

수심이 변하는 지형을 통과하는 파랑의 거동에서 소멸파의 중요성

○조용식*, 이창훈**

1. 서론

외해에서 주로 바람에 의하여 생성된 파랑이 해안으로 전파해오는 동안 해저지형의 변화에 따라 천수, 굴절, 회절, 반사, 감쇠 등 여러 가지 물리적인 변화를 겪게 된다. 특히, 파랑이 해저에 위치한 계단지형, 선반지형 또는 케이블과 파이프라인 등을 매설하기 위해 굴착한 요철지형을 통과할 때 수심의 급격한 변화에 따라 파랑에너지가 반사되고 그 나머지만 통과한다. 수심의 변화가 심할수록 파랑에너지의 반사는 더욱 커질 뿐만 아니라 소멸파(evanescent modes)의 크기가 증가할 것이다. 계단지형, 선반지형 및 요철지형 위를 파랑이 전파할 때 파의 반사율과 통과율 산정에 관한 연구는 수리모형실험, 해석적 방법 및 수치기법 등을 이용하여 오랜동안 계속되어 왔으나, 소멸파를 포함한 연구는 많지 않으며 특히 소멸파의 역할을 중점적으로 연구한 결과는 거의 없었다. Kirby와 Dalrymple(1983)은 고유함수 전개법(eigenfunction expansion method)을 이용하여 요철지형을 통과하는 입사파의 반사율과 통과율을 해석적으로 계산하였다. 또한, 소멸파의 수가 16이상이면 변화가 거의 없는 매우 만족할만한 반사율과 통과율을 제공한다고 보고하였다.

본 연구에서는 Kirby와 Dalrymple(1983)에서 사용되었던 고유함수 전개법을 이용하여 수심의 변화가 한 곳에만 생기는 계단지형을 통과하는 입사파의 반사율과 통과율을 해석적으로 계산하였다. 특히, 소멸파의 수를 달리 하면서 파랑의 반사율에서 소멸파의 중요성을 연구하였다. 또한 실제 지형과 유사한 실험으로서 원호형의 바닥 위를 전파하는 파랑의 반사율을 계산하고 이때 소멸파의 중요성을 확인하였다. 다음 장에서는 고유함수 전개법에 대하여 간략히 서술하며, 3장과 4장에서는 고유함수 전개법을 이용하여 계단지형과 원호형 지형을 통과하는 파랑의 반사율을 계산한다. 마지막으로, 5장에서는 결론을 서술한다.

2. 고유함수 전개법

본 연구에서 유체는 비점성 유체로 가정되며, 흐름은 비압축성 및 비회전 흐름으로 가정된다. 따라서, 유체의 거동은 Laplace 방정식에 의해 지배된다. 또, 본 연구의 해저지형은 Fig. 1에서와 같이 x 축 방향으로 변하지만 y 축 방향으로 일정하며, 파랑은 x 축 방향에 대하여 θ 로 비스듬히 입사하는 것으로 가정하였다. 따라서, 수평성분의 파수는 각각 $k_x = k \cos \theta = l$ 및 $k_y = k \sin \theta$ 로 주어지며, 본 연구에서 y 축 방향으로의 수심의 변화는 없는 것으로 가정하므로 Snell의 법칙에 따라 k_y 는 전체 영역에서 일정하다. 두 수심 사이의 영역에서는 수심이 변한다.

먼저, Fig. 1로 나타난 것과 같이 임의의 지형을 여러 개의 계단으로 나눈 다음, 미소진폭 파이론 으로부터 각각의 계단에서의 속도 포텐셜함수를 구할 수 있다. Fig. 1의 각 계단에서 우측방향의 진행파와 소멸파를 모두 포함하는 속도 포텐셜함수는 다음과 같이 나타낼 수 있고,

* 세종대학교 토목환경공학과 조교수

** 한국해양연구소 연안·항만공학연구센터 선임연구원

$$\Phi_m = \left\{ A_m^r e^{+i\lambda_{m,n}x} \cosh k_m(h_m + z) + \sum_{n=1}^{\infty} B_{m,n}^r e^{+\lambda_{m,n}x} \cos K_{m,n}(h_m + z) \right\} e^{i(k_y y - \omega t)} \quad (1)$$

좌측방향의 진행파와 소멸파의 포텐셜함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi_m = \left\{ A_m^l e^{-i\lambda_{m,n}x} \cosh k_m(h_m + z) + \sum_{n=1}^{\infty} B_{m,n}^l e^{-\lambda_{m,n}x} \cos K_{m,n}(h_m + z) \right\} e^{i(k_y y - \omega t)} \quad (2)$$

속도 포텐셜함수의 식 (1)과 (2)에서 위 첨자 r 과 l 은 각각 우측 및 좌측방향을 의미하며, 아래 첨자 $m = 1, 2, 3 \dots$ 은 서로 다른 수심을 갖는 각각의 영역을 나타내며, $n = 1, 2, 3 \dots$ 은 소멸파의 수를 나타낸다. 식 (1)과 (2)에서 첫째 항과 둘째 항은 각각 진행파와 소멸파를 나타내며, 진폭 $A_m^l, B_{m,n}^l$ 및 $A_m^r, B_{m,n}^r$ 은 모두 복소수이다. 또, 진행파와 소멸파의 파수 k_m 와 $K_{m,n}$ 은 모두 실수이며, 각각 다음의 분산관계식 (3)과 (4)로부터 계산할 수 있다.

$$\omega^2 = gk_m \tanh k_m h_m \quad (3)$$

$$\omega^2 = -gK_{m,n} \tan K_{m,n} h_m \quad (4)$$

식 (1)과 (2)에 사용된 $\lambda_{m,n}$ 은 다음과 같이 계산된다.

$$\lambda_{m,n} = (K_{m,n}^2 + k_y^2)^{1/2} \quad (5)$$

식 (1)과 (2)를 해석하기 위해서는 수심이 변하는 지점, 즉 Fig. 1에서 서로 다른 수심을 갖는 지형이 만나는 지점에서 각각 두 개의 접합조건이 필요하게 된다. 첫째 접합조건은 x 축 방향의 흐름율은 연속임을 나타내는 것으로 임의의 지점 $x = x_i$ 에서 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial x}, \quad x = x_1, \quad \max(-h_1, -h_2) \leq z \leq 0 \quad (6)$$

둘째 접합조건은 다음과 같이 주어지며

$$\Phi_1 = \Phi_2, \quad x = x_1, \quad \max(-h_1, -h_2) \leq z \leq 0 \quad (7)$$

이는 자유수면에서의 압력이 연속임을 의미한다. 접합조건식 (6)과 (7)에 적절한 포텐셜함수를 대입하여 해석하면 모든 미지수를 A_1^r , 즉 입사파의 진폭으로 표시할 수 있으며, A_1^r 는 입사파의 조건으로 주어진다. 고유함수 전개법에 관한 보다 상세한 설명은 조용식과 이창훈(1998)을 참조할 수 있겠다.

3. 계단형 바닥을 전파하는 파랑의 수치실험

Fig. 1에서와 같이 해저지형은 수심이 각각 h_1, h_2 인 제1, 2지역으로 구성되어 있으며, 파랑은 제1지역에서 입사한다. 따라서, 제1지역에서 파랑의 반사율을 계산할 수 있고 제2지역에서 파랑의 통과율을 계산할 수 있다.

Figs. 2와 3은 상대수심 $k_1 h_1 / \pi$ 이 0.01부터 4.0까지 변할 때 파랑의 반사율의 변화를 도시한 것으로, 입사각 θ 는 0이며, 제2지역의 수심은 Fig. 2에서 $h_2 = 0.75 h_1$ 이고 Fig. 3에서 $h_2 = 2.0 h_1$ 이다. 파랑이 입사하는 제1지역에서 $k_1 h_1 / \pi$ 이 0.01부터 4.0까지 변화하므로 파랑은 천해역, 중간수심역 및 심해역을 모두 통과하고 있으며, 소멸파의 수는 0부터 16까지 달리 하였다. 두 경우 모두 천해역과 심해역에서는 소멸파의 역할이 무시할 수 있을 정도로 작게 나타났다. 그러나, 중간수심해역에서는 소멸파를 무시하게 되면 파랑의 거동을 정확히 예측하지 못함을 발견하였다. 또한, 수심의 변화가 클수록 소멸파의 중요성이 커짐을 확인하였다. 심해에서는 반사율이 0에 가깝게 나타났다. 이는 심해에서 파랑은 바닥의 변화를 느끼지 못하므로 반사가 없음을 의미한다.

다. 이는 진행파 뿐만 아니라 소멸파에도 해당됨을 본 수치실험에서 알 수 있었다. 특이한 것은 천해에서 소멸파의 크기가 아주 작다는 것이다. 파랑운동의 수직적인 분포가 진행파의 함수인 $\cosh k_m(h_m+z)$ 로 표현할 수 없을 때 이 분포를 근사화시키기 위해 $\cos K_{m,n}(h_m+z)$ 로 표현되는 소멸파의 성분들이 요구된다. 그리고, 이 수직적인 분포를 진행파만으로 근사화시키기 어려우면 어려울수록 소멸파의 수가 더 많이 요구될 것이다. 천해에서 파랑운동의 수직적인 분포는 진행파의 경우 거의 일정하다. 천해에서 소멸파의 중요성이 없다는 것은 수심의 불연속점에서도 이러한 일정한 분포가 성립된다는 것을 암시하는 것이다. 파랑의 거동을 정확히 예측하기 위해서는 요구되는 소멸파의 수는 인접한 두계단의 수심 차이에 따라 다소 변화하겠으나 Kirby와 Dalrymple(1983)이 제안한 것과 같이 16개 정도면 충분하리라고 판단된다.

4. 원호형 바닥을 전파하는 파랑의 수치실험

이번에는 고유함수 전개법을 이용하여 Fig. 4에 도신 것과 같은 원호형 바닥을 통과하는 파랑의 반사율을 계산하였다. 수심을 다음과 같이 나타내었다.

$$h(x) = h_c + \frac{r}{\tan \theta_a} - \sqrt{\left(\frac{r}{\sin \theta_a}\right)^2 - (x-x_0)^2}, \quad |x-x_0| < r \quad (8)$$

$$h(x) = h_c, \quad |x-x_0| \geq r$$

식 (8)에서 일정수심 h_c 는 0.85m이고 원호의 직선거리 r 은 0.80m이고 x_0 는 원호의 중심에서의 x 좌표이다. 바닥의 수심은 Fig. 4로부터 다음의 기하학적인 관계로부터 유추할 수 있다. 즉, $h(x) = h_c - z_2$, $z_1 + z_2 = \sqrt{R^2 - (x-x_0)^2}$. 원호와 일정수심이 만나는 지점에서의 바닥경사각 θ_a 는 0° 부터 90° 까지 변함에 따라 (이때, $x=x_0$ 에서의 수심은 0.85m부터 0.05m까지 변함) 파랑의 반사율을 계산하였다. 주기는 1.716sec로 하여 $h=h_0$ 에서의 상대수심은 $kh=0.4\pi$ 부터 $kh=0.8\pi$ 까지 변하는 중간수심이다.

Fig. 5에서 소멸파의 영향을 조사하기 위해 소멸파를 고려하지 않은 경우 ($n=0$)와 고려한 경우 ($n \neq 0$)에 대하여 반사율을 계산하여 도시하였다. 원호형의 바닥경사가 커짐에 따라 (즉, 수심의 변화가 커짐에 따라) 소멸파의 영향이 커지고 소멸파의 성분을 더 많이 고려할수록 반사율이 소멸파의 영향을 무시한 경우에 비하여 상대적으로 작아짐을 발견하였다. 소멸파의 영향은 반사율의 크기를 변화시킬 뿐 아니라 무반사가 생길 때의 바닥경사각 θ_a 도 다르게 하였다. 무반사가 생길 때의 바닥경사각은 $n=0$ 일 때 $\theta_a=87^\circ$ 이나 $n=1,2,3,4$ 일 때 $\theta_a=84^\circ, 83^\circ, 83^\circ, 82^\circ$ 로 달라진다. 이와 같은 파랑의 무반사 현상은 수심변화에 따라 발생하는 반사파 성분이 서로 다른 위상과 크기를 갖고 이 성분이 조합을 이루면서 상쇄되어 무반사 현상이 나타난 것으로 판단된다.

5. 결론

고유함수 전개법을 이용하여 수심이 변하는 지형을 통과하는 파랑의 반사율을 계산하였다. 반사율 계산에는 진행파 뿐만 아니라 소멸파도 포함하며, 인접한 두 개의 계단 수심의 차에 따른 소멸파의 역할을 상세히 연구하였다. 그 결과 수심변화에 따른 파랑의 반사를 예측할 때 천해와 심해에서는 소멸파의 크기가 무시할 수 있을 정도로 작았다. 반면, 중간수심해역에서는 소멸파의 중요성이 나타났고 이는 수심의 변화가 클수록 더 크게 나타남을 알 수 있었다.

실제 지형과 유사한 지형으로서 원호형 바닥을 전파하는 파랑의 경우, 원호형의 바닥경사가 커

짐에 따라 (즉, 수심의 변화가 커짐에 따라) 소멸파의 영향이 커지고 소멸파의 성분을 더 많이 고려할 수록 반사율이 소멸파의 영향을 무시한 경우에 비하여 상대적으로 작아짐을 발견하였다. 소멸파의 영향은 반사율의 크기를 변화시킬 뿐 아니라 무반사가 생길 때의 바닥경사각도 다르게 하였다.

감사의 글

본 연구의 첫째 저자는 한국과학재단의 연구비(과제번호: 981-1204-012-2)를 지원받아 연구를 수행하였기에 이에 감사드립니다.

참고문헌

- 조용식, 이창훈. (1998). "수심이 변하는 지형을 통과하는 파랑의 반사율과 통과율 산정." 대한토목학회 논문집 (투고).
- Kirby, J.T. and Dalrymple, R.A. (1983). "Propagation of obliquely incident water waves over a trench." *J. of Fluid Mechanics*, **133**, pp. 47-63.

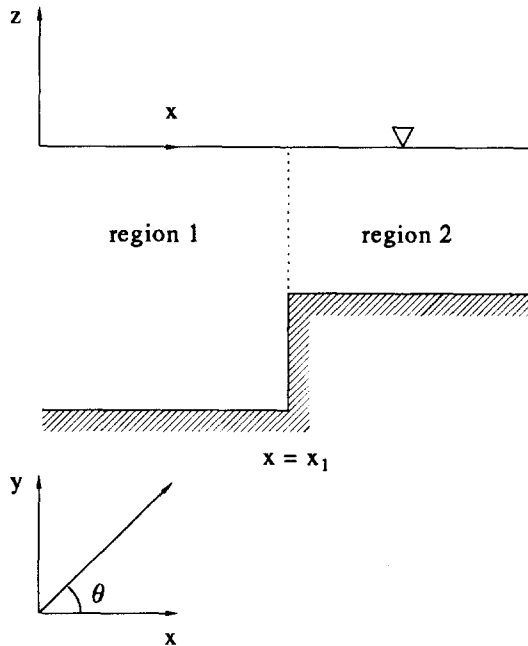


Fig. 1. A schematic sketch of a step

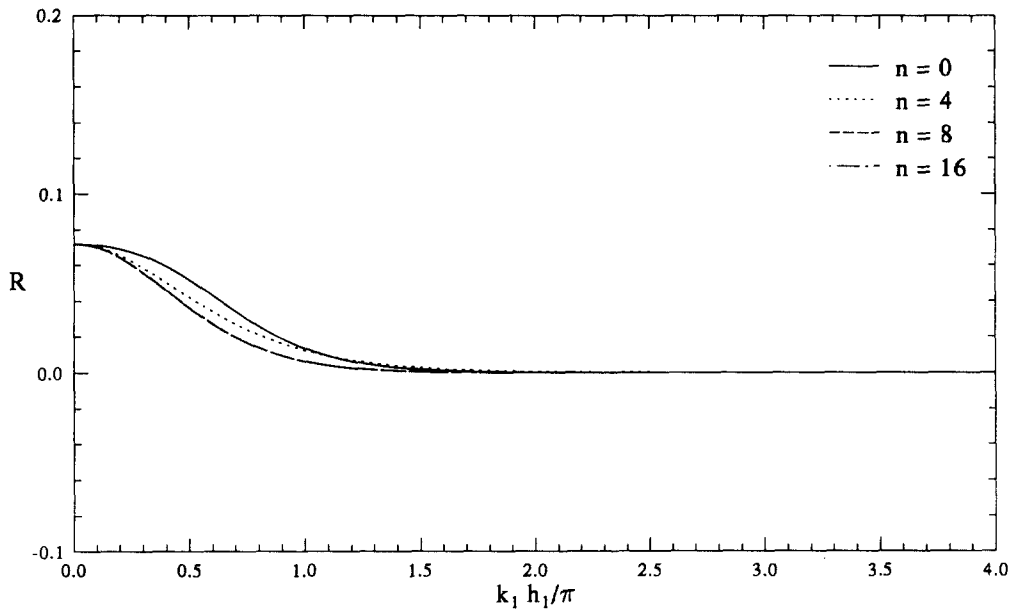


Fig. 2. Variation of the reflection coefficients over a step ($\theta = 0^\circ$, $h_2/h_1 = 0.75$)

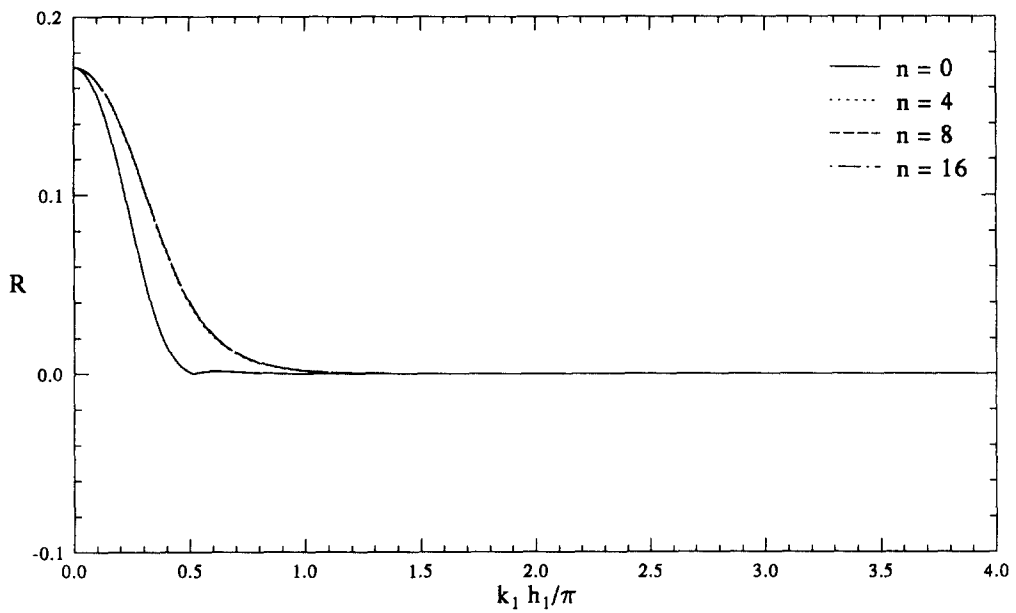


Fig. 3. Variation of the reflection coefficients over a step ($\theta = 0^\circ$, $h_2/h_1 = 2.0$)

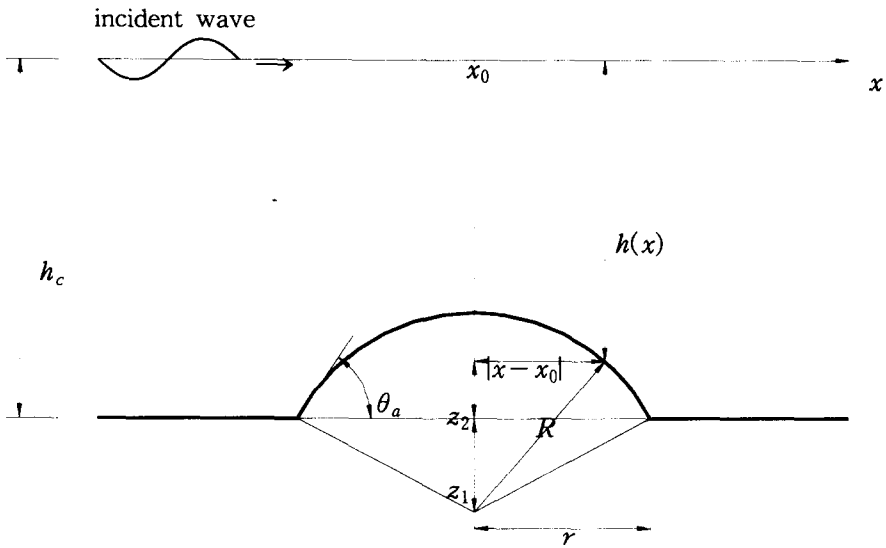


Fig. 4. Schematic sketch of an arc-shaped bar

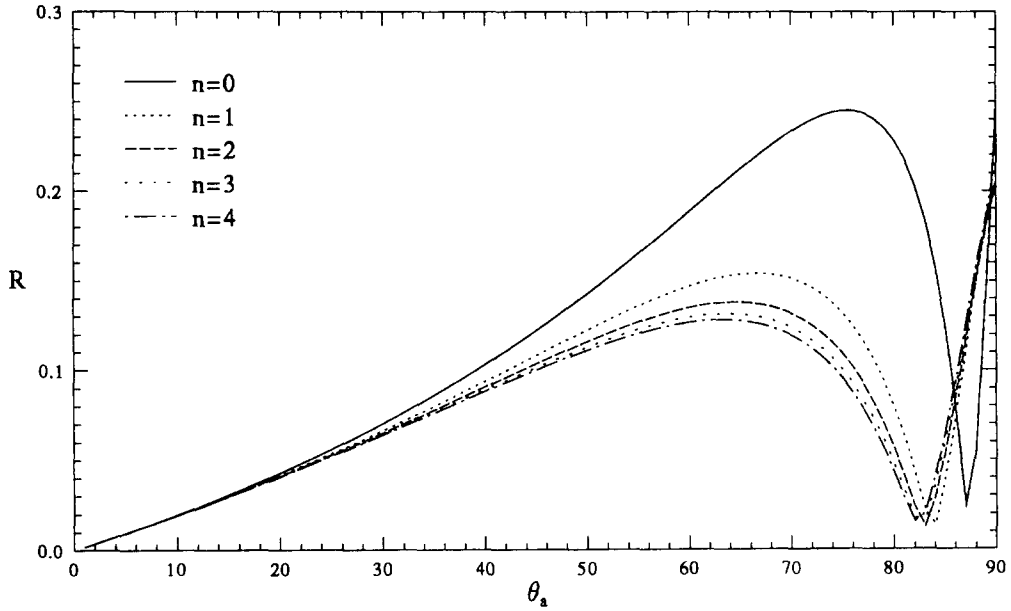


Fig. 5. Variation of the reflection coefficients over an arc-shaped bar ($T=1.716$ sec)