도달시간 산정식

유 동 훈* 전 우 용** 엄 호 식**

1. 서론

도달시간은 홍수유출에 큰 영향을 미친다. 유역의 형태와 지표면의 상태가 홍수유출량 크기에 영향을 주는 중요한 요소라고 하면, 이들을 대표하는 가장 중요한 인자를 도달시간이라고 할 수 있다. 도달시간을 산정하기 위하여 여러 가지 형태의 산정식이 개발되었다. 하지만 기존 도달시간 산정식에서 사용된 인자들은 서로 큰 차이를 보이며 그 단위도 일치하지 않아 사용자로 하여금 혼돈을 줄 수 있다. 본 논문에서는 도달시간의 이론식을 재검토하고 도달시간 산정에 반드시 고려되어야 하는 인자들의 기준을 마련하였다. 그리고 기존의 산정식이 단위환산의 과정을 거쳐야 하는 불편함을 해소하고자 도달시간과 연관된 변수를 도입하여 무차원수를 개발하였으며 이를 이용하여 본 논문에서 산정한 도달시간 산정식의 무차원화를 시도하였다.

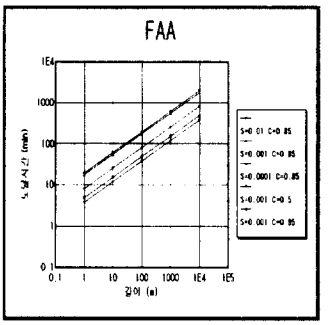
2. 기존 도달시간 산정식의 종합비교

기존의 도달시간 산정식은 지표면 흐름이 지배적인 유역과 지표면 흐름과 하도흐름의 복합유역으로 구분할 수 있으며 각각의 산정식들에 있어 고려한 인자들이 서로 큰 차이를 보이고 있다. 앞에서 언급한 기존의 도달시간 산정식을 표 1에 정리하였으며 산정결과를 그림 1에 비교하였다(선우중호, 1983, 윤용남, 1994). 표 1에서 제시된 바와 같이 기존의 산정식들은 경사(S)와 하도길이(L)를 포함하고 있으며 Manning의 조도계수, 강우강도를 포함하고 있는 식들도 있다. 공식을 적용함에 있어 Manning의 조도계수는 초지인 경우에는 0.4를 사용하도록 하고 있으나 조도계수가 0.08인 경우 등가조고가 50m로 환산되는 등 조도계수를 등가조고로 환산할 경우 상식적으로도 이해가 안되는 값으로 환산된다. 이렇게 Manning의 조도계수는 근본적인 문제점이 있지만 Manning 공식의 간편성 때문에 많이 사용되고 있는 실정이다.

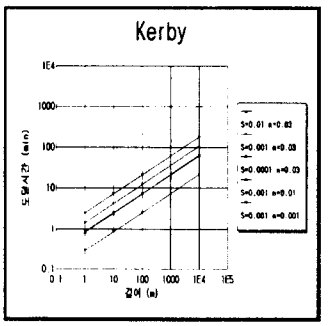
표 1 기존 도달시간 산정식

흐름구분	방 법	공 식	L=10km, S=0.001 인경우	비 고
지표면 흐름이 지배적인 유역	FAA	$t_c = 3.26(1.1-C)\sqrt{L}S^{-1/3}$	800분 (C=0.85)	t_c : 도달시간(min) C : 유출계수 L : 지표면의 길이(m) S : 지표면의 경사(m/m) n : 지표면의 Manning의 n I : 강우강도(mm/hr) (2년빈도 t_c지속시간)
	Kerby	$t_c = 1.44(nL)^{0.467} \cdot S^{-0.234}$	100분 (n=0.03)	
	Kinematic wave	$t_c = 7.0(nL)^{0.6} \cdot I^{-0.4} \cdot S^{-0.3}$	200분 (n=0.03, I=200)	
	SCS	$t_c = 0.0033\alpha^{-1} L S^{-0.5}$	830분 (α=1.27)	
지표면 흐름과 하도흐름 복합유역	Kirpich(Tenn.)	$t_c = 0.02L^{0.77} \cdot S^{-0.385}$	350분	t_c : 도달시간(min) L : 하도길이 (m) S : 하도경사(m/m) n : 하도의 Manning의 n R : 수리반경(m) I : 강우강도(mm/hr) (2년빈도 t_c지속시간)
	Carter	$t_c = 0.093L^{0.6} \cdot S^{-0.3}$	200분	
	Eagleson	$t_c = 0.0165L \cdot n \cdot R^{-2/3} \cdot S^{-1/2}$	100분 (n=0.03, R=2m)	
	ARS	$t_c = 2.92L^{0.56} \cdot I^{-0.72} \cdot S^{-0.2}$	100분 (I=60)	

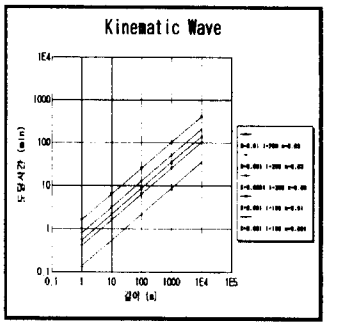
* 아주대학교 토목공학과 부교수
** 아주대학교 토목공학과 석사과정



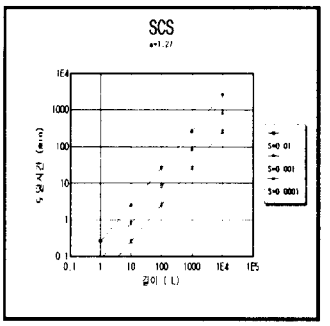
FAA 공식



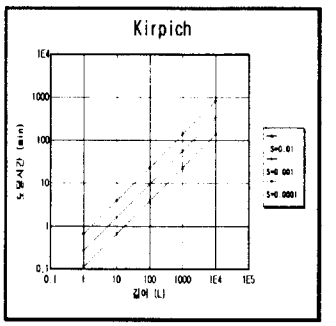
Kerby 공식



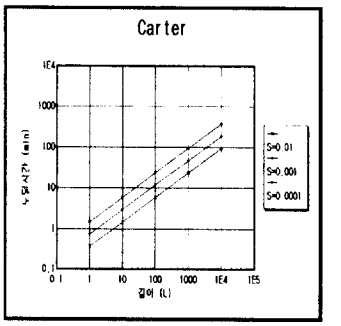
Kinematic Wave 공식



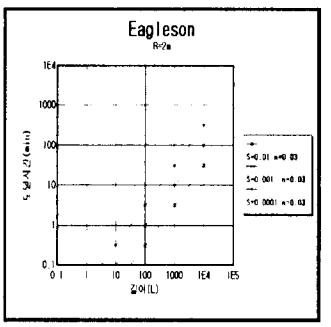
SCS 공식



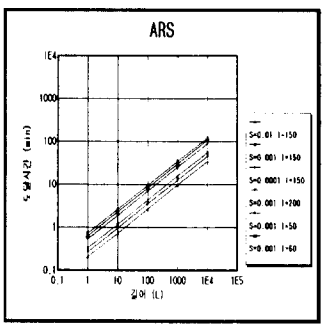
Kirpich 공식



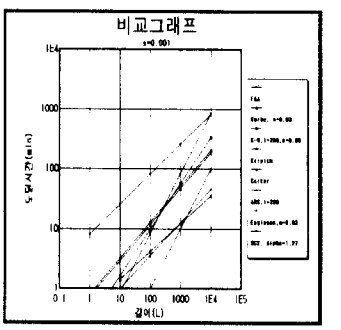
Carter 공식



Eagleson 공식



ARS 공식



비교그래프

그림 1 기존 도달시간 산정식 비교

표 1의 비교값에서도 볼 수 있듯이 각각의 산정식에 동일 조건을 가정하고 도달시간을 산출하였으나 산정결과에 상당한 차이를 보이고 있다. 기존 산정식중 FAA공식이 가장 과대산정하며, ARS공식이 가장 과소산정한다. 유역길이가 100m 정도일 경우에는 FAA공식과 ARS공식을 제외한 나머지 식들은 비교적 유사한 일치를 보이고 있으나 유역의 길이가 증가함에 따라 산정치의 차이는 증가하여 각 식들간에는 8배 정도의 차이를 보이는 경우도 있다. 그 중에서도 FAA공식은 타 식들과 현저한 차이를 보이고 있다.

기존의 산정식 자체만을 가지고 추측할 수 있는 것은 표 2에 제시된 바와 같이 하도의 길이, 하도의 경사, 강우강도가 도달시간을 결정짓는 중요한 요소라는 것이다. 또한 Manning의 조도계수를 포함하고 있다는 것도 유역의 표면상태가 도달시간 산정에 중요한 요소로 작용할 것이라는 추측이 가능하다

표 2 기존 도달시간 산정식의 고려인자

공 식	저항계수 (n, C or α)	경 사 (S)	길 이 (L)	강우강도 (I)	동수반경 (R)
FAA	C	*	*		
Kerby	n	*	*		
Kinematic Wave	n	*	*	*	
SCS	α	*	*		
Kirpich		*	*		
Carter		*	*		
Eagleson	n	*	*		*
ARS		*	*	*	

3. 도달시간의 이론적 해석

도달시간의 이론적 해석은 일반형 도달시간 산정식에 흐름상태(층류, 완난류, 전난류)에 따라 시행한다. 일반형 도달시간 산정식의 유도를 위하여 단면을 직사각형의 2차원 공간으로 가정하였으며 강우는 전 유역에 걸쳐 일정하게 내린다고 보았다. 유량이 평형상태에 이른다는 것은 전유역의 면적이 유출에 기여하는 상태를 말하는 것으로서 이는 유역의 가장 먼 지점의 유량이 출구까지 도달한 상태이다.

연속방정식과 하천의 단위 폭당 유량을 고려하면 다음과 같이 표현할 수 있다(Singh, 1976).

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u\frac{\partial h}{\partial x} + h\frac{\partial u}{\partial x} = I(x,t) \tag{1}$$

$$q = uh = \eta(x)h^n \tag{2}$$

$$u = \eta \cdot h^{n-1} \tag{3}$$

여기서, h는 수심, u는 평균유속, q는 단위폭당 유출량, I(x,t)는 유효강우강도이다.

특성곡선법(method of characteristics)을 도입하고, 마찰관계항(η), 강우강도(I)를 일정하다고 가정하면 다음과 같은 일반형 도달시간 산정식이 유도된다

$$t_c = I^{\frac{1-n}{n}}\left(\frac{L}{\eta}\right)^{\frac{1}{n}} \tag{4}$$

일반형 도달시간 산정식은 강우강도(I), 하도의 길이(L), 마찰관계항을 포함하는 항으로 표현된다. 마찰관계항은 하도의 경사를 포함하고 있으므로 일반형 도달시간 산정식은 강우강도, 하도의 길이, 하도의 경사를 포함하고 있다.

개수로흐름에서 Chezy의 평균유속 공식은 다음과 같다

$$u = \sqrt{\frac{ghS}{C}} \tag{5}$$

개수로 평균유속 공식과 식 (3)을 연립하여 표 3에 제시한 흐름상태별 도달시간 산정을 위한 관계식을 유도할 수 있다.

표 3의 관계식을 일반형 도달시간 산정식에 대입하여 정리하면 표 4에 제시한 흐름상태별 도달시간 산정식을 유도할 수 있다.

표 3 흐름상태별 도달시간 산정을 위한 관계식

흐름상태	개수로 마찰계수	흐름상태별 도달시간 산정을 위한 관계식	비 고
층 류	$C=\frac{\alpha}{R_H}=\frac{\alpha\nu}{vd}$	$\eta=\frac{gS}{\alpha\nu}$, $n=3$	$\alpha=10.38\sqrt{k_w}-1.68$, ($k_w$: mm)
완 난 류	$C=\alpha R_H^{\beta}=\alpha\left(\frac{uh}{\nu}\right)^{\beta}$	$\eta=\left(\frac{g\nu^{\beta}S}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2+\beta}}$, $n=\frac{3}{2+\beta}$	β=-1/6일 때 $\alpha=0.011+0.018\sqrt{k_w}$, ($k_w$: mm)
전 난 류	$C=\alpha\cdot H_\gamma^{\beta}=\alpha\cdot\left(\frac{h}{k_w}\right)^{\beta}$	$\eta=\left(\frac{gS\,k_w^{\beta}}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}$, $n=\frac{3-\beta}{2}$	$\left(g/\alpha\,k_w^{\frac{1}{3}}\right)=1/n^2$

표 4 흐름상태별 도달시간 산정식

흐름상태	흐름상태별 도달시간 산정식
층 류	$t_c=(\alpha\nu/g)^{\frac{1}{3}}\cdot I^{-\frac{2}{3}}\cdot L^{\frac{1}{3}}\cdot S^{-\frac{1}{3}}$
완 난 류	$t_c=0.32\alpha^{\frac{1}{3}}\cdot I^{-\frac{7}{18}}\cdot L^{\frac{11}{18}}\cdot S^{-\frac{1}{3}}$
전 난 류	$t_c=\left(\frac{g\,k_w^{\beta}}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot I^{-0.4}\cdot L^{0.6}\cdot S^{\frac{1}{2}}$

여기서 주목할 것은 전난류일 때의 산정식에 Hagen(Manning)식을 도입하여 정리하면 Kinematic Wave공식과 같은 형태의 산정식이 도출된다. 단 앞의 계수항(7.0)만 제외하고는 모든 형태가 동일하다. 층류 흐름상태에서의 산정식은 기존의 산정식중 ARS공식과 형태면에서 유사하며, 전난류 흐름상태에서의 산정식은 Kinematic Wave공식과 앞의 계수항(7.0)을 제외하면 완벽한 일치를 이룬다. Kinematic Wave공식은 흐름을 전난류로 가정하여 Hagen(Manning)식을 도입하고 실측치를 회귀분석하여 얻어진 공식으로 판단된다.

4. 도달시간의 무차원화

기존의 도달시간 산정식들은 서로 단위가 일치하지 않아 사용자로 하여금 많은 혼돈을 준다. 도달시간 산정식을 무차원화 하여 단위계의 고려없이 도달시간을 구할 수 있도록 도달시간 산정식의 무차원화를 시도하였다. 일례로 전술한 층류일 때의 도달시간 산정식을 무차원화하기로 한다.

층류 도달시간 산정식에 I/L 또는 $\sqrt{g/L}$을 곱하여 도달시간을 무차원화 시킬 수 있다.

$$T=\frac{t_cI}{L}=\alpha^{\frac{1}{3}}\left(\frac{\nu I}{gL^2}\right)^{\frac{1}{3}}S^{-1/3}=\alpha^{\frac{1}{3}}A^{\frac{1}{3}}S^{-\frac{1}{3}} \tag{6}$$

$$G=t_c\sqrt{g/L}=\alpha^{\frac{1}{3}}\left(\frac{g\nu^2}{LI^4}\right)^{\frac{1}{6}}S^{-\frac{1}{3}}=\alpha^{\frac{1}{3}}B^{\frac{1}{3}}S^{-\frac{1}{3}} \tag{7}$$

$$A=\left(\frac{\nu I}{gL^2}\right)^{1/3},\qquad B=\left(\frac{g\nu^2}{LI^4}\right)^{1/6}$$

여기서 T, A, G, B는 무차원수이다.

5. 복합형 도달시간 산정식

표 4에 제시된 층류에서의 도달시간 산정식과 일반형 강우강도식을 조합하여 복합형 도달시간 산정식을 제시하였다. 층류에서의 도달시간 산정식은 표 4에 제시된 바와 같이 다음과 같다.

$$t_c = \left(\frac{\alpha\nu}{g}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot I^{-\frac{2}{3}} \cdot L^{\frac{1}{3}} \cdot S^{-\frac{1}{3}} \tag{8}$$

한편, 일반형 강우강도식은 다음과 같이 표기된다(유동훈, 이민호, 1995).

$$I = \frac{a\ln T + b}{\sqrt{t_R + c\ln T + d}} = \frac{M}{\sqrt{t_c + N}} \tag{9}$$

일반형 강우강도식을 차원 일치식으로 산정하였다.

$$I = \frac{M}{\sqrt{\frac{t_c}{t_0} + N}} \cdot I_0 \tag{10}$$

여기서 $I_0 = 1\text{mm/hr}$, $t_0 = 1\text{hr}$이다. 일반형 강우강도식으로 차원 일치시킨 식 (10)을 층류에서의 도달시간 산정식인 식 (8)에 적용하면

$$t_c = t_i \cdot \left(\frac{1}{M}\sqrt{\frac{t_c}{t_0}} + \frac{N}{M}\right)^{\frac{2}{3}} \tag{11}$$

여기서 $t_i = \left(\frac{\alpha\nu L}{g I_0^2 S}\right)^{\frac{1}{3}}$ 이며 고유도달시간(Intrinsic time of concentration)이라 칭한다. 한편 식 (11)의 해를 구하기 위하여 $t_c^{\frac{1}{2}} = E$, $a = \frac{1}{M}\left(\frac{t_i^3}{t_0}\right)^{\frac{1}{2}}$, $b = \frac{N t_i^{\frac{3}{2}}}{M}$ 로 치환하면

$$E^3 - a \cdot E - b = 0 \tag{12}$$

로 간단히 표기된다. 식 (12)에서 $b \ll aE$ 일 경우에는 $E = a^{\frac{1}{2}}$가 된다. 이 관계를 도달시간으로 나타내면 아래의 식 (13)과 같이 복합형 도달시간 1차 근사식으로 유도되고 이를 다시 식 (12)에 대입하여 정리하면 식 (14)와 같이 복합형 도달시간 2차 근사식으로 유도된다.

$$t_c = E^2 = a = \frac{1}{M}\left(\frac{t_i^3}{t_0}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{13}$$

$$t_c = E^2 = (a^{\frac{3}{2}} + b)^{\frac{2}{3}} = \left[\left(\frac{1}{M}\right)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{t_i}{t_0}\right)^{\frac{3}{4}} + \frac{N}{M}\right]^{\frac{2}{3}} \cdot t_i \tag{14}$$

식 (13)과 식 (14)로 정리된 복합형 도달시간 산정식은 고유도달시간과 일반형 강우강도식의 M과 N에 의해 결정된다는 것을 알 수 있다. 재현기간을 10년 및 100년으로 가정한 보은지역의 강우강도와 표 1에서 적용된 지형조건인 $L = 10\text{km}$, $S = 0.001$, $\alpha = 200$를 복합형 도달시간 산정식에 적용하여 도달시간을 산정하였으며 기존 산정식들과 비교하여 표 5에 제시하였다. 기존 산정식중 Kinematic Wave공식과 ARS공식에 적용된 강우강도는 $I = 200\text{mm/hr}$이다.

표 5 보은지역의 도달시간 산정 단위 : 분(min)

구분 \ 유역		M	N	고유도달시간(t_i)	1차 근사식	2차 근사식	Kerby	Kinematic Wave	ARS
보은지역	T=10년	59	0.014	2305	242.3	243.4	104.0	204.6	44.5
	T=100년	97.4	0.124		146.7	154.3			

주: M, N은 식 (9)의 도달시간에 사용된 계수

복합형 도달시간 산정식을 유도할 때 층류에서의 도달시간 산정식에 일반형 강우강도식을 조합하였기 때문에 강우강도와 유역길이 및 유역경사가 포함되어 있어 Kinematic Wave공식이나 ARS공식과 형태면에서 근접한 형태를 나타낸다. 표 5에 제시된 1차 근사치는 2차 근사치와 큰 차이가 없기 때문에 간단한 형태로 정리된 1차 근사식을 도달시간 산정에 적용해도 될 것으로 판단된다. 또한 1,2차 근사식의 도달시간 산정치는 Kinematic Wave공식의 산정치와 유사한 값인데 이는 일반형 도달시간의 이론적 유도가 Kinematic Wave이론에서 시작되었기 때문이다. Kinematic Wave이론은 운동량 공식에서 관성에 의한 힘과 수면 변화에 따른 압력 변화가 다른 항에 비하여 무시할 정도로 작은 경우에 적용하는 이론으로 일반적인 지표면 흐름에 적용할 수 있는 이론이라 하겠다. Kerby공식의 산정치는 1,2차 근사식의 산정치에 비해 2배정도 작게 산정되었고 ARS공식은 4.5배 정도 작게 산정된 것을 알 수 있다. 이는 지표면 흐름이 지배적인 유역에 적용하는 산정식에 하도흐름이나 투수층을 통한 흐름등의 다른 요소들을 적절히 적용하지 못하였기 때문인 것으로 추정된다.

6. 결론

기존의 도달시간 산정식들을 비교 검토하였고 평형조건일 때 각각의 흐름별로 도달시간 산정식의 유도과정을 재검토해 보았다. 먼저 흐름분석은 개수로 마찰계수를 도입하고, 강우가 전유역에 영향을 미치며 평형조건으로 가정하고 도달시간을 산정하였다. 본 논문에서 산정한 도달시간 산정식은 기존의 도달시간 산정식과 차이를 보이고 있으나 하천의 특성을 나타내는 등가조고의 개념을 도입하여 도달시간을 산정하는 것이 Manning의 조도계수를 적용하여 산정하는 것보다 바람직하다는 것을 보여준다. 또한 도달시간의 적용시 단위환산의 과정을 거쳐야 하는 점을 개선하기 위하여 무차원수 T, G를 도입한 무차원화된 도달시간 산정식을 제시하였다.

복합형 도달시간 산정식은 개수로 흐름의 요소를 적절히 적용하고 각 지역별 강우특성까지 고려하였기 때문에 도달시간 산정에 일반적인 기준이 될 수 있다. 하지만 지표흐름의 지배적인 요소인 투수층 흐름을 고려하지 못하였다. 정확한 도달시간 산정식을 유도하기 위해서는 투수층 흐름까지 고려하여 도달시간을 산정하여야 할 것이다.

7. 참고문헌

선우중호, 1983, 수문학, 동명사.
윤용남, 1994, 공업수문학, 청문각.
유동훈, 이민호, 1995, 일반형 강우강도식의 적용, 대한토목학회 학술발표회 논문집(II), pp.61~64
Singh, V.P., 1976. Derivation of time of concentration, Journal of Hydrology., 30: 147-165.