의 체적변화에 따른 연성계수⁽⁷⁾로서 $Q = (1-Y)E_2$ 이다. Y 는 공극율, E_2 는 기공내부 유체의 체적탄성계수를 뜻한다. 한편 (3)식에서 s 의 부호는 압축일 때를 음으로 정의(압력과 부호가 반대)한다. R 은 유체의 응력과 변형율 관련상수로서 $R = Y E_2$ 로 가정⁽⁷⁾한다.

(1)식에 나타난 고체의 전단응력항은 $\tau_{xy} = \tau_{yx} = G(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x})$ 등의 관계식을 이용하면 된다.

2) 평형방정식 및 파동 방정식

다공질재의 미소체적에 대한 평형방정식으로서 고체와 유체에 대해서 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \rho_1 \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} + \rho_a \frac{\partial^2 (u_x - U_x)}{\partial t^2} + b \frac{\partial (u_x - U_x)}{\partial t} \quad (4.a)$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} = \rho_1 \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} + \rho_a \frac{\partial^2 (u_y - U_y)}{\partial t^2} + b \frac{\partial (u_y - U_y)}{\partial t} \quad (4.b)$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \rho_1 \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} + \rho_a \frac{\partial^2 (u_z - U_z)}{\partial t^2} + b \frac{\partial (u_z - U_z)}{\partial t} \quad (4.c)$$

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \rho_2 \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} + \rho_a \frac{\partial^2 (U_x - u_x)}{\partial t^2} + b \frac{\partial (U_x - u_x)}{\partial t} \quad (5.a)$$

$$\frac{\partial s}{\partial y} = \rho_2 \frac{\partial^2 U_y}{\partial t^2} + \rho_a \frac{\partial^2 (U_y - u_y)}{\partial t^2} + b \frac{\partial (U_y - u_y)}{\partial t} \quad (5.b)$$

$$\frac{\partial s}{\partial z} = \rho_2 \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} + \rho_a \frac{\partial^2 (U_z - u_z)}{\partial t^2} + b \frac{\partial (U_z - u_z)}{\partial t} \quad (5.c)$$

단, $\rho_1 = (1 - Y)\rho_s$, $\rho_2 = Y\rho_f$,

ρ_s, ρ_f = 고체 및 유체의 밀도,

$\rho_a = \rho_2(\chi - 1)$, b = 점성연성계수, χ = 구조인자.

여기서 ρ_a 는 유체와 고체사이의 질량연성(mass coupling)을 나타내는 계수로서 일종의 부가질량(added mass)이 된다. (5)식에서 우변의 둘째항은 고체와 유체간의 상대 가속도에 비례하는 관성 연성력을 나타내며 구조인자에 의해서 지배된다. 셋째항은 고체와 유체간의 상대속도에 비례하는 점성 연성력을 나타내며, 여기서 b 는 유동비저항 R_1 에 비례하는 계수⁽⁷⁾로서 R_1 이 클 수록 고체와 유체 사이의 점성 연성력은 증대하게 된다.

고체 및 유체의 평형방정식인 (4) 및 (5)식에 대하여 고체 및 유체의 응력에 관한 (2) 및 (3)식과 전단응력과 변위 관계식을 대입하고 조화운동($e^{j\omega t}$)을 가정하면 고체 및 유체에 관한 다음과 같은 구성방정식⁽⁷⁾을 얻을 수 있다.

$$\nabla [(A + G)e_s + Q\varepsilon] + G\nabla^2 \bar{u} = -\omega^2 [\rho_{11}^* \bar{u} + \rho_{12}^* \bar{U}] \quad (6.a)$$

$$\nabla [Qe_s + R\varepsilon] = -\omega^2 [\rho_{12}^* \bar{u} + \rho_{22}^* \bar{U}] \quad (6.b)$$

이 구성방정식에서는 유효 질량의 개념을 도입하였으며 다음과 같이 정의된다.

$$\rho_{11} = \rho_1 + \rho_a, \quad \rho_{12} = -\rho_a, \quad \rho_{22} = \rho_2 + \rho_a$$

$$\rho_{11}^* = \rho_{11} + b/j\omega, \quad \rho_{12}^* = \rho_{12} - b/j\omega, \quad (7)$$

$$\rho_{22}^* = \rho_{22} + b/j\omega$$

여기서 ρ_{11} , ρ_{22} 은 각각 고체 및 유체의 유효질량을 의미한다. 또한 $-jb/\omega$ 은 고체와 유체의 상대 운동에 기인한 점성손실 효과를 나타낸다.

다공질재가 등방성이면 고체 및 유체의 변위를 회전 성분과 비회전 성분의 합으로 표현할 수 있다(Helmholtz 정리⁽⁸⁾). 이 정리를 이용하여 고체 및 유체의 변위를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{u} = \bar{u}_l + \bar{u}_t, \quad \nabla \cdot \bar{u} = \nabla \cdot \bar{u}_l = e_s, \quad (8.a)$$

$$\nabla \times \bar{u} = \nabla \times \bar{u}_t = \bar{\Omega}_s$$

$$\bar{U} = \bar{U}_l + \bar{U}_t, \quad \nabla \cdot \bar{U} = \nabla \cdot \bar{U}_l = \varepsilon, \quad (8.b)$$

$$\nabla \times \bar{U} = \nabla \times \bar{U}_t = \bar{\Omega}_f$$

여기서 각 아래첨자 l, t 는 각각 longitudinal 성분 및 transverse shear성분을 의미하며, $\bar{\Omega}_s, \bar{\Omega}_f$ 는 각각 고체 및 유체의 횡파를 의미한다.

(8)식을 이용하면 (6)식에서 각각 종파와 횡파의 성분들을 분리할 수 있다. 먼저 종파의 성분만을 추출하기 위하여 (6)식에 divergence 연산을 수행한 후 정리하면

$$Q\nabla^2 \varepsilon + \omega^2 \rho_{12}^* \varepsilon = -L\nabla^2 e_s - \omega^2 \rho_{11}^* e_s \quad (9.a)$$

$$R\nabla^2 \varepsilon + \omega^2 \rho_{22}^* \varepsilon = -Q\nabla^2 e_s - \omega^2 \rho_{12}^* e_s \quad (9.b)$$

여기서 $L = A + 2G$ 를 나타낸다. 이 식을 $\nabla^2 \varepsilon$, 및 ε 에 대해서 풀면

$$\nabla^2 \varepsilon = \frac{(\rho_{12}^* Q - \rho_{12}^* L)\nabla^2 e_s + \omega^2 [(\rho_{12}^*)^2 - \rho_{11}^* \rho_{22}^*] e_s}{\rho_{22}^* Q - \rho_{12}^* R} \quad (10)$$

$$\varepsilon = \frac{(LR - Q^2)\nabla^2 e_s + \omega^2 [\rho_{11}^* R - \rho_{12}^* Q] e_s}{\omega^2 (\rho_{22}^* Q - \rho_{12}^* R)} \quad (11)$$

(11)식은 고체의 변형률 e_s 를 알면 유체의 변형률 ε 을 알 수 있다는 사실을 말한다. e_s 에 대한 방정식을 구하기 위하여 (11)식에 ∇^2 연산을 수행하고 (10)식과 등치시키면

$$\nabla^4 e_s + A_1 \nabla^2 e_s + A_2 e_s = 0 \quad (12)$$

$$\text{단, } A_1 = \frac{\omega^2 (\rho_{11}^* R - 2\rho_{12}^* Q + \rho_{22}^* L)}{LR - Q^2},$$

$$A_2 = \frac{\omega^4 (\rho_{11}^* \rho_{22}^* - (\rho_{12}^*)^2)}{LR - Q^2}.$$

(12)식은 고체의 종파에 대한 지배방정식이 된다.

$e_s = \hat{e}_s e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ 라고 가정하면 (12)식으로 부터 파수에 관한 식은 $k^4 - A_1 k^2 + A_2 = 0$ 가 되며, 이로부터 종파의 파수는 다음과 같다.

$$k_{1,2}^2 = (A_1 \pm \sqrt{A_1^2 - 4A_2})/2 \quad (13)$$

횡파의 성분만을 추출하기 위하여 (6)식에 curl 연산을 수행하면 다음과 같다.

$$-\omega^2(\rho_{11}^* \overline{\Omega}_s + \rho_{12}^* \overline{\Omega}_f) = G \nabla^2 \overline{\Omega}_s \quad (14.a)$$

$$-\omega^2(\rho_{12}^* \overline{\Omega}_s + \rho_{22}^* \overline{\Omega}_f) = 0 \quad (14.b)$$

(14)식으로부터 고체 횡파에 대한 파동방정식 및 파수는 다음과 같다.

$$\nabla^2 \overline{\Omega}_s + k_t^2 \overline{\Omega}_s = 0 \quad (15)$$

$$k_t^2 = (\omega^2/G)[\rho_{11}^* - (\rho_{12}^*)^2/\rho_{22}^*] \quad (16)$$

3) 응력과 변위에 대한 해

해를 구하기 위하여 입사파에 대한 속도 포텐셜 (velocity potential)을 다음과 같이 가정한다.

$$\phi = e^{-j(k_x x + k_y y)} \quad (17)$$

단, $k = \omega/c_o$, $k_x = k \sin \phi$, $k_y = k \cos \phi$.

x 방향에 대한 무한관 가정에 의하여 x 방향의 파동은 $e^{-jk_x x}$ 로 표현할 수 있다. 한편 y 방향으로는 유한(즉 두께 = d)하므로 상하 방향의 파동이 존재한다. 이러한 사실을 고려하여 (12)식에 대한 해(즉, 고체의 변형율)를 다음과 같이 가정한다.

$$e_s = e^{-jk_x x} (C_1 e^{-jk_{1y} y} + C_2 e^{jk_{1y} y} + C_3 e^{-jk_{2y} y} + C_4 e^{jk_{2y} y}) \quad (18)$$

(18)식을 유체의 변형율 (11)식에 대입하면

$$\epsilon = e^{-jk_x x} (b_1 C_1 e^{-jk_{1y} y} + b_1 C_2 e^{jk_{1y} y} + b_2 C_3 e^{-jk_{2y} y} + b_2 C_4 e^{jk_{2y} y}) \quad (19)$$

$$\text{단, } k_{1,2y}^2 = k_{1,2}^2 - k_x^2, \quad a_1 = \frac{\rho_{11}^* R - \rho_{12}^* Q}{\rho_{22}^* Q - \rho_{12}^* R},$$

$$a_2 = \frac{PR - Q^2}{\omega^2(\rho_{22}^* Q - \rho_{12}^* R)}, \quad b_1 = a_1 - a_2 k_1^2,$$

$$b_2 = a_1 - a_2 k_2^2$$

와 같이 된다. 고체 횡파의 경우는 이차원이기 때문에 z 방향의 성분만 중요하게 되므로 고체 횡파의 해, 즉 (15)식에 대한 해를 가정하면

$$\Omega_{s,z} = e^{-jk_x x} (C_5 e^{-jk_{1y} y} + C_6 e^{jk_{1y} y}) \quad (20)$$

$$\text{단, } k_{ty}^2 = k_t^2 - k_x^2$$

여기서 $C_1 \sim C_6$ 는 경계조건에 의해서 결정된다.

변위장에 대해서는 다음과 같이 가정한다.

$$u_x = u_{lx} + u_{tx} = e^{-jk_x x} (D_1 e^{-jk_{1y} y} + D_2 e^{jk_{1y} y} + D_3 e^{-jk_{2y} y} + D_4 e^{jk_{2y} y}) + e^{-jk_x x} (D_5 e^{-jk_{1y} y} + D_6 e^{jk_{1y} y}) \quad (21)$$

$$u_y = u_{ly} + u_{ty} = e^{-jk_x x} (D_7 e^{-jk_{1y} y} + D_8 e^{jk_{1y} y} + D_9 e^{-jk_{2y} y} + D_{10} e^{jk_{2y} y}) + e^{-jk_x x} (D_{11} e^{-jk_{1y} y} + D_{12} e^{jk_{1y} y}) \quad (22)$$

$D_1 \sim D_{12}$ 를 $C_1 \sim C_6$ 로 표현하기 위하여 (8)

식을 이용하면 된다. 이 결과들은 다음과 같다.

$$u_x = jk_x e^{-jk_x x} \left(\frac{C_1}{k_1^2} e^{-jk_{1y} y} + \frac{C_2}{k_1^2} e^{jk_{1y} y} + \frac{C_3}{k_2^2} e^{-jk_{2y} y} + \frac{C_4}{k_2^2} e^{jk_{2y} y} \right) - j \frac{k_{ty}}{k_t^2} e^{-jk_x x} (C_5 e^{-jk_{1y} y} - C_6 e^{jk_{1y} y}) \quad (23)$$

$$u_y = j e^{-jk_x x} \left(\frac{k_{1y}}{k_1^2} C_1 e^{-jk_{1y} y} - \frac{k_{1y}}{k_1^2} C_2 e^{jk_{1y} y} + \frac{k_{2y}}{k_2^2} C_3 e^{-jk_{2y} y} - \frac{k_{2y}}{k_2^2} C_4 e^{jk_{2y} y} \right) + j \frac{k_x}{k_t^2} e^{-jk_x x} (C_5 e^{-jk_{1y} y} + C_6 e^{jk_{1y} y}) \quad (24)$$

마찬가지로 유체의 변위장은 다음과 같이 된다.

$$U_x = jk_x e^{-jk_x x} \left(b_1 \frac{C_1}{k_1^2} e^{-jk_{1y} y} + b_1 \frac{C_2}{k_1^2} e^{jk_{1y} y} + b_2 \frac{C_3}{k_2^2} e^{-jk_{2y} y} + b_2 \frac{C_4}{k_2^2} e^{jk_{2y} y} \right) - jg \frac{k_{ty}}{k_t^2} e^{-jk_x x} (C_5 e^{-jk_{1y} y} - C_6 e^{jk_{1y} y}) \quad (25)$$

$$U_y = j e^{-jk_x x} \left(b_1 \frac{k_{1y}}{k_1^2} C_1 e^{-jk_{1y} y} - b_1 \frac{k_{1y}}{k_1^2} C_2 e^{jk_{1y} y} + b_2 \frac{k_{2y}}{k_2^2} C_3 e^{-jk_{2y} y} - b_2 \frac{k_{2y}}{k_2^2} C_4 e^{jk_{2y} y} \right) + jg \frac{k_x}{k_t^2} e^{-jk_x x} (C_5 e^{-jk_{1y} y} + C_6 e^{jk_{1y} y}) \quad (26)$$

$$\text{단, } g = -\rho_{12}^*/\rho_{22}^*$$

(23) ~ (26)식을 (2.b), (3) 및 전단응력과 변위의 관계식에 대입하면 x - y 평면에 대하여 필요한 응력에 관한 식들이 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \sigma_y = & e^{-jk_x x} \left[\left(2G \frac{k_{1y}^2}{k_1^2} + A + b_1 Q \right) C_1 e^{-jk_{1y} y} \right. \\ & + \left(2G \frac{k_{1y}^2}{k_1^2} + A + b_1 Q \right) C_2 e^{jk_{1y} y} \\ & + \left(2G \frac{k_{2y}^2}{k_2^2} + A + b_2 Q \right) C_3 e^{-jk_{2y} y} \\ & + \left(2G \frac{k_{2y}^2}{k_2^2} + A + b_2 Q \right) C_4 e^{jk_{2y} y} \\ & \left. + 2G \frac{k_x k_{1y}}{k_t^2} (C_5 e^{-jk_{1y} y} - C_6 e^{jk_{1y} y}) \right] \quad (27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s = & e^{-jk_x x} \left[(Q + b_1 R) C_1 e^{-jk_{1y} y} + (Q + \right. \\ & b_1 R) C_2 e^{jk_{1y} y} + (Q + b_2 R) C_3 e^{-jk_{2y} y} \\ & \left. + (Q + b_2 R) C_4 e^{jk_{2y} y} \right] \quad (28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy} = & e^{-jk_x x} G \left[\frac{2k_x k_{1y}}{k_1^2} (C_1 e^{-jk_{1y} y} - C_2 e^{jk_{1y} y}) \right. \\ & + \frac{2k_x k_{2y}}{k_2^2} (C_3 e^{-jk_{2y} y} - C_4 e^{jk_{2y} y}) \\ & \left. + \frac{k_x^2 - k_{1y}^2}{k_t^2} (C_5 e^{-jk_{1y} y} + C_6 e^{jk_{1y} y}) \right] \quad (29) \end{aligned}$$

윗식에서 보면 유체의 응력 즉, (28)식에서는 2개의 파동으로서 유체 및 고체의 종파 성분 (C_1, C_2, k_1 and C_3, C_4, k_2)을 포함하고 있으며, 나머지 식들에서는 3개의 파동, 즉 고체 및 유체의 종파 성분과 고체의 횡파 성분 (C_5, C_6, k_t) 모두를 포함하고 있다.

4) 경계조건

(23) ~ (29)식의 미지수 $C_1 \sim C_6$ 를 구하기 위해서는 표면재와 중심재 사이의 접촉 조건에 따른 경계조건이 필요하다. 보통의 차음 패널 구조를 고려할 때 다음과 같은 경우들을 생각할 수 있다.

I) 단순접촉 경계면 : 중심재가 표면재 사이에 단순 삽입되어 있는 경우.

II) 접촉 경계면 : 표면재와 중심재가 접촉재등으로 밀착되어 있는 경우.

III) 비접촉 경계면 : 표면재와 중심재 사이에 공기층이 존재하는 경우.

Fig. 1은 단순접촉 경계면에 대한 경우이며 그림에서 판의 변위들은 각각 $\bar{W}_1 = W_1(x)e^{j\omega t}$, $\bar{W}_2 = W_2(x)e^{j\omega t}$ 이다. 단순접촉 경계면에 대한 경계조건이 다음에 나타나 있으며, 그밖의 경계조건

에 비슷한 방법으로 구할 수 있다.

case I : 단순접촉 경계면(Fig. 1)

a) Velocity potential :

$$\Phi_1 = \Phi_i + \Phi_r = e^{-jk_x x} (e^{-jk_y y} + r e^{jk_y y})$$

$$\Phi_2 = T e^{-jk_x x} e^{-jk_y y}$$

b) Unknown coefficients :

$$r, C_1 \sim C_6, T, W_1, W_2$$

c) Boundary condition at $y=0$

$$\textcircled{1} v_{1y} = -\frac{\partial \Phi_1}{\partial y} = j\omega W_1, \textcircled{2} u_y = W_1,$$

$$\textcircled{3} U_y = W_1, \textcircled{4} \tau_{xy} = 0$$

$$\textcircled{5} (D_1 k_x^4 - \omega^2 m_1) W_1 = P_1 + \sigma_y + s$$

단, D_1 및 m_1 는 각판의 굽힘강성 및 면밀도

마찬가지 방법으로 $y=d$ 에서의 경계조건에 대한 식을 구하면 10개의 경계조건을 얻을 수 있다.

이상의 경계조건으로부터 다음과 같은 행렬식이 구성된다.

$$(A) \cdot [C] = [F] \quad (30)$$

단, (A) ; 10×10 coefficient matrix,

$$[C]^T = [C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, r, T, W_1, W_2]$$

$[F]$; 10×1 forcing vector.

(30)식으로부터 투과계수는 다음과 같다.

$$\tau(\omega, \phi) = |T|^2 \quad (31)$$

2.4 다공질재의 재료에 대한 매개변수

(30)식을 풀기 위해서는 판의 임피던스에 대한 데이터 및 중심재로서 다공질재의 음향학적 특성에 대한 데이터가 필요하다. 탄성 다공질재의 음향학적 특성은 7개의 매개변수로서 결정⁽⁶⁾되며, 그 변수들은 체적밀도, 고체의 체적 탄성계수 및 관련된 손실계수, 프와송의 비, 공극률, 구조인자, 유동비저항이다. 이러한 데이터를 이용하면 유도과정 중에 나타난 계수들을 구할 수 있다. 일부 계수들을 정리하면 Table 2.1과 같다.

계수들 중 E_2 와 b 에 대해서는 해석모델에 따라서 여러 가지 유사한 표현식이 존재한다. 여기서는 Zwikker & Kosten 모델⁽³⁾을 사용하며 E_2 에 대해서는 다음과 같다.

Table 2.1 Main parameters

고체의 유효체적 탄성계수: $E_1 = E_s(1 + j\eta_s)$, E_s
; 고체 체적탄성 계수, η_s ; 기계적 손실계수
탄성체 내부의 고체밀도: $\rho_1 = (1 - Y)\rho_s$, ρ_s ; 고체의 밀도
탄성체 내부의 유체밀도: $\rho_2 = Y\rho_f$, ρ_f ; 유체의 밀도
유체의 복소 밀도: ρ_c^* , (34)식; 기공내 유동에 기 인한 관성 및 점성효과가 고려된 유체의 밀도

$$E_2 = E_o \left\{ 1 + \left[\frac{2(\gamma - 1)}{\sqrt{N_{pr} \xi}} \right] T_c(\sqrt{N_{pr} \xi}) \right\}^{-1} \quad (32)$$

단, $E_o = \rho_o c_o^2$, N_{pr} ; Prandtl number,

$$\xi = \delta \sqrt{\frac{8\omega\rho_o\chi}{YR_1}} \sqrt{-j}, \quad \gamma = \text{비열비},$$

$$T_c(\sqrt{N_{pr} \xi}) = \frac{J_1(\sqrt{N_{pr} \xi})}{J_0(\sqrt{N_{pr} \xi})},$$

J_0, J_1 ; 제 1 종 Bessel 함수.

여기서 δ 는 기공의 단면형상 계수를 의미하며 실린더형 기공⁽⁶⁾이면 $\delta = 1$ 이다. b 에 대해서 다음식⁽³²⁾을 사용하였다.

$$b = j\omega\chi\rho_2(\rho_c^*/\rho_o - 1) \quad (33)$$

$$\text{단, } \rho_c^* = \rho_o \left\{ 1 - \frac{2}{\xi} T_c(\xi) \right\}^{-1} \quad (34)$$

2.5 유리섬유 이중판에 대한 차음해석

중심재를 유리섬유(glass wool)로 하는 알루미늄 이중판에 대한 차음해석을 수행하였다. 계산에 사용된 중심재의 물성치에 관한 데이터가 Table 2.2에 수록되어 있다. 표에는 각 물성치에 대한 민감도 해석을 위하여 유리섬유에 대하여 물리적으로 가능한 범위⁽³⁴⁾내에서 변화량도 같이 표시되어 있다. 여기서 알루미늄판의 두께는 각각 1.2 mm이다.

1) 종파 및 횡파의 기여도

고체 및 유체 내부를 전파하는 각 파동성분의 기여도를 조사하기 위해서 각 파동의 속도 및 감쇠량과 상대적인 기여도를 계산하였다. 여기서 각

Table 2.2 physical properties of the core material.

Item	Variables	value	Variation
Thickness of the core	d(m)	0.05	
Porosity	Y	0.95	
Flow resistivity	R_1 (MKS Ravls/m)	2.6e03	1.2e03 - 2.6e04
Loss factor	η	0.2	
Bulk Young's modulus of frame	E_1 (Pa)	1.5e05	0.2e05 - 2.5e05
Possion' ratio	ν	0.1	
mass density of the fluid	$\rho_f = \rho_o$ (kg/m ³)	1.225	
mass density of the solid	ρ_s (kg/m ³)	64.0	120.0 - 200.0
Structure factor	χ	2.0	1.0 - 10.0

파동의 파수는 $k = k' - jk''$ 로 정의되었으며 k' 은 전파상수(propagation constant), k'' 은 감쇠상수(attenuation constant)를 의미한다.

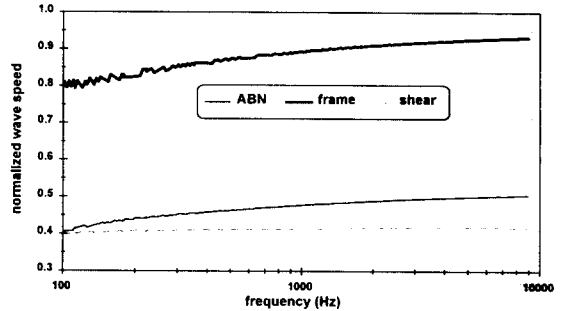


Fig. 2 Normalized wave speeds in a glass wool.

Fig. 2 및 3에는 각 파동에 대한 속도와 파장 당 감쇠량을 보이고 있다. 그림에서 ABN = 유체종파, frame = 고체종파, shear = 고체횡파를 의미한다. 파속은 음속에 대한 비로서 표시되고 있다. 균질 무한 탄성체에서의 횡파의 속도($c_s = \sqrt{G/\rho}$)와 비교하면 $c_s/c_o = 0.43$ 과 비슷함을 보이고 있으며 non-dispersive한 특성을 보이고 있다. 고체 종파의 경우는 균질 무한 탄성체에서의 종파의 속도($c_l = \sqrt{(A + 2G)/\rho}$)와 비교하면 $c_l/c_o = 0.67$

보다는 높게 나타나고 있다. 파동의 감쇠는 유체의 종파가 상대적으로 매우 크게 나타나고 있으며, 이것은 다공질재 내부 흡음 효과 때문이다.

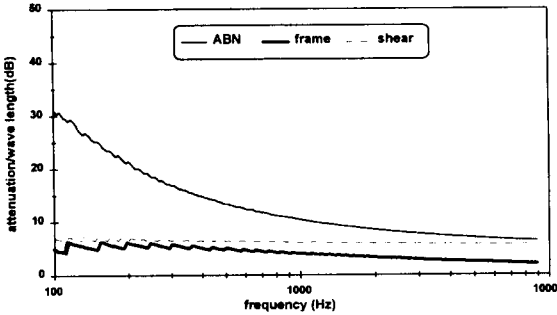


Fig. 3 Attenuations per wave length of various waves in a glass wool.

경계조건을 단순 접촉 경계면(S=Simply) 및 접착 경계면(B=Bonded)로 설정하였을 때 고체에서 각 파동의 상대적인 진폭의 크기를 Fig. 4에서 보이고 있다. 그림에서 보이는 진폭은 고체의 y 방향 변위인 (26)식에서 y 축의 양의 방향으로 진행하는 파동으로서 유체의 종파에 대한 비가 된다. 예를 들면 Fig. 4의 고체종파의 크기는

$$\left| \frac{k_{2y}}{k_2^2} C_3 \right| / \left| \frac{k_{1y}}{k_1^2} C_1 \right|$$

를 의미한다. 그림에서 보면 고체상에서 고체종파의 영향이 고체횡파에 비해서 크게 나타나고 있다. 주요한 이유로서 진폭의 크기가 파수의 제곱에 반비례하는 데 Fig. 2에서 보듯이 $k_2 < k_1 < k_3$ 관계를 이루고 있기 때문이다.

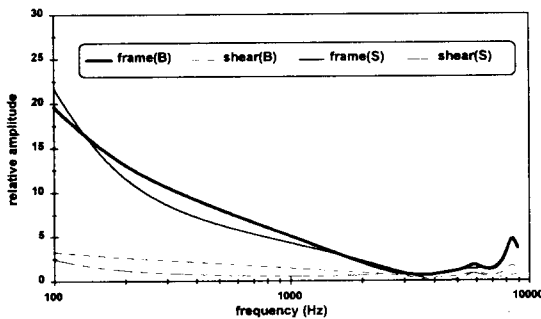


Fig. 4 Relative wave amplitudes in solid phase of a glass wool.

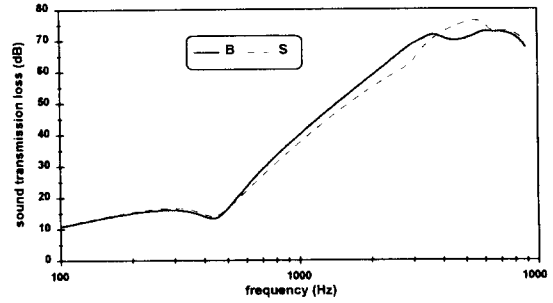


Fig. 5 The effect of boundary conditions on sound transmission loss of a double panel.

Fig. 5는 경계조건에 대한 영향을 보이고 있다. 단순접촉 경계면(S=Simply) 및 접착 경계면(B=Bonded)의 차이는 전단응력의 존재 유무이지만 유리섬유 계통은 낮은 프와송의 비 때문에 그 영향은 미미한 수준이며, 해석치도 같은 경향을 보이고 있다. 그림에서 보면 약 400 Hz 근처에서 발생하는 dip은 mass-air-mass 공진의 영향으로서 이때의 주파수는 mass-air-mass 공진 주파수, f_0 에 해당하는 주파수로서, $E_0 = \rho_0 c_0^2$ 이므로 공기에 대응하는 다공질재 스프링 상수로 표현하면 다공질재 이중판에서의 mass-air-mass 공진 주파수를 f_{0d} 라고 하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$f_{0d} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{d} \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \sqrt{E_1 + E_2}} \quad (35)$$

여기서 E_1, E_2 는 (34)식 및 Table 2.1에서 보이고 있다. Table 2.2에서 보듯이 유리섬유의 경우 $E_1 \cong E_0$ 이며 또한 $E_2 \cong E_0$ 라고 근사화가 가능하다. 그러므로 공기인 경우의 $f_0 \cong 300$ Hz이므로 $f_{0d} \cong f_0 \sqrt{2} \cong 400$ Hz가 됨을 알 수 있다. 따라서 다공질재 이중판에서도 mass-air-mass 공진 영향이 매우 중요함을 보이고 있다. 다음에 보이는 Fig. 6에서 그 영향을 볼 수 있다.

2) 다공질재 물성치의 민감도 해석

다공질재 이중판의 차음해석에 있어서 어려운 사항 중의 하나로서 Table 2.2에서 보인 다공질재 물성치에 대한 정확한 데이터를 얻기 힘들다. 특히

구조인자의 경우는 직접적으로 구할 수는 없다. 따라서 각 매개변수에 대한 경향을 파악하는 것은 의미있는 일이라 생각한다.

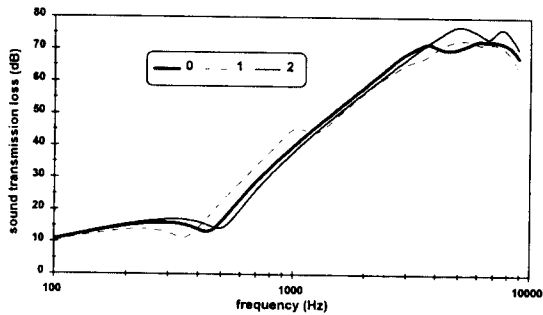


Fig. 6 The effect of Young's modulus of the frame.: 0 = 1.5e5, 1 = 0.2e5, 2 = 2.5e5.

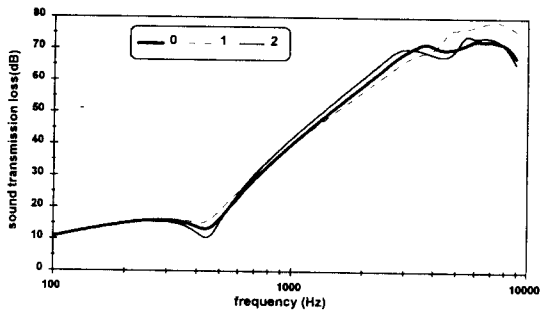


Fig. 7 The effect of structure factors of the frame.: 0 = 2.0, 1 = 1.0, 2 = 10.0.

Fig. 6 ~ 8까지 주요 물성치의 변화량에 따른 차음성능을 보이고 있다. 전체적인 경향을 보면 다공질재 물성치의 변화량에 따른 영향은 그다지 크지

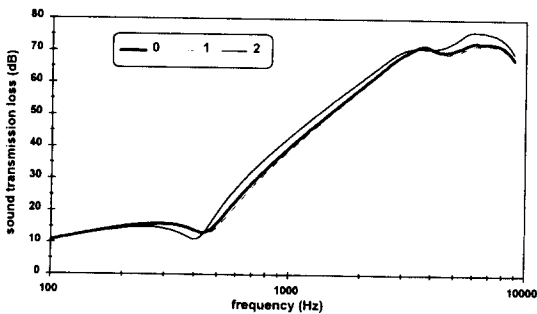


Fig. 8 The effect of flow resistivities of the frame.: 0 = 2.6e3, 1 = 1.2e3, 2 = 2.6e4.

않다. 주요한 이유로서 다공질재 이중판의 차음성능을 지배하는 인자는 보통 표면재의 물성치 즉 판의 면밀도와 굽힘강성이고 다공질재는 중간층에 발생하는 파동의 감쇠와 시스템의 공진과 관련된 역할을 주로 하기 때문이다.

2.6 차음 해석치와 실험치의 비교

해석방법은 앞에서 언급한 탄성 다공질재 모델을 근거로 전보에서 제안한 boundary damping과 입사각에 대한 가중함수를 이용하였다.

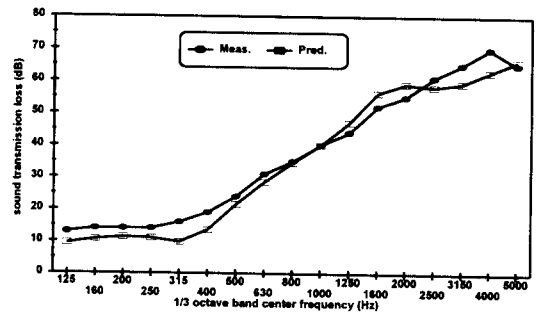


Fig. 9 Comparisons of the measured and the predicted values.:

Plywood(3t)+Glasswool(45t)+Plywood(3t).

Fig. 9 ~ 10에서는 다공질재 이중판의 해석 및 예측치의 비교 결과를 보이고 있다. 예측치에서는 mass-air-mass 공진주파수의 발생이 해석치에 비해서 명확하게 나타나고 있지는 않다. 합판 (plywood)인 경우는 비교적 좋은 일치치를 보이고 있지만, 알루미늄판에서는 저주파수 밴드에서 오차가 발생하고 있다. 오차의 이유로 추정되는 것은

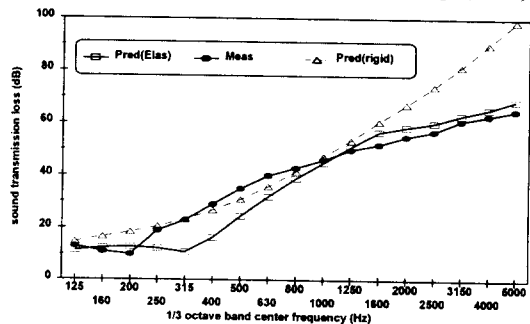


Fig. 10 Comparison of the measured and the predicted values.:

Al(1.2 mm)+Glasswool(50 mm)+Al(1.2 mm).

유리 섬유유 의 물성치(특히 체적탄성계수)의 부정확성에 기인하여 mass-air-mass 공진주파수 예측에 오차가 있는 것으로 생각된다. 또한 Fig. 10에는 흡음재의 후레임을 강체모델로 가정하여 해석⁽¹⁰⁾한 결과도 같이 비교되고 있다. 강체모델인 경우는 고체와 유체의 파동들 사이의 상호작용이 고려되지 않기 때문에 차음손실은 약 12 dB/oct 경향을 보이며 고주파수 대역으로 갈수록 오차가 증가하고 있다.

3. 결 론

전보에 이어서 다공질재 이중판의 차음특성에 대한 해석모델, 매개변수등을 조사하였다. 연구결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 다공질재가 유리섬유인 경우, 다공질재 내부의 파동 중 고체 종파의 기여도가 가장 크게 나타나고 있으며, 유리섬유의 특성으로 인하여 고체 횡파의 영향은 작은 편이다. 따라서 표면재와 다공질재 사이의 접촉조건에 따른 경계조건의 영향은 그다지 크지 않다. 또한 다공질재 이중판에서 차음 성능의 지배인자는 주로 표면재의 물성치가 되고 있지만 mass-air-mass 공진이 발생하는 주파수는 다공질재의 물성치가 지배하고 있다.

2) 계측치 및 강체모델과의 비교 결과로부터 비교적 좋은 일치율을 보이고 있으며 이것은 본 연구에 소개된 해석 모델은 충분한 타당성이 있음을 나타낸다. 다만 저주파수 대역에서는 다공질재의 음향학적 특성을 지배하는 물성치로 인한 오차가 발생하는 것으로 추정된다.

참 고 문 헌

[1] 강현주, 김현실, 김재승, 김상렬, 1997, "이중판의 차음손실: I. 중공 이중판", 한국소음진동공학회지, 제 7권 6호, pp. 945~ 952.
 [2] L. L. Beranek, and I. L. *Noise and Vibration Control Engineering* (John Wiley & Sons, New York, 1992), chap. 8.

[3] C. Zwicker and C.W. Kosten, *Sound Absorbing Materials* (Elsevier Press Amsterdam, 1949).
 [4] M. A. Biot, "Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid: I. Low-Frequency Range,": "II. Higher Frequency Range," J. Acoust. Soc. Am. **28**, 168-191 (1856).
 [5] P. M. Morse and K. U. Ingard, *Theoretical Acoustics* (McGraw Hill, New York, 1968).
 [6] J. S. Bolton, N. M. Shiau, and Y. J. Kang, "Sound Transmission through Multi-panel Structures Lined with Elastic Porous Materials," J. Sound Vib. **191**, 317-347 (1896).
 [7] J. F. Allard, *Propagation of Sound in Porous Media* (Elsevier Applied Science, London and New York, 1993).
 [8] K. F. Graff, *Wave Motion in Elastic Solids* (Dover Publication, Newyork, 1975).
 [9] K. Attenborough and L. A. Walker, "Acoustical Characteristics of Porous Materials," Physics Reports **82**, 179-227 (1882).
 [10] 강현주, 이정권, 김현실, 김재승, 김상렬, 1997, "샌드위치판의 차음손실", 한국음향학회 학술대회 논문집, 제 16권 1(s)호, pp. 149~154.