

개수로 마찰계수 산정식

유 동 훈* 이 민 호**

1. 서 론

현재 사용되는 개수로 평균유속 산정식 또는 마찰계수 산정식들은 100여년 전에 개발된 식들로서 Ganguillet와 Kutter(1869)는 마찰계수를 수로경사, 동수반경과 조도의 함수로 개발하였으며, Bazin(1897)은 마찰계수를 동수반경과 조도의 함수로 산정하는 경험식을 개발하였다. Manning(1889)은 이러한 경험식과 관측자료를 종합하여 평균유속이 동수반경의 제곱근에 비례하는 Chezy식을 수정하여 수로의 형상에 따라서 동수반경의 지수승을 조정하여 마찰계수가 조도만의 함수가 됨을 주장하였다.

한편, 유동훈(1995, 1997)은 기존식들의 차원일치를 기하였으며, Varwick(1945)의 연구자료로 확인된 바와 같이 개수로에서도 원형관로 마찰흐름과 같은 층류, 천이층류, 완난류, 천이난류, 전난류 등이 발생할 수 있음을 확인하였다. 또한 유동훈과 이종원(1997)은 원형관로의 마찰계수 산정식을 수정하여 흐름특성을 잘 표현할 수 있는 마찰계수 산정식인 대수분포식과 지수함수식을 제안하였다. 본 연구에서는 Bazin과 Varwick의 실험자료를 이용하여 각 흐름조건에서 지수함수형대의 산정식을 개발하였으며 실험치와 계산치를 비교 제시하였다.

2. 본 론

마찰계수 산정을 위한 대수분포식의 일반형은 다음과 같다.

$$\frac{1}{\sqrt{C}} = \frac{\alpha}{k} \left[\ln \frac{H}{\delta} + \beta_{\delta} \right] \quad (1)$$

여기서 C 는 마찰계수, H 는 동수반경, k 는 von Karman상수, δ 는 영점높이, α 와 β_{δ} 는 형상에 따라 결정되는 상수이다.

* 아주대학교 토목공학과 부교수

** 아주대학교 토목공학과 석사과정

제시된 대수분포식인 자유표면 흐름 난류 마찰계수 산정식의 일반형으로부터 레이놀즈수의 지배를 받는 완난류흐름은 동수반경 레이놀즈수의 함수로 유도되며, 조고의 지배를 받는 전난류흐름은 조고비의 함수로 유도된다.

절점조정법은 $\alpha=1$ 로 고정하였고, Bazin의 자료중 사각형 자유표면 흐름 자료를 이용하여 추정된 절점계수 β_δ 의 산정식과 레이놀즈수와 웨버수의 비로 나타낸 R_W 수를 도입하여 제시된 기본식에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{\sqrt{C}} = \frac{1}{k} [\ln(R_W^{-3.42} H_r^{-0.64} R_H \sqrt{C}) + 19.9] \quad (2)$$

여기서 $R_W = 270\sqrt{k_w}$, $H_r = H/k_w$, $R_H = VH/\nu$ 이다. 상기식은 대표 영점높이를 $\delta = 0.11\nu/u_* = 0.11H/R_H\sqrt{C}$ 로 가정하고 유도되었다. 양해법 산정식의 유도를 위해 대표 영점높이의 양해법식 $\delta = 0.683HR_H^{-0.87}$ 을 대입하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{\sqrt{C}} = \frac{1}{k} [\ln(R_W^{-3.42} H_r^{-0.64} R_H^{0.87}) + 18.1] \quad (3)$$

한편, 등류조건일 때는 $R_H\sqrt{C} = R_F\sqrt{i}$, $R_F = H\sqrt{gH}/\nu$ 이므로 Chezy의 평균유속공식과 레이놀즈수와 후루드수의 비인 R_F 수를 도입하여 정리하면 식 (2)의 \sqrt{C} 는 자동으로 소거되어

$$\frac{1}{\sqrt{C}} = \frac{1}{k} [\ln(R_W^{-3.42} H_r^{-0.64} R_F\sqrt{i}) + 19.9] \quad (4)$$

즉, 완난류 개수로 흐름인 경우에는 마찰계수가 수로경사 i 의 영향을 받는 것을 알 수 있다.

경사절점조정법은 절점계수 β_δ 뿐 아니라 기울기인 α 도 조정하여 마찰계수 산정식을 유도하였다. Bazin과 Kirschmer실험자료를 포함하여 추가된 실험자료를 분석하여 $\alpha=0.71$ 로 고정하였을 경우 β_δ 는 조고만의 함수로 산정되며 각각의 기울기와 절점계수를 대수함수식의 기본식에 대입하여 정리하면 다음과 같이 사각형 자유표면 완난류 흐름에 대한 마찰계수 산정식이 유도된다.

$$\frac{1}{\sqrt{C}} = \frac{0.71}{k} [\ln(R_W^{-3} R_H \sqrt{C}) + 17.4] \quad (5)$$

식 (4)에서 대표 영점높이의 양해법 산정식을 대입하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{\sqrt{C}} = \frac{0.71}{k} [\ln(R_W^{-3} R_H^{0.87}) + 15.6] \quad (6)$$

등류조건인 경우에는

$$\frac{1}{\sqrt{C}} = \frac{0.71}{k} [\ln(R_W^{-3} R_F \sqrt{i}) + 17.4] \quad (7)$$

한편, 전난류조건에서의 마찰계수 산정식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{\sqrt{C}} = \frac{\alpha}{k} [\ln R_W^{-3} H_r + \beta_{RT}] \quad (8)$$

Varwick의 실험자료중 조고가 2mm인 삼각형 수로와 제형 수로의 실험자료를 회귀분석하여 유도하면 삼각형 수로인 경우 $\alpha=1.18$, $\beta_{RT}=19.2$ 이며, 제형 수로인 경우 $\alpha=1.38$, $\beta_{RT}=18.5$ 이다.

대수형 마찰계수 산정식과 다른 지수형태의 마찰계수 산정식은 식이 간단하면서도 개수로의 흐름특성을 잘 표현할 수 있다. 지수함수식으로 Bazin과 Varwick의 실험자료를 회귀분석하였으며, Varwick의 실험치와 근접하게 나타났다. 지수함수식의 기본형으로부터 완난류, 천이난류, 전난류에 대한 지수함수식을 개발하였다. 완난류는 대수분포식과 같이 레이놀즈수의 함수로 표현하였고, 전난류는 조고비의 함수로 표현하였으며, 천이난류의 경우는 완난류와 전난류의 레이놀즈수와 조고비의 함수로 표현하였다.

완난류 흐름은 조고와 레이놀즈수 그리고 단면형상에 따라 마찰계수가 결정되며, 완난류 마찰계수 지수함수식은 다음과 같다.

$$C = aR_H^\beta \quad (9)$$

$$\alpha = a + bR_W, \quad R_W = 270\sqrt{k_w} \quad (k_w; \text{mm})$$

여기서, β 는 레이놀즈수와 마찰계수로 표현되는 식 (9)의 지수치로서 일정구간 상수로 가정할 수 있고, $1,000 \leq R_H \leq 40,000$ 인 Varwick의 자료를 회귀분석하면 -0.25 로 추정되며, R_H 가 40,000이상인 Bazin의 자료를 회귀분석하면 -0.17 로 추정된다. 비례상수 a 는 조고와 밀접한 R_W 수와 상관관계를 가지며, 상수 a 와 b 는 실험자료로부터 추정되며 표 1에 제시된 바와 같다.

표 1 완난류인 경우 α 와 β

Varwick (삼각형)		a	b	α	β
k_w (mm)	2.0	0.015	0.90×10^{-4}	0.05	-0.25
	0.4	0.015	0.90×10^{-4}	0.03	-0.25
Varwick (제형)		a	b	α	β
k_w (mm)	2.0	0.024	0.53×10^{-4}	0.04	-0.25
	0.4	0.024	0.53×10^{-4}	0.03	-0.25
Bazin (사각형)		a	b	α	β
k_w (mm)	15.0	0.015	0.67×10^{-4}	0.22	-0.17
	3.5	0.015	0.67×10^{-4}	0.18	-0.17
	2.0	0.015	0.67×10^{-4}	0.18	-0.17
	0.5	0.015	0.67×10^{-4}	0.16	-0.17

천이난류는 $R_{H\ ST} \leq R_H \leq R_{H\ TR}$ 에서 발생한다. Varwick의 자료에서 등가조고가 2mm인 경우는 뚜렷이 나타나지만 등가조고가 0.4mm인 경우는 그림 2에 도시된 바와 같이 전난류 상태까지 도달하지 못하였음을 알 수 있다. 천이난류 지수형 마찰계수식은 원형관 천이난류의 경우 수치 $\beta=0.1$ 를 기준으로 회귀분석하여 삼각형 수로인 경우 0.15, 제형 수로인 경우 0.22로 도출되었다. 식 (10)에 제시된 천이난류 지수형 마찰계수식은 레이놀즈수와 조고비의 함수로 유도되었으며, 조고비 H_r 의 지수는 -0.8로 추정되었다.

$$C = aH_r^\delta R_H^\beta \quad (10)$$

각각의 비례상수는 표 2에 제시된 바와 같다.

표 2 천이난류인 경우 α , β , δ

Varwick (삼각형)		a	b	α	β	δ
k_w (mm)	2.0	0.0001	0.37×10^{-4}	0.014	0.15	-0.80
	0.4	0.0001	0.37×10^{-4}	0.006	0.15	-0.80
Varwick (제형)		a	b	α	β	δ
k_w (mm)	2.0	0.0005	2.22×10^{-4}	0.009	0.22	-0.80
	0.4	0.0005	2.22×10^{-4}	0.004	0.22	-0.80

전난류는 $R_{H\ TR} \leq R_H$ 에서 발생한다. Varwick의 자료중 2mm인 경우 전난류가 뚜렷이 관측되었으며 이들 자료를 분석하여 전난류 지수형 마찰계수식을 식 (10)과 같이 도출하였다.

$$C = aH_r^\beta \quad (11)$$

전난류의 경우는 H_r 의 조건에 따라 지수 β 를 추정하였다. 삼각형 수로의 경우 H_r 이 15보다 작은 구간에서는 -0.5로 H_r 이 15~40에서는 -0.41로 추정되었으며, 제형 수로의 경우 H_r 이 23보다 작은 구간에서는 -0.6이며 H_r 이 23~40에서는 -0.41로 추정되었다. 이들 계수는 표 3에 제시된 바와 같다.

표 3 전난류인 경우 α 와 β

삼각형	$H_r \leq 17$		$17 \leq H_r \leq 40$	
	α	β	α	β
	0.026	-0.50	0.02	-0.41
제형	$H_r \leq 23$		$23 \leq H_r \leq 40$	
	α	β	α	β
	0.038	-0.60	0.02	-0.41

3. 비교고찰

대수함수식 마찰계수 산정식에서 완난류의 경우 조고가 0.5mm, 2.0mm, 3.5mm, 15mm인 Bazin의 실험자료에 대하여 절점조정법 산정식의 산정결과와 실험자료와의 비교를 그림 1에 제시하였

다. 사각형 개수로에서 대수함수식은 지수함수식과 함께 높은 정밀도를 보이고 있음을 알 수 있다.

삼각형 수로와 제형 수로에서 관측된 Varwick의 실험자료에서는 완난류, 천이난류, 전난류의 특징이 모두 잘 나타나 있다. 이들 관측결과와 지수함수식 마찰계수 산정식의 산정결과와의 검토 결과는 그림 2와 그림 3에 제시된 바와 같다. 비교된 바와 같이 완난류와 전난류에서는 높은 정밀도를 보이고 있다. 그러나 천이난류에서는 정밀도가 상당히 떨어지는 것으로 유추되었는데, 조고비의 지수승인 δ 를 조고비에 따라 조정하여 정밀도를 높일 수 있을 것으로 추정된다.

4. 결 론

기존에 제시된 개수로 마찰계수 산정식들은 주로 조도만의 함수가 되어 기존의 연구결과들은 개수로 흐름이 모두 전난류임을 주장하였다. 그러나, 기존의 관측결과들을 주의깊게 검토한 결과, 개수로 흐름에서도 완난류, 천이난류, 전난류 등의 흐름특성이 뚜렷이 나타나고 있음을 확인하였다. 각 흐름조건에 대하여 대수분포와 지수함수형태의 마찰계수 산정식을 개발하였으며 이들 산정식은 R_W 수, 조고비 H_r , R_H 수, R_F 수, 수로경사 i 등의 함수로 유도되었다.

대수분포형의 마찰계수 산정식은 조고의 함수인 R_W 수와 조고비 H_r , R_H 수, R_F 수, 수로경사 i 등의 함수이며, 각 조건에 따라서 양해법, 음해법 또는 수로경사 등의 함수로 변환된 식을 이용할 수 있다.

지수함수형의 마찰계수 산정식은 R_H , H_r 등과 연관된 지수치들이 완난류, 전난류, 천이난류 등 각 흐름조건에 따라 어느 일정구간에서만 상수이며 Manning식과 같이 흐름조건에 무관하게 일정한 상수가 될 수 없음을 확인하였다. 즉, 전난류 조건에서도 지수치가 $-1/3$ 로 고정된 수가 아니라 H_r 의 범위에 따라 -0.6 까지 작아질 수 있음을 알 수 있었다. 또한 Maning이 분석하였던 관측자료는 대부분 완난류 조건에 해당되는 흐름이며 단지 조고에 따라 평행하는 특성을 반영한 결과일 뿐인 것으로 확인되었다.

5. 참고문헌

- 유동훈(1995), "사각형 개수로 마찰계수", 한국수문학회지, 제28권, pp.155-168.
유동훈(1997), "유체역학의 공학원리", 새문출판사.
유동훈, 이종원(1997), "사각형 개수로의 완난류 마찰계수", 대한토목학회논문집, 제17권, pp.441-452.
Bazin, H.E. (1865), "Recherches experimentales sur lecoulement de leau dans les canaux decouverts", Memoire presentes par divers savants al Academie des Sciences, Paris, Vol.19.
Manning, R. (1889), "On the folw of water in open channels and pipes", Trans. Inst. Civil Eng. Ireland, 20, pp.161-195.
Varwick, F. (1945), "Zur Fliess formel fur offene Kunstliche Gerinne", These inedite, Dresden.

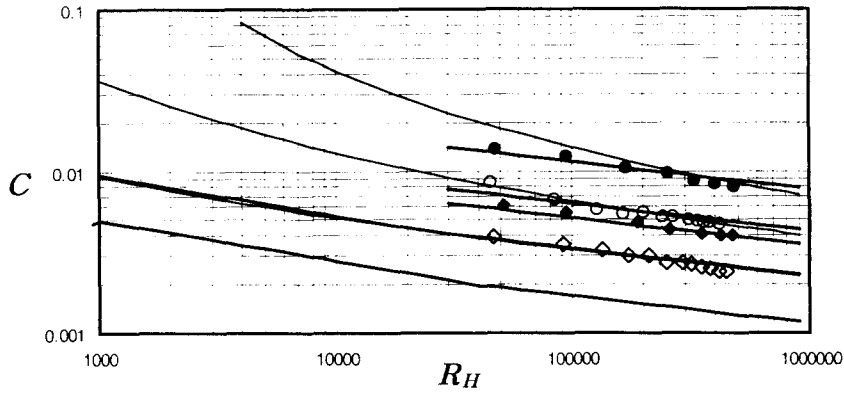


그림 1 개수로 마찰계수에 대하여 Bazin실험자료와 경사절점조정법, 지수함수식의 비교

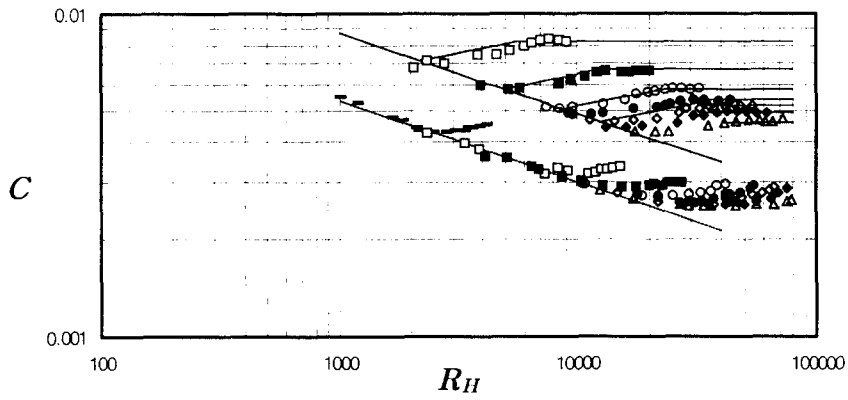


그림 2 개수로 마찰계수에 대하여 삼각형수로의 Varwick실험자료와 지수함수식의 비교

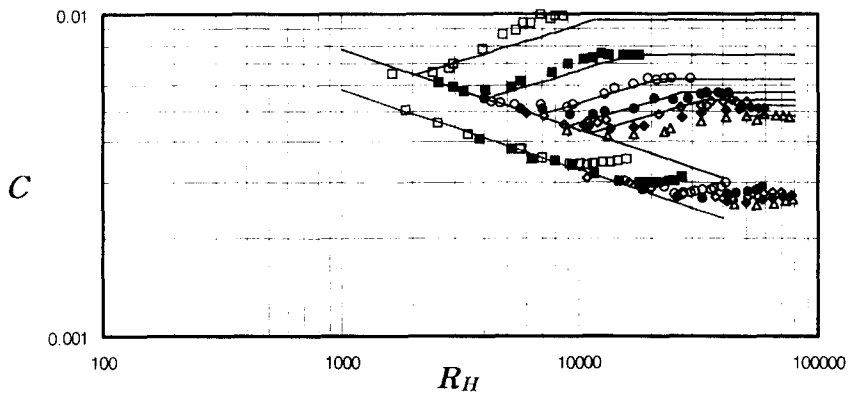


그림 3 개수로 마찰계수에 대하여 제형수로의 Varwick실험자료와 지수함수식의 비교