

제 8 장

동수역학의 태동

동수역학의 기초를 세웠다고 생각할 수 있는 사람들로 18 세기 네 명의 수학자를 들 수 있다. 그 중 둘은 Basel의 Bernoulli 학파 출신인데, 한 사람이 Daniel Bernoulli이고 또 한 사람은 그의 절친한 친구 Leonard Euler이다. 그 다음으로 Clairaut와 d'Alembert를 들 수 있다. 그들 모두 능력과 시기에서, 즉 서로 다르게 부여된 능력을 가졌고 또 그 때가 물리학에 대한 관심이 고조되고 새로운 해석기법들이 개발되어 그 분야가 완전히 열려있던 때에 살았다는 점에서 절묘한 결합을 보여 주었다.



Daniel Bernoulli

Daniel Bernoulli (1700-1782)는 수학자인 아버지 Johann의 10년 계약의 교수직 중간 무렵에 네델란드의 Groningen에서 태어났다. 삼촌 Jakob의 죽음으로 빈 자리를 이어받기 위해 그의 아버지가 Basel로 돌아온 뒤, 그는 아버지 밑에서 공부하였다. Daniel은 St. Petersburg에서 수학 교수로 이십대 초반의 칠팔 년을 보냈는데, 그에게는 수학자인 형 Nikolaus의 맏이른 죽음으로 암울했던 시기였다. Daniel은 단독 혹은 공동으로 Paris 학술원이 출제한 문제들을 풀어내 열 번에 걸쳐 상을 받았다. 첫 번째로 수상한 연구는, 그가 스물 네살에 받은 것으로, 바다에서 시간의 정확한 측정을 위한 물시계의 고안에 관한 것이었다. 세 번째가 조석에 관한 것으로 Euler와 Scotland의 수학자인 Colin Maclaurin

(1698-1746)과 공동으로 수상하였다. 그의 아버지와 공동으로 수상한 것으로 행성 궤도의 경사를 다룬 것이 있다. 또 어떤 것은 해류의 성질과 원인에 관한 것도 있다. 이러한 각각의 연구에서 그는 뛰어난 수학적 재능을 보였으며, 무엇보다도 쓰인 방법이 어떠한 풀이 내는 예리한 물리학적 통찰력과 천재성을 발휘했다.

Bernoulli는 저작의 많은 부분에서 유체 정역학과 동역학을 다루었으나, 그에게 가장 훌륭한 평판을 안겨준 것은 삼십 대 초반에 St. Petersburg에서 쓰고 1738년 Sersaboug에서 펴낸 "Hydrodynamica, sive de viribus et motibus fluidorum commentarii"였다. Johann은

그의 동생에서 이제 아들로 이어지는, 의심의 여지가 없는 강렬한 경쟁심으로 "Hydraulica, nunc primum detecta"라고 줄여 불리는 책을 썼다. 이 점에 대해서는 아버지는 뉴우튼을 공격했던 반면, 아들은 그에게 찬사를 퍼부었던 사실로도 미루어 짐작할 수 있다. 그의 아버지와 달리, Daniel은 결혼을 하지 않아 Bernoulli 가문의 수학자 혈통을 이어가는 데 동참하지 않은 셈이었다.



Leonhard Euler

Leonard Euler (1707-1783)는 Jakob Bernoulli의 학생이자 그 자신 또한 훌륭한 수학자였던 루터교 목사의 아들로 Basel에서 태어났다. 그는 Johann Bernoulli 밑에서 수학을 공부했고, 다른 선생 밑에서 신학, 동양 언어, 의학 등도 배웠으며 Nikolaus와 Daniel의 절친한 친구였다. 실제로 Daniel이 노력하여 Catherine 1세로부터 St. Petersburg로 초빙된 그는 거기서 결국 물리학 교수가 되었고, Daniel이 다시 Basel로 돌아오게 되었을 때 그 뒤를 이어 수학 교수가 되었다. 혹독한 기후 속에서 연구에 몰두한 결과 그는 뇌에 손상을 입어 한 쪽 눈을 잃게 되었다. 그러나 이를 두고 그는 주의가 산만해지는 것을 덜어 준다고 말했을 뿐이었다. 러시아에서 16년을 지낸 뒤, 그는 베를린으로 와달라는 프레데릭 대제의 초빙을 수락하였다.

이 새로운 후원자를 위해 방대한 기술적인 성과를 이루었음에도 불구하고, 그는 St. Petersburg 학술원에 많은 학술논문을 기고하여 그 관계를 계속 유지하였다.

Euler는 1766에 Catherine 2세의 요청으로 다시 러시아로 돌아가는데, 결국 그의 하나 남은 눈마저 잃게 되었다. 하지만 그의 기고는 전과 다름없이 여전히 계속되었는데, 그것은 그의 비범한 기억력으로 수학적 해석을 그의 아들이나 다른 학생들에게 구술할 수 있었기 때문이었다. 그는 오로지 수학만을 위하여 그것을 여러분야에 적용했을 뿐이라는 비판을 받기도 한다. 설사 그렇다고 할지라도, 그를 기리는 송덕문을 쓰려면 그가 쓴 저작의 제목만으로도 오십 쪽은 뺄뻑하게 써야했다. 그의 저작은 대수론 (무한수열의 수렴성), 해석 기하학, 삼각법 (그가 제안한 지금의 기호들), 미적분학 (이 주제에 관한 최초의 종합적인 논문을 포함하여), 광학, 역학, 동수역학, 수력기계 그리고 천체역학 등 폭넓은 주제를 담고 있다. 그의 저작 선집은 오늘날에도 출판되고 있다. Daniel Bernoulli와는 달리 Euler는 두 번의 결혼과 열세 명의 자식을 보는 것에도 시간과 관심을 두었다.

Alexis Claude Clairaut (1713-1765)는 파리 사람인 수학자의 조숙한 아들이었고, 그의 아버지가 손수 그를 가르쳤다. 네 개의 원곡선(four original curves)의 특성에 관한 그의 첫 번째 논문을 paris 학술원에 제출했는데 그 때 그의 나이 불과 열세 살 때였다. 또한 두 번째 논문으로 그는 17세라는 유래가 없는 나이로 파리 학술원 정회원으로 선출되었다. 수학자 Maupertuis와 함께한 계속된 연구로 지구의 형상에 관심을 가지게 되고, 1736년 그들은 자오선 고도를 결정하기 위해 Lapland로 학술여행을 하였다. 이 연구가 진전됨에 따라 Clairaut는 1743년 파리에서 수리학의 역사에서 주요 관심사인 논문 "Théorie de la figure de la terre tirée des principes de l'hydrostatique"를 출판하였다. 1750년에 달에 관한 논문으로 그는 St. Petersburg 학술원으로부터 상을 받았다. 그 후 수년간 그는 편미분 방정식의 이론에 두드러진 기여를 하였다.

Jean le Rond d'Alembert (1717-1783)는 귀족과 프랑스 장교 사이에서 난 사생아였다. 파리의 한 유리상의 아내가 그를 키웠는데, 그의 아버지는 익명으로 돈을 보내주었다. Mazarin 대학에서 양센주의자들에게 교육을 받고 돌아와 그는 사랑하는 양부모와 삼십년을 함께 살았다. 스물 네살에 파리 학술원의 준회원이 되었고, 1743년에 "Traité de dynamique"를 출판하여 운동량과 에너지의 법칙을 일치시키고 그의 이름을 딴 운동량 법칙의 형태를 심화하였다. 이것을 그는 유체 운동에 적용하여 1744년에 "Traité de l'équilibre et du mouvement des fluids"에 실었다. 그 뒤 바람의 움직임을 해석하는 데 있어 편미분 방정식의 미적분학을 이용하였고 진동과 소리 현상을 연구하였으며, 세차 운동의 문제를 해결하였다. 그러는 동안 러시아와 프러시아의 군주로부터 매우 솔깃한 제안을 받아들였고 또한 거절하기도 하였다.

1750년에 베를린 학술원은 유체 저항 이론에 관한 학술 경연을 주최하였다. d'Alembert도 논문을 제출한 한 사람이었으나 학술원은 옴모자의 답을 뒷받침하는 실험을 제출할 때까지 결정을 연기하기로 결의하였다. d'Alembert는 추가된 요구사항에 따를 생각이 없었고, 대신 그 논문을 유체 운동에 관한 두 번째 논문의 기초로 썼다. 그는 1752년에 "Essai d'une nouvelle théorie sur la resistance des fluides"을 출판하였고 여기에는 그가 세운 유명한 파라독스가 수록되어 있다. 비슷한 시기에 그는 Diderot와 같이 쓴 "Encyclopedie ou Dictionnaire Raisonne des Sciences, des Arts et des Me'tiers"는 개화된 프랑스인의 눈에 비친 18세기 중반을 보여주는, 인간의 지식에 대한 엄청난 분량의 (17권이다 표, 부록 그리고 화보로 된 또 다른 18권) 비평서이었다. d'Alembert의 기고에는 1751년 대가의 면모를 보이는 서문 뿐만 아니라 문학, 수학, 철학 그리고 음악에 관한 글도 포함된다. 그는 1755년에 파리 학술원의 정회원으로 선출되었고 1772년에 종신 서기가 되었다.

동수역학의 기초는(사실은 그렇지 않을지라도) 적어도 이름만은 Daniel Bernoulli가 낳았다. 왜냐하면 그는 1738년에 펴낸 논문에서 정수역학과 수리학의 여러 주제를 포괄하여

"Hydrodynamica"라는 라틴어를 만들어 냈기 때문이다. "Encyclopédie"에 실린 d'Alembert의 한 논평에 따르면 동수역학은 수리학과 다르지 않다고 나와 있다. 그럼에도 불구하고 그는 다음과 같은 말을 남겼다. "객관적이고 확실하게 유체의 운동을 법칙으로 바꾸어낸 이는



Alexis Claude Clairaut



Jean le Rond d'Alembert

Bernoulli가 처음인 것으로 보인다. 이는 그 이전에 수리학의 어떤 저자도 이루지 못한 것이다." 그의 "Hydrodynamica"는 목차를 보더라도 고전 동수역학이라기 보다는 사실 요즘의 전통적인 수리학에 더 가까와 보인다. 그러나 그것이 그 이전의 논법과는 확실히 다름에도 불구하고, 오늘날의 수리학자들은 거기에서 주제의 일반적인 목록을 넘어서는 내용을 찾지는 못할 것이다. 그리고 누군가가 거기에서 Bernoulli 방정식이라 불리는 최초의 명확한 수식을 찾으려 한다면 헛수고가 될 것이다.

이 책의 내용을 한 번 훑어보면 Bernoulli의 동시대인들과 그 계승자들이 그 책에 대해 가지는 중요성을 알 수 있다. 그 책은 이전 연구와 책 내용을 간추린 긴 서문에다 다음과 같이 요약된 주제에 관한 열두 개의 장으로 이루어져 있다. 그것은 정지유체의 평형, 유출(efflux)의 속도, 시간에 따른 문체, 정수두에서의 유출, 액체의 진동, 에너지의 보존, 에너지의 손실, 수력 기계, 공기의 운동과 다른 기체, 와도와 움직이는 용기속의 액체, 수리-정역학, 유체 반력 등이다. 이러한 다양한 주제들을 다루면서 Bernoulli는 당시로는 새롭고 오늘날까지 그의 이름이 붙여지지 않은 많은 것들을 소개했다. 예를 들면 그는 기체 운동학의

본질적인 면에 대해 발표한 적이 있다. 그는 압력을 나타내기 위해 도관의 벽에 수두계의 구멍을 처음으로 사용하였다(즉, 수리-정역학). 그는 가속되면서 회전하는 용기에서 일정



"수리-정역학"의 표지

압력을 받는 수표면과 다른 표면의 형태에 대한 해를 제시했다. Newton에 의해 소개되었고 그의 아버지에 의해 확장된, 기준시간으로서 단진자의 주기를 가진 'communicating vessels'에서 물의 진동 문제를 일반화시켰다. 그는 또한 긴 관에서 흐름의 점진적인 정립 (gradual establishment of flow) 문제를 논의한 최초의 인물이었다. 그리고 그는 선박에서 제트 추진에 대한 아이디어를 처음으로 생각해냈다. 물론 그 개념이 물통에서 중력에 의한 유출의 반작용으로만 생각했다는 한계가 있다. 그는 입회인 앞에서 실험을 실시하였으며 이론은 증명되었을 때만 발표를 한다는 자부심으로 모든 그의 해석이 충분한 실험적 증거를 제시한다고 단언했다.

물론 주요 관심사는 오늘날 Bernoulli의 정리라 불리는 것의 배경이다 [1]. Bernoulli는 유체가 흐름단면을 가로질러 펼쳐진 일련의 요소들로 구성되어 있다고 가정함으로써, Huygens와 Leibniz의 에너지 법칙에서 한 걸음 더 나아 갔다 [2] :

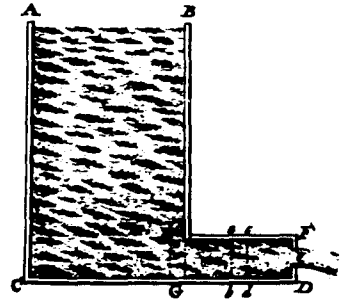
그러나 이제 우리는 마침내 우리가 그토록 자주 언급한 원리들을 정당화시켜야 한다. 첫 번째는 것은 '활동력(live force)'의 보존 즉, 말한 바와 같이, 실제 하강(actual descent)과 잠재적 상승(potential ascent)의 일치이다. 앞으로는 뒤의 말을 쓸 작정인데 그 이유는 그것이 전자 만큼이나 중요하고 또 활동력이라는 단순한 언급에도 충분하는 일부 철학자들을 굳이 자극하고 싶지 않기 때문

이다.

또 다른 가설을 덧붙여야 한다. 유체가 흐름에 수직인 절편들로 이루어져 있다고 생각해 보자. 그리고 유체의 속도는 어디서나 용기 크기에 반비례하도록 절편의 모든 입자가 같은 속도로 움직인다고 가정하자. 이 가설은, 유체의 운동이 중앙보다는 측면을 따라 약간 더 느리다는 또 다른 관계로 언급됨에도 불구하고 종종 사용된다. 이는 마찰때문에 생기는 것인데, 예외로 둘 수도 있지만, 이러한 가설로부터 유의할 만한 오차는 거의 일어나지 않는다.

Leibniz는 그 'live force'가 질량과 속도의 제곱에 비례한다고 보였음에도 불구하고, 오늘날 운동에너지로 알려진 그 항을 나타내기 위해 계수 1/2을 도입하지는 않았다. 그것은 계산에서 어떤 불확실함에 연관이 되었고, 말할 것도 없이 그것은 똑같은 항들에서 질량, 무게, 그리고 부피를 다룰 때 실제에서 흔히 일어나는 것이다. 닫힌 도관에 대한 압력의 산정에서 알 수 있듯이 Bernoulli는 이러한 어려움을 충분히 피해갈 수 있을 정도로 뛰어난 사람이었다 :

항상 물이 가득차 있는 매우 큰 단면 ACEB를 갖는 용기에 수평으로 난 원통 관 ED가 붙어 있다고 가정해 보자. 관의 끝에는 오리피스 O가 있고 그곳에서 물이 일정한 속도로 빠져나간다. 관 ED의 측면에는 압력이 작용할 것이다.



오리피스 O에서 수면 AB까지 높이를 a 로

하자. 용기의 물이 항상 가득차 있다고 가정

했기 때문에, 물의 유출속도는 일단 흐르기 시작하면 일정하여 \sqrt{a} 와 같다. 관의 단면과 오리피스 단면적의 비를 n 이라 한다면 관에서 물의 속도는 \sqrt{a}/n 이 될 것이다. 끝 FD 전체가 없다면 관에서 물의 속도는 \sqrt{a} 가 되었을 것이고 그것은 $\sqrt{2}/n$ 보다는 크다. 그러므로 관에서 물은 더 큰 운동으로 향하는 경향이 있고 그것은 끝 FD에 의해 막혀있다. 거기에서 측면에 전달되는 과압력이 일어난다. 그러므로 측면에 작용하는 그 압력은 방해물이 갑자기 사라졌을 때 뿔어나가 공기속으로 빠져 나가는 가속도에 비례한다.

오리피스 O를 향해 흐르는 동안 마치 관 FD가 갑자기 잘려지고 한 부분 abcd가 받는 가속도가 결정되는 것처럼 모든 것이 드러난다. 그러므로 우리는 용기 ABECaC를 고려해야 하고 그것을 이용하여 \sqrt{a}/n 의 속도를 가진 입자가 빠져나갈 때 받는 가속도를 차야 한다.

v 를 관 ED에서 변화하는 물의 속도, n 을 관의 단면, c 를 그것의 길이 $=Ec$, dx 를 길이 ac 라고 두자. E에서 abcd가 관으로부터 빠져나가는 것과 같은 모멘트로 물이 나아간다. E에서 질량이

$n dx$ 인 물에는 속도 v , 즉 활동력 $nv^2 dx$ 전부가 쓰인다. 실제로 무한한 용기의 단면 AE, 즉 E에서 떨어지는 물에는 관으로 들어오기 전에 어떠한 속도도 없었다. 이러한 활동력 $nv^2 dx$ 에 물 ab가 빠져 지나갈 때 Eb에서 물이 받는 활동력의 증가량 $2ncv dv$ 를 더해야 한다. 그 합은 높이 BE, 즉 a 에서 떨어지는 물의 실제 하강과 일치한다. 그러므로

$$nv^2 dx + 2ncv dv = n a dx$$

즉,

$$\frac{v dv}{dx} = \frac{a - v^2}{2c}$$

이 운동을 통하여 속도의 증분 dv 는 시간 dx/v 에서 발생된 압력에 비례한다. 그러므로 이 경우에 물 ad에 작용하는 압력은 $v dv/dx$, 즉 $(a - v^2)/2c$ 에 비례한다. 관이 잘리는 순간에는 $v = \sqrt{a/n}$ 즉, $v^2 = a/n^2$ 이다. 이 식을 $(a - v^2)/2c$ 에 대입하여, $(n^2 - 1)a/2n^2 c$ 가 된다.

만일 오리피스가 무한히 작다면, 즉 n 이 1보다 무한히 크다면 물이 높이 a 에 대응되는 압력, 즉 우리가 a 로 고안한 압력을 준다는 증거가 된다. 그러나 한편으로는 1이 n^2 에 비해 무시할만 하고 압력이 비례하는 그 양은 $a/2c$ 가 된다. 만일 $a/2c$ 가 압력 a 에 대응된다면, $(n^2 - 1)a/2n^2 c$ 에 대응하는 압력은 $(n^2 - 1)a/n^2$ 일 것이고 이는 c 에 무관하다.

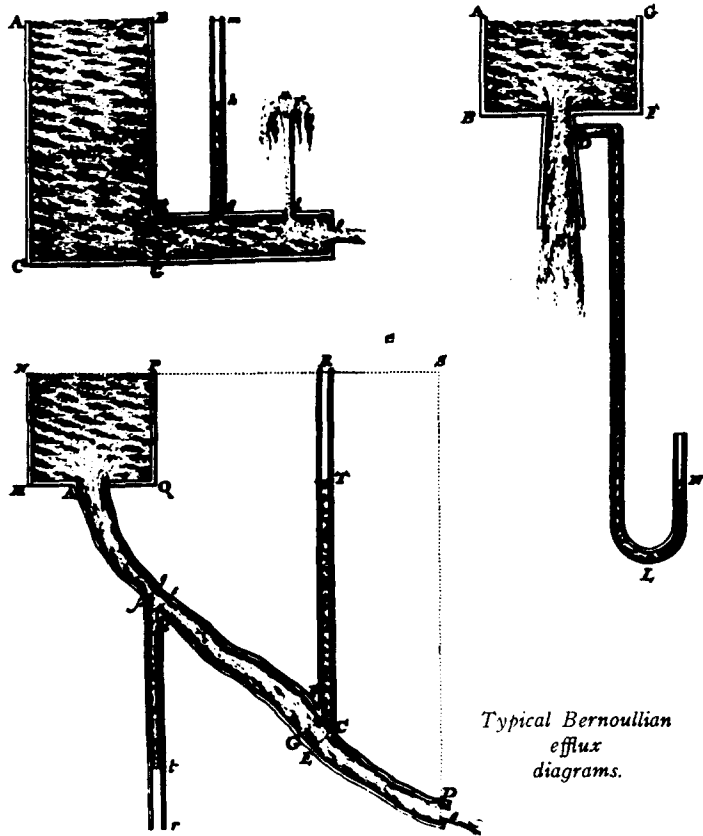
그리하여 이것은 Bernoulli의 정리라 불리게 되는 해석적 기반이 된다. 그가 이용한 양들이 관련된 변수들과 같은 게 아니라 비례했음에도 불구하고 비례 그 자체로는 옳았다. 그러나 그것이 지금 Bernoulli의 이름이 붙여진, 세 항의 합이 일정함을 예측했다는 것을 의미하지는 않는다. 실제로 그가 개발한 원리는 세 항이 아니라 사실은 두 항만이 구현되었고 그 압력은 마치 그가 미리 알고 있었다는 듯한, 천재적인 얼버무리에 의해서만 산정될 수 있었다. Bernoulli는 Huygnes와 Leibniz가 중력의 작용 아래에서 떨어지는 고체에 대해 그랬듯이 지금은 위치 에너지와 운동 에너지라고 부르는 것의 합을 상수로 가정하였다. 그러나 유체 운동에서 일은 압력이 변하는 곳마다 이루어지고 위치 또는 운동 에너지는 서로에 따라 변해야 한다는 원리는 당시만 하더라도 먼 이야기였다. 그러므로 관을 자른다는 그의 생각은 유체 요소에 작용하는 압력을 산정하려는 가속도의 방정식을 만드는데 꼭 필요한 것이었다.

이어지는 수리-정역학의 서문에서 Bernoulli는 원리에 대한 그의 소견을 다음과 같이 밝혀두었다 :

일반적인 방법으로 물의 움직임을 계산하려면, 알고자 하는 움직임에 대해 어떤 장소와 시간에서 그

물의 속도 v 를 생각하게 된다. 만일 그 속도가 높이 h 와 같다고 가정한다면 물의 압력은 $a - b$ 가 될 것이다. 그러므로 제 5장의 결론[앞으로 인용하게 될]에 이러한 결론을 덧붙임으로써, 어떤 순간에 얻어지는 압력을 정의할 수 있게 된다.

이로부터 어떠한 형태의 용기와 속도를 가정하여 수리-정역학의 법칙들을 예측하는 것은 어려운 일이 아니다. 물의 압력은 항상 $a - h$ 와 같은데, 여기에서 a 는 물이 무한한 시간이 지난 뒤에 늘 가득 차 있는 용기의 수직으로 열린 곳으로부터 빠져나오는, 유효 높이에 일치하는 높이로 생각할 수 있다. 그러한 단순한 자연의 법칙이 지금까지 무시되어 왔다는 사실은 정말로 흥미있는 일이다.



Bernoulli 분출에대한 스케치

이 단순한 자연의 법칙을 적용함에 있어 그는 종종 실수를 범했는데, 그것은 액주계를 없앴

을 때 분사가 오를 수 있는 높이가 되는 액주계 수위를 그린 그의 스케치에서 알 수 있다. 그러나 그의 도표는 대체로 새로울 뿐만 아니라 정확했다. 그리고 고체의 충돌에서 에너지가 '난해한 물질'로 명백히 전달됨을 유체 운동으로 확장했다는 것은 그가 자기 결론의 일반성에 관한 에너지 손실의 효과를 잘 깨닫고 있었음을 보여준다.

이는 정확히 물의 운동을 연구할 때 잠재적 상승의 일부는 연속적으로 잃는다는 증거가 되는 과정에서 찾을 수 있는 것이다. 어떤 경우라도 계산을 해나갈 때 반드시 고려해야 한다...

그러므로 내가 우리의 원리를 조심성 없이 쓴다는 일은 있을 수 없다. 그리고 이러한 방식으로 많은 미지의 것을 발견할 것이며, 유체의 운동 뿐만 아니라 그 압력에 대해서도 그러할 것이다. 그리고 그것은 놀라운 것일 지도 모른다. 지금까지 그 해석이 개발된 적이 없기 때문에 누구도 그것을 쉽게 예측하거나 미리 알아차릴 수는 없었다. 그러나 사물의 본성으로 볼 때 전체 잠재적 상승은 보존되지 않는다는 것은 사실이며, 또한 흡수될 일부를 예측할 수 없기 때문에 유체의 운동을 충분한 정확도로 결정할 수는 없다. 그리고 나는 다른 어떠한 방법으로도 그렇게 할 수 없다고 생각한다. 그러므로 나는 독자가 우리의 이론에서 계를 추론할 때 신중하리라 믿는다. 왜냐하면 그것들이 만들어진 조건에서 차이가 있기 때문에 독자의 실험에 정확히 적용되지는 않을 것이기 때문이다.

Bernoulli가 적용한 에너지 원리에 대해 d'Alembert는 다음과 같이 논평했다 [3] :

Daniel Bernoulli... 그는 유체에서 활동력의 보존에 대해 유체를 서로 압력을 받는 작은 탄성 입자들의 덩어리로 간주해야 하며 모두 아는 바와 같이 그러한 물질계의 충돌에서 활동력의 보존이 유효하다는 것 말고는 어떠한 증명도 보이지 않았다. 그러한 증명도 대단한 위력이 있는 것처럼 간주되어서는 안 될 것이고, 또한 저자가 귀납적 결론을 빼고 나면 증명을 했다고 생각되지도 않는다. 그러므로 유체에 적용된 그 원리를 보다 훨씬 명백하고 정확한 방법으로 증명을 하는 것이 필요했다고 생각된다.

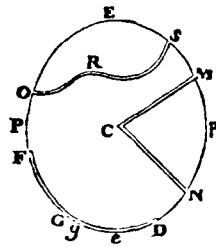
Jacob Bernoulli까지 거슬러 올라가는 이 원리는 다음과 같이 요약할 수 있다. 어떤 물질계에 대해 거기에는 질량과 가속도의 곱으로 표현되는 유효력이 작용한다고 여겨왔다. 그리고 이는 외력과 내력들의 합으로 이루어진다고 생각했다. 내력들은 항상 그들 사이에 평형상태에 있어야 하기 때문에 유효력은 외력과 같아야 한다. 현대에 와서 d'Alembert의 원리는 외력과 반대 방향의 유효력 사이의 정적 평형으로 요약되나 이것은 그가 이론 것보다 더 나아간 것이다. 그는 그의 원리를 본질적으로 동역학적인 것으로 간주했고 그리하여 그는 단순히 근원으로서 질량과 그것의 종속으로서 힘의 관성을 다루려고 하였다. d'Alembert는 "Traité de l'équilibre"에서 그 원리를 증명했고 용기로부터의 유출에 그 적용성을 검증하였다고 주장하였다. 또 그의 논문 "Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides"에서 다시 보였으나 동역학 일반 원리의 계는 아니었다. 각 경우에서 그는 정상 질편에서 흐름에 대한 Bernoulli의 가정을 유지하였고, Bernoulli의 연구를 딛고선 그의 방법에 대해 그가 주

장한 유일한 장점은 급변하는 단면에서 그 적응성이 더 크다는 것 뿐이었다 :

나는 나의 해가 Daniel Bernoulli의 해와 일치한다고 인정할 수 없다. 그럼에도 불구하고 몇몇 문제들은 예외임에 틀림없다. 그것은 그 유능한 기하학자가 속도가 순간적으로 유한한 양으로 증가된 어떤 부분이 있는 유체의 운동을 결정하기 위해 활동력의 보존 원리를 적용한 것이다.

동역학에 관한 d'Alembert의 논문이 출판된 같은 년도에 Clairaut는 지구의 형상에 관하여 해석하였다. 이 해석에는 동수역학이라는 새로운 과학이 관련되었는데, 그 이유는 그가 작용력이 필요한 어떤 형상을 띄지 않는 회전체로서 지구를 다루었기 때문이다 [4] :

전체 질량 PEpe를 평형 상태에 있다고 가정하므로 유체의 어떤 부분은 그 조건을 바꾸어 주는 나머지 없이 고체가 될 수 있을 것이다. 전체 질량이 운하 ORS를 만드는 충분한 유체를 응고시킨다고 가정하면, 이 운하는 평형 상태에 있을 것이다. 그러나 이것은 S로 향하는 OR에 대한 경향이 O로 향하는 SR의 그것과 일치할 때만 일어날 수 있다.



다음으로 Clairaut는 그와 똑같은 고찰로 중력만으로 또는 중력과 원심력의 조합을 고려하지 않고도 폐회로의 형태를 갖는 운하 안에서 조석의 형성을 배제할 수 있음을 보였다. 그리고는 일의 개념(그의 동료 de Maupertuis는 그 무렵 최소일에 대한 새로운 원리를 출판하였다)을 써서 (단위 질량당) 중력의 세가지 성분 F , Q , 그리고 R 에 힘 벡터의 방향으로 가상 변위의 방향 성분 dx , dy , 그리고 dz 를 곱하였다. 그 합

$$Pdx + Qdy + Rdz$$

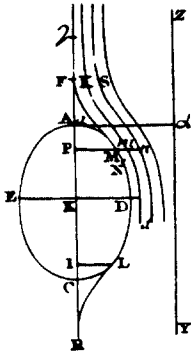
이 전미분은 다음과 같다.

$$\frac{dP}{dy} = \frac{dQ}{dx}; \quad \frac{dP}{dz} = \frac{dR}{dx}; \quad \frac{dQ}{dz} = \frac{dR}{dy}$$

Clairaut가 그렇게 설명하지 않았지만 이는 힘 포텐셜, 즉 주어진 방향에서 힘의 크기와 같은 공간 도함수의 존재에 대한 조건이었다. 그래도 그는 일정한 중력 준위를 정의할 수 있었고 균질 타원체가 평형의 형상임을 보일 수 있었다.

d'Alembert는 "Essai d'une nouvelle théorie sur la résistance des fluides"에서 Clairaut의 해석을 유체의 일반적인 운동으로 바꾸려는 시도를 하였다. 그는 우선 유체가 서로에 대해 자유롭게 움직이고, 마치 정적 평형 상태에 있는 것처럼, 모든 방향으로 압력을 전달하는 무수히 많은 입자로 가정하였다. 그는 입자들의 자세한 배치는 예측할 수 없다고 인정한 바

면 그는 그것들을 마치 고체인양 동역학에 관한 그의 일반 원리에 대한 주제로 간주하였다. 그리하여 그는 유체 입자들의 가속과 감속에 의해 등속으로 끌리는 타원형의 수중 물체에 작용하는 힘의 자세한 산정을 해나갔다.



d' Alembert의 정체구간

d'Alembert의 해석 과정은 오늘날까지 표준으로 자리잡고 있고, 따라가기에 지루하고 난해함에도 그것은 독창적임에 분명했다. 그는 예를 들어 유체의 속도와 가속도 성분, 연속성의 미분형 필요조건 그리고 심지어 같은 문제의 현대적 해석에 핵심적인 복소수의 개념까지 도입하였다. Netwon처럼 d'Alembert도 그가 생각한 방향으로 갑자기 변하지 않으려면 물체의 앞에 정지한 유체의 영역이 있어야 하며 그렇지 않다면 갑작스런 변화가 생길 것이라고 잘못 가정하였다. 하지만 Newton과 달리 그는 전술한 것과는 다르게 뒤에서 가정한 조건에 대해 근거를 찾을 수가 없었다. 그래서 물체의 표면 각 부분에 작용하는 기본적인 압력을 더해 보면, 물체위에서 중방향 힘이 영이라는 모순된 결과를 낳게 되는 것이었다. 그 스스로도 이 결과의 물리적인 중요성을 의심하였다 [3] :

그러므로 나는 유체의 저항을 이론적으로 만족스럽게 설명할 수 있는 방법을 찾을 수 없음을 인정한다. 반면 이 이론으로는 많은 경우에서 엄밀히 영의 저항을 얻게 되는 특이한 모순에 대한 설명을 미래의 기하학자의 몫으로 돌려야 할 것으로 보인다.

그럼에도 불구하고 속도가 변하면서 움직이는 물체 주위의 흐름 역시 상대 운동의 원리에 의해 정상 운동의 경우로 바꿀 수 있다는 잘못된 가정을 가지고 d'Alembert는 저항 문제를 계속 연구하였다. 그로부터 그는 흐름의 관성 효과는 어떤 상황에서도 오로지 속도의 제곱에 따른다고 결론지었다. 나아가 그는 '표면 마찰'은 상대 속도 그 자체에 항상 비례한다고 가정하였다. 그러나 그는 또한 속도에 상관없이 일정한 효과를 낳는 유체의 '완강함'을 기대하였다. 그러므로 그 모순과는 사뭇 다르게, 그는 유체 저항에 대한 일반적인 표현은 상대 속도의 이제곱, 일제곱, 영제곱에 비례하는 세 개의 항과 연관되어야 한다고 믿었다.

"Encyclopédie"에는 유체, 수리학, 동수역학, 정수역학 그리고 저항에 관해 d'Alembert의 이전 저작들을 잘 대변하는 논문들이 들어있으며, 거기에는 '액체가 아닌 유체는 불과 공기뿐'이라는 그의 소박한 관찰도 담겨 있다. 그런데 논문 동수역학은 흐르는 액체에 의해 관벽에 작용하는 압력에 관해 Bernoulli-d'Alembert 논쟁을 설명하고 있어 특별한 관심을 끈다. Bernoulli는 속도가 국부적으로 크게 증가하면 압력은 부(負)의 값이 된다는 것이 해

석 및 실험을 통해서 증명된다고 주장해 왔다. d'Alembert는 압력은 항상 양의 값이어야 하며, 그렇지 않으면 물은 불연속이 될 것이라고 비판하였다. 물론 암시적으로, Bernoulli는 상대 압력으로, d'Alembert는 절대 압력으로 말하고 있었다. d'Alembert가 Euler에게 그 논쟁에 대한 의견을 물었을 때 그는 다음과 같이 외교적이면서도 통찰력있는 답변을 받았는데 사실 Euler야말로 흐름 현상에서 공동(空洞)의 역할을 제대로 감지한 최초의 인물이라 할 수 있을 것이다.

나는 당신의 논증도 Bernoulli씨의 것과 마찬가지로 잘 정립되어 있다고 믿습니다. 만일 관이 공기가 없는 공간에 설치되어 있다면, 부압이 되더라도 물이 연속성을 잃을 것이라고 의심할 수는 없을 것입니다. 그러므로 당신의 이론은 관이 진공 상태에 놓여 있을 때는 사실일 것입니다. 그리고 Bernoulli의 이론은 관이 공기 중에 있을 때 역시 마찬가지일 것입니다.

유체의 운동에 관한 연구에서 d'Alembert는 아마도 Bernoulli와 함께 바로 그가 애써 해내려던 모든 것을 Euler가 1755년에 가장 간결한 방식으로 이루어낸 해석들을 잇달아 출판하지만 았았더라도 그 연구로 받아야 할 찬사를 받고도 남았을 것이다. 그것은 그의 "Essai"가 나오고 불과 삼 년 뒤의 일이었다. d'Alembert는 처음엔 약간 실망한 정도였으나 결국 그는 Euler의 발견에 대한 공로를 인정하지 았았고 그것으로 자신의 공적을 되찾으려 애를 썼다. Euler가 Bernoulli, Clairaut 그리고 d'Alembert의 앞선 노력이 준 혜택 없이 어떻게 혼자서 이루어 냈다고 생각할 수 있겠는가! 하지만 그는 동수역학이라는 과학을 이루어낸 마지막 인물이고 심지어 오늘날까지도 비점성 유체에 대한 운동 방정식은 그가 발표했던 것과 거의 다를 바가 없을 정도로 성공적인 것이었다.

d'Alembert와 마찬가지로, Euler도 파스칼의 법칙을 중요하게 여겼다 [5] :

유체 전체를 통과하는 압력의 일정한 전과는..., 모든 입자는 평형 상태에 있는 동안 같은 압력을 받게 되므로, 눈길을 끄는 현상일 뿐만 아니라 그것은 유체의 특성을 포괄하게 된다. 압력은 고체에서는 없는 반면 유체에서는 언제나 완벽하게 존재한다.

그러나 이러한 성질이 그토록 중요하게 여겨지는 주요한 까닭 중의 하나가 유체에 관한 모든 평형과 운동의 법칙이 그것으로부터 가장 설득력 있게 유도되기 때문이며 그래서 움직일 때는 물론 평형 상태에서도 그러한 성질을 갖는 어떤 물질도 이들 법칙을 반드시 따라야 한다고 할 수 있는 이유가 되는 것이다. 유체의 본질로 그것을 수용하는 것은 유체에 대한 모든 정역학과 역학이 이러한 성질에 따라서 이루어지는 사실로부터 정당화 된다.

유체의 본질에 대해 다른 설명으로도 할 수 있다. 예를 들면, 응집력의 부족으로 서로에게 상관되는 극단적으로 작은 유체 입자들의 유동적인 성질은 즉 어떠한 경험과 어떠한 실험으로도 추론할 았는 오로지 가설이 진실이 되었다. 왜냐하면 그러한 성질은 유체 내부의 본질에 관련되어 있기 때문이며 여기에 정립된 유체의 특성이 그러한 것처럼 유체에 관한 평형과 운동의 법칙을 정립함에

있어 그 성질에 기댈 수 없기 때문이다.

그리하여 그는 등방성 압력과 질량 보존의 특성만을 생각함으로써 유체의 고유한 구조 그리고 유체의 거동과 그 구조에 관련된 모든 사색을 뒤로 미루었던 것이다. 그는 입자간의 등방성 압력을 공간만의 함수로 생각하여 각각 공간과 시간 좌표의 함수인 단위 질량 당 성분 F , Q 그리고 R 을 갖는 외력하에 유체의 운동을 연구해 나갔다. 어떤 요소의 평행육면체의 면에서 단위 질량 당 외력과 유체 압력의 성분을 나타낸 뒤, 이것을 대응하는 가속도의 성분에 대해 표현하였다. 그리하여 그는 지금도 Euler의 가속도 방정식이라고 불리는 세 개의 식을 이끌어 냈다.

$$P - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = \frac{du}{dt} + u \frac{du}{dx} + v \frac{du}{dy} + w \frac{du}{dz}$$

$$Q - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dy} = \frac{dv}{dt} + u \frac{dv}{dx} + v \frac{dv}{dy} + w \frac{dv}{dz}$$

$$R - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} = \frac{dw}{dt} + u \frac{dw}{dx} + v \frac{dw}{dy} + w \frac{dw}{dz}$$

그는 또한 d'Alembert의 미분형의 연속 방정식을 다음과 같이 일반화 하였는데 이는 오늘날 압축성 흐름에 쓰이고 있다.

$$\frac{d\rho}{dt} + \frac{d(\rho u)}{dx} + \frac{d(\rho v)}{dy} + \frac{d(\rho w)}{dz} = 0$$

Euler는 자신의 해석이 갖는 탁월성과 한계들을 철저히 인식하고 있었다.

Bernoulli, Clairaut 그리고 d'Alembert의 연구를 바탕으로 한 유체에 관한 이 연구가 엄청난 것임에도 불구하고, 그들이 했던 심오한 생각과 내가 두 식을 유도하고 역학의 첫 번째 공리를 써서 이끌어 낼 수 있었던 그 원리의 단순함이 보여주는 것에 대해 그들이 찬탄을 보낼 수 없는 이유는 그 두 식으로부터 너무도 자연스럽게 해석할 수 있기 때문이다.

만일 유체의 운동 법칙에 대해 더 완벽한 지식을 얻을 수 없다면 그 이유는 이 원리의 기법과 기능에 있는 것이 아니라 오로지 우리가 해석을 쫓아가지 못한 데 있을 것이다.

그 식의 일반적인 적용이 어려움에도 불구하고, Euler는 그것에 매우 핵심적인 기능을 부여할 수 있었다. 그것은 Bernoulli의 방정식을 이 식으로 엄밀하게 유도한 것이었다. 그는 먼저 유체가 비압축성이고, 흐름은 정류이며 그리고 $Pdx + Qdy + Rdz$ 와 $udx + vdy + wdz$ 가 전미분이라고 가정하였다. 여기에서 첫 번째 전미분은 Clairaut가 설명

한 중력 조건의 근거이고 두 번째는 오늘날 비회전류가 되기 위한 조건으로 알려져 있다. 그런 다음 Euler는 가속도 방정식을 하나의 관계식으로 묶을 수 있음을 보였다.

$$\frac{p}{\rho} = \Omega - \frac{1}{2} V^2 - C$$

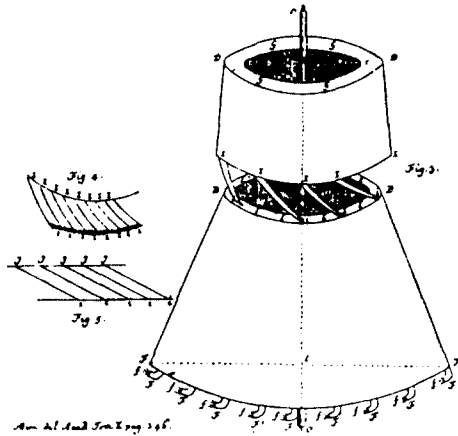
여기에서 힘 포텐셜 Ω 가 부(負)의 중력 가속도 g 와 표고 z 로 바꾼 뒤, 모든 항을 $g = \gamma/\rho$ 로 나누고 벡터의 크기 V 를 보다 일상적인 v 로 바꾼다면, Euler의 이 관계식을 Bernoulli의 이름이 붙은 다음과 같이 눈에 익은 꼴로 만들 수 있다.

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + z = \text{constant}$$

다음 내용은 동수역학이라는 주제에는 약간 벗어날 수도 있으나 같은 인물들과 관련이 있고 그들의 방법과 수리학이라는 독특한 위상의 경향에 실마리를 던져주는 것이므로 그렇게 부적절한 것은 아닐 것이다. 앞의 어느 장에서 경사진 날개에 관한 힘을 산정한 Mariotte의 노력과 정적 풍차 날개와 수차의 침두 작동에 관한 Parent's 해석을 언급한 적이 있다. 1727년 St. Peterburg에서 Daniel Bernoulli는 정규 평면에 작용하는 분사력이 용기에서 오리피스 위에 있는 물기둥의 무게와 같다는 Mariotte의 결론을 실험으로 확인하는 데 관심을 가지게 되었다. 나중에 Bernoulli는 수축 분사의 면적을 운동량 관계와 일치하는 진짜 힘 즉, 높이의 두 배가 되는 물기둥의 무게로 바꾸어 그의 해석을 수정하였다. "Hydrodynamica"에서 그는 선구자들이 다루었던 작동 원리가 실제로 유용하게 쓰이기 위해서는 바람과 날개 사이의 상대 운동을 고려해야 한다고 언급했다. 그러나 그의 연구도 바람에 대해 직각으로 선형 운동을 하는 날개의 상대 운동에 제한된 것이었다. Maclaurin은 1742년 유동에 관한 논문에서 날개 요소의 해석을 처음으로 도입하였는데 그는 날개의 경사각이 축에서 날개 끝까지 연속적으로 증가해야 함을 보였다. d'Alembert가 1744년 "Traité"에서 그 문제에 대해 간단히 토의했을 때 날개의 형상에 대해서는 주의를 기울이지 않았으나 그는 날개에서 접선력이 영이 될 때만 풍차가 일정한 속도에 도달할 수 있다고 결론을 내렸다. 덧붙인다면 Bernoulli는 1752년의 수상 논문에서 물에 잠긴 풍차형의 수차가 바람의 도움없이 배를 추진하는데 쓰일 수 있다고 제안하였다.

Euler는 1756년 베를린 학회지에 실린 풍차에 관한 논문에서 유체의 저항에 관해 충분히 알려지지 않았던 초창기에 날개 요소에 작용하는 힘의 계산을 정확하게 표시했다. 그것은 명확하게 옳은 것이었다. 그가 풍차의 작동 원리에 관해 요소의 경사와 폭, 모두의 효과를 수학적으로 자세한 연구를 계속해 나갔음에도 불구하고 용인된 가정된 기본적인 힘의 부정확성 때문에 그 결과는 제한적이었다. Euler는 또한 수력 기계에도 눈을 돌려 1754년 베를린 학회지에 실린 반동 수차의 이론에 관한 논문 [6], "Théorie plus complète des machines

qui sont mises en mouvement par la réaction de l'eau"에서 Hero의 분사 기관을 채택한 Andreas Segner의 1750 년 연구를 개선하였다. 이는 흐름의 방향 변화를 높이기 위해 내



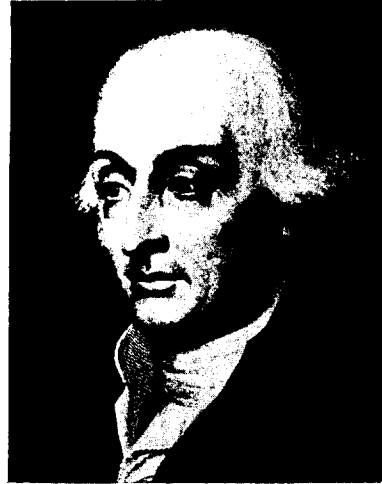
Euler의 반동수차

부 유도 날개를 처음으로 이용한 것과 관련이 있다. 그는 또한 수차의 운동을 해석하여 유체가 회전부를 통하여 지나갈 때 그 운동량의 모멘트 변화량에 대한 비틀림(torque)을 식으로 구성하여 반동 수차의 기본 관계식을 처음으로 표현하였다. 그의 아들 Albert는 나중에 이 기계에 대해 약간의 개선한 책으로 Göttingen 상을 받았다.

이제 동수역학의 주제로 돌아오기 위해 Euler가 이루어 놓은 일을 크게 확장시킨 두 사람의 수학자를 소개한다. 첫 번째가 Joseph Louis Lagrange (1736-1813)인데, 그는 France의 혈통으로 Turin에서 태어났다. 거기서 그는 고전 교육을 받았고 수학은 혼자서 공부했다. 1776년에 그는 Berlin에서 Euler의 자리를 이어받아 이십 년 뒤 Fredrick 대제가 죽을 때까지 있었다. 그 동안 그는 세계를 주도하는 수학자로서 Euler를 계승하였다. Louis 16세의 초청으로 파리로 간 Lagrange는 프랑스 혁명과 그 이후의 정권으로 부터도 존경을 받을 정도로 신망이 있었다. 베를린 학술원은 유체의 운동에 관한 그의 연구, "Mémoire sur la théorie du mouvement des fluides"를 1781년에 출판하였고, 1788년에 그 연구를 그의 논문, "Mécanique analytique"에서 더욱 확장하였다.

이 책에서 그는 d'Alembert의 유효력 원리와 Euler의 유체 가속도에 관한 기본 해석을 폭 넓게 이용하였으나, d'Alembert에게는 그 공로를 인정했으나 Euler에게는 아니하였다.

Euler에 대해서는 양자택일의 두 접근 방법을 Euler가 처음 제안하고 나서 Lagrange가 후속 연구를 했음에도 불구하고, 고정된 지점에서 일어난 상황을 해석하는 것을 Euler의 방법, 하나의 특정한 입자의 거동을 해석하는 것을 Lagrange의 방법이라고 부르는 사실을 유념해 보는 것도 흥미있는 일이다. 유체의 운동에 관한 해석을 하면서, Lagrange는 Euler와 d'Alembert에게 그 공을 돌릴 수 있는 개념인, 속도 포텐셜 Φ 와 흐름함수 Ψ 를 활용하였고 [7], 그것은 흐름의 형태를 기술하는 데 있어 기초가 되는 중요한 개념으로 자리 잡았다. Euler처럼 Lagrange도 그러한 수학적 관계식이 갖는 고도의 유용성에 대한 제약들을 충분히 그리고 심지어는 과장되게 인식하고 있었다 [8] :



Joseph Louis Lagrange

이 식들은 대상 흐름의 고유 성질에 의해 구성되어 있어서 흐름의 완전한 해결은 항상 해석의 영역을 넘어설지도 모르며 그 영역도 엄밀한 계산이 이루어질 수 있을 정도로 무한히 작은 운동의 경우에 한한다.

Lagrange가 다룬 후자의 경우 중 하나가 유한 깊이의 개수로에서 파고가 아주 작은 고립파의 운동이며, 그것의 전파 속도에 관한 결과식($v = \sqrt{gy}$)은 여전히 그의 이름으로 불린다. 그는 또한 중력파와 소리에 대해 다음과 같은 적절한 비교를 이끌어 내었다.

그러므로 소리의 전파 속도는 추가 균질하다고 볼 수 있는 대기중에서 떨어질 때의 속도와 같음을 알 수 있기 때문에, 파의 전파 속도는 운하에서 물의 깊이의 반과 같은 높이로 부터 떨어지는 추의 속도와 같을 것이다.

불행하게도, Lagrange는 그와 같은 관계를 심해의 상층에도 마찬가지로 적용할 수 있다고 가정함으로써 해석의 정도를 훼손하게 되었다.

Pierre Simon Laplace (1749-1827)는 지구 역학에서 Lagrange가 이루어 놓은 것을 천체 역학에 관련시킨 값진 동시대인이었다. 그는 Normandy에서 농부의 아들로 태어났고, 그의 조숙한 해석 능력으로 어려서부터 d'Alembert의 주의를 끌었다. d'Alembert의 도움으로 그는 열여덟에 파리의 Ecole Militaire에서 수학 교수가 되었다. 그도 Lagrange가 그랬던 것처럼 18 세기 말에서 19 세기 초까지 연이은 프랑스 정권으로 부터 존경을 받았고 왕정복고

때는 후작에 봉해졌다. 나폴레옹 시대에는 여러 책임있는 지위에 올랐고, 나폴레옹으로부터 "최고의 수학자, Laplace는 즉시 자신을 평범한 관리로 바꾸었고 그는 무한히 작은 것



Pierre Simon Laplace

의 정신을 행정에 도입하였다"는 결론을 내리게끔 하였다. Laplace는 1799 년에서 1825 년 사이에 서로 다른 정권 아래서 그의 유명한 다섯 권의 저서, "Mécanique céleste"를 출판하였다. Descartes가 똑같은 주제를 형이상학적으로 많이 다루어 온 이래로 일어난 관점의 거대한 변화는 나폴레옹이 조물주라는 말을 한 번도 언급하지 않았다고 비난했을 때 "각하, 세계는 그러한 가정이 필요 없습니다"라고 말한 대답에서 잘 드러난다. Laplace는 그의 이름이 붙여진 연산자의 일반형으로도 유명한 동수역학자이다.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

그 밖에도 파랑과 조석 그리고 모세관력을 근본적으로 다룬 그의 연구는 수학자들의 관심이 된다.

이 장을 구색을 갖춰 마치려면 그러한 새로운 동수역학 이론을 공학 문제에 성공적으로 적용한 첫 번째 사례를 드는 것이 좋을 것이다. 그 이론들이 나올 무렵부터 직면한 일부 수학자들의 거부 반응에 직면하면서, 그것을 처음으로 응용한 사람으로 인정받고 있는 Franz Josef von Gerstner(1756-1832) 역시 이름난 수학자였다는 사실은 주목할 만하다. Gerstner는 보헤미아의 Kornotau 출신으로 피혁공의 아들로 태어나 Tycho Brahe와 Kepler가 활동한 적이 있는 프라하 천문대에서 조교로 시작하면서 학자로서 경력을 쌓아갔다.

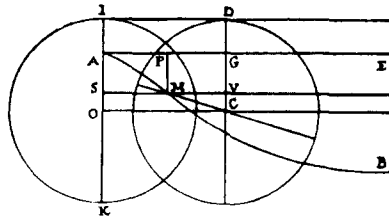


Franz Joseph von Gerstner

그 후 그는 프라하 대학에서 수학을 가르치다가 프라하 공과대학을 설립하여 그곳에서 죽을 때까지 학장으로 지냈고, 주요한 운하 계획의 자문을 맡았다. 역학에 관한 저작으로 수

력기계, 개수로 흐름, 제방 설계 그리고 파운동에 관한 논문을 남겼다. 파운동에 관한 것 중 하나가 1804년에 출판된 "Theorie der Wellen"인데 [9], 거기에 이 장에 관련된 내용이 들어있다.

Gerstner는 발생 초기에는 형상과 전파 속도가 일정하나 그 양이 알려져 있지 않았던 심해파 계열의 존재를 유체의 무게, 초기 압력 그리고 관성의 효과에만 관련되는 운동으로 가정하였다. 이차원 종단면에서 자유 수면을 일정 압력으로 파와 함께 이동하는 관측 지점으로부터 수면 입자의 경로로 인식하였다. Gerstner의 기본 가정은 수면 아래에 정상 상태에서 모든 점에서 운동의 방향을 가리키는 그러한 일정 압력선의 연속된 계열이 존재한다는



트로코이드의 수면곡선

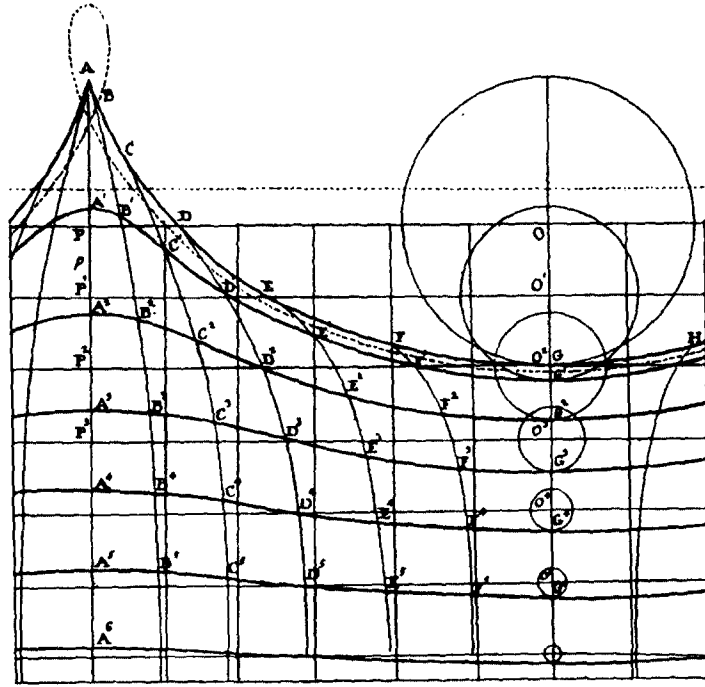
것이였다. 그러므로 이들 모두가 본질적으로 특정한 상대 파고의 수면 곡선을 표현할 수 있었다. 그의 해법은 그러한 수면곡선 형태와 유체 입자 운동, 전파 속도의 동수역학적 산정에 관련되어 있었다. 트로코이드로 증명된 수면곡선, 즉 사이클로이드의 극한 형태이고 입자 궤도가 원형으로 깊이에 따라 지름이 변하는 곡선에서 전파 속도는 그 곡선에 반드시 공통인 다음과 같은 꼴로 나타난다.

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$$

Gerstner의 해는 비회전류보다는 회전류의 경우에 부합된다는 사실 때문에 오늘날 종종 비판받는다. 그래서 그것은 정지 상태에서부터는 전개될 수가 없다. 그럼에도 불구하고, 실제와 매우 근사함은 물론이고 과학의 진보에 획기적인 사건으로 그가 원래 가정했던, 독창적인 조건에 대해서는 완벽하고 엄밀한 해였다. Lagrange가 그의 깊이를 넘어 다소 성급한 모험을 벌였다는 사실에도 불구하고, 천해파에 대해 계속 Lagrange의 이름을 붙일 자격이 있다고 본다면, Gerstner 역시 심해파에서 파의 요소와 관련하여 비슷한 인정을 받을 만한 자격이 충분히 있다.

동수역학이라는 새로운 과학을 유체 운동의 실제 문제에 적용한다는 것은 Euler와 Lagrange가 예견했듯이 결코 쉽지 않은 일이다. 그리하여 수학자들은 해가 나오는 점에 대

한 어떤 문제의 조건들을 단순하게 만들 필요가 있었다. 그러나 d'Alembert는 다음과 같은 우려를 나타냈다 [10] :



Gerstner가 그린 수면곡선

물리학에 오로지 지배되어야 하는 기하학이 그것에 합쳐졌을 때에는 때때로 물리학을 지배하기도 한다. 검증하기 원하는 어떤 문제가 지나치게 복잡하여 이루려는 해석적 관계에 그것의 모든 요소가 맞춰지지 않을 때 어려운 요소들을 떼어내고 다소 덜 어려운 다른 요소들을 거기에 집어넣는다면, 고된 노력에도 불구하고 본질적으로 모순되는 결과에 이르게 되는 것에 놀라게 될 것이다. 그것을 감추어 짧게 줄이거나 삭제하는 등, 오로지 기계적인 조합으로는 그 어려움을 되돌려 받게 된다.

d'Alembert 그 자신은 이러한 함정을 피했다고 주장했지만, 그것은 최소한 수백 년 동안 수학적 이론에서 수학자들을 좁은 범위내에 두게 만든 그것만큼 모순되는 것이었다. 그리하여 동수역학과 수리학은 그 이후 서로 다른 길, 전자는 전보다 더욱 간결한 수학적인 학문으로 후자는 전 보다 더 실용적인 공학 기술로 달리 견게 되었다.

참 고 문 헌

- [1] PUPPINI, U., "La forma originaria del teoreme di Danieel Bernoulli nell'Idrodinamica," *L'Energia Elettrica*, Vol. 21, May 1943.
- [2] BERNOULLI, D., *Hydrodynamica, sive de viribus fluidorum commentarii*, Strasbourg, 1738.
- [3] DUGAS, R., "D'Alembert et l'essai d'une nouvelle théorie sur la résistance des fluides," *Bulletin de la Société Française des Mécaniciens*, Vol. 2, No. 6. 1952.
- [4] DUGAS, R., *Histoire de la Mécanique*, Paris, 1950.
- [5] EULER, L., "Principes généraux de l'état d'équilibre des fluides"; "Principes généraux du mouvement des fluides"; "Continuation des recherches sur la théorie du mouvement des fluides"; *Histoire de l'Académie de Berlin*, 1755.
- [6] ACKERET, J., Editor's Introduction to Vol. II 15 (1957) of Euler's *Opera Omnia*, Zurich.
- [7] TRUESDELL, C., Editor's Introduction to Vol. II 12 (1954) and Vol. II 13 (1956) of Euler's *Opera Omnia*, Zurich.
- [8] LAGRANGE, J. L., *Mécanique analytique*, Paris, 1788
- [9] GERSTNER, F. J., von "Theorie der Wellen," *Abhandlungen der königlichen böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften*, Prague, 1804.
- [10] GIACOMELLI, R., "Historical Sketch," *Aerodynamic Theory*, Vol. I, Div. D, Berlin 1934