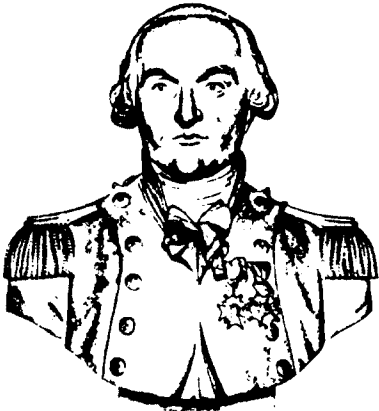


제 10 장

19세기 초 수리학의 발전

18세기 말에 얻어진 힘을 바탕으로, 수리학은 신속히 발전되었다. 프랑스의 수리학자들은 19세기에도 선두적인 위치를 유지하였는데, 물론 다른 나라의 학자들도 많은 기여를 하였다. 사실 수리학을 발전시키는 데에 공헌한 사람들이 너무 많아서 본 장과 다음 장에서는 그들의 주요 업적만을 언급할 것이다. 업적은 3가지의 방식으로 기술하였다. 즉 1) 중요한 실험 자료의 제공 2) 자료의 해석 및 유용한 실험식의 산출 3) 물리학 법칙에 의해서 일반적인 원칙을 유도한 것이 그것이다. 그런데 마지막 과정은 수리동력학의 방법과 흡사하며 따라서 이는 별도의 장에서 논의 될 것이다. 순수한 실험적인 연구는 예전의 발견을 반복하거나 개선하는 작업이었다. 사실, 그것은 종종 실험자료가 근원적인 원리를 밝혀낼 수 있다는 잘못된 믿음의 소산이기도 하였다. 본 장과 다음 장에서는, 흐름의 상관관계의 실험적 유도에 중점을 두고, 순수하게 실험적인 관점은 그것이 새롭고 유용한 정보를 밝혀낸 경우에만 논의 될 것이다.

프랑스 물리학자인 Chasrlse Augustin de Coulomb (1736-1806)은 18세기 동안에 과학 발전에 많은 기여를 하였는데, 수리학에 대한 영향은 그의 말년에 제출된 논문에 기인한다.



Charles-Augustin de Coulomb

프랑스 중서부에 있는 Angoulême 에서 태어나고 파리에서 교육을 받은 그는 Martinique에서 군사 기술자로 활동하였으며, Brittany 운하의 건설 위원을 거쳐서 프랑스의 수자원 관리자가 되었고, 최종에는 공공 교육의 장관이 되었다. 그의 저술은 전자기학에서부터 수리학, 열역학 등을 망라하지만, 그는 torsion balance의 발명과 해석, 그리고 여러분야에의 응용으로 가장 기억되고 있다. 가장 흥미있는 것은 1800년에 출간된 “Expériences destineés á déterminer la cohérence des fluides et les mouvements très lents.”이다. 여기서 그는 물에 잠겨 있는 원판(그리고 다른 기본적인 모양의 물체들)에 대한 실험을 기술하였다. 원판은 황동으로 된 비틀림 줄에 매 달려 있고, 그 회전 진동의 감쇠로부터 저항력을 측정할 수 있는 것이었다. 주기는 일반적으로 컷다(100초 까지). 액체는 그 점성이 17배 까지의 범위에 있었으며 실험은 아주 신중하게 수행되었다. Coulomb은 그가 측정한 저항을 $av + bv^2$ 으로 나타내었다. 이 형

리고 다른 기본적인 모양의 물체들)에 대한 실험을 기술하였다. 원판은 황동으로 된 비틀림 줄에 매 달려 있고, 그 회전 진동의 감쇠로부터 저항력을 측정할 수 있는 것이었다. 주기는 일반적으로 컷다(100초 까지). 액체는 그 점성이 17배 까지의 범위에 있었으며 실험은 아주 신중하게 수행되었다. Coulomb은 그가 측정한 저항을 $av + bv^2$ 으로 나타내었다. 이 형

태를 그는 뉴턴의 것으로 돌렸으나 그 자신의 것임을 다음 내용으로 알 수 있다 [1] :

그림: Gaspard Clair Francois Marie Riche de Prony

두 종류의 저항이 있다: 하나는 서로 떨어져 있는 분자의 응집력에 기인하며, 분자의 개수에 비례하고 따라서 속도에 비례한다; 다른 하나는 분자가 서로 부딪히는 불규칙성에 의해 억제되는 분자의 관성에 기인하며 그 개수와 속도에 비례하므로 결국 속도의 제곱에 비례하게 된다.

유체의 점성의 변화는 단지 첫 번째 계수에만 영향을 주고 두 번째 계수는 주어진 물체에 대해서 상수로 남아 있다는 Coulomb의 관찰은 특히 흥미로운 것이었다.

19세기 초, 독일의 한 사람과 프랑스의 두명의 수학자들은, 그들의 공헌도의 영원한 가치 때문이라고는 할 수 없다 해도, 적어도 그들이 -Coulomb를 쫓아서- 그들 각자의 나라의 과학 발전에 기여코자 했던 영향을 고려한다면, 다음과 같은 것이 주목할 만한 대상이다. 첫 번째의 사람은 Johann Albert Eytelwein (1764-1848)인데, 그는 Frankfort에서 태어나고 군에서 수리 설계의 일로 진로를 택했다; 그는 프로시아 건설협회에서 일했는데, 많은 하천을 정비하고, 4개의 항구를 만들고 프로시아의 새로운 도랑형을 만들어 냈다. 두 번째 사람은 Caen 출신으로 Ponts et Chaussées의 기술자였던 Pierre Simon Girard (1765-1836)이다. 그는 이집트에서 나폴레옹과 군생활을 지냈으며 이어서 파리의 수자원 위원이 되었다. 세 번째로는 Lyons 근처에 있는 Chamelet 태생의 Baron Riche de Proney (1755-1839)인데 그는 프랑스와 이탈리아에서 광범위한 설계 업무를 보았고 나중에는 Ecole des Ponts et Chaussées의 장관이 되었으며, 오늘날에는 그의 명성을 전해주고 있는 dynamic brake 로 잘 알려져 있다.

1801년에 Eytelwein은 베르린에서 “Handbuch der Mechanik fester Körper und der Hydraulik”의 초판을 출간했다. 여기서 가장 중요한 부분은, 역사적으로 말한다면, 개수로의 유속 공식인(미터 단위로)

$$V=50.9\sqrt{RS}$$

이다. 묘하게도 이 공식은 계수 50.9 대신 50으로, 1830년에 이탈리아에서 Tadini의 이름하에 나타났으며, 그 이래로 프랑스로 전파되고 있다. 현재 Chézy 공식으로 불리우는 것에 대한 유사성에도 불구하고, 상기의 공식은 그 기원을 Du Buat의 복잡한 관계식에 대한 Woltman의 간략화에 그 기원을 두고 있다. 왜냐하면, Chézy의 보고서는 아직 나오지 않은 상대였기 때문이다.

1803년에 출간된 Girard의 “Rapport à l’Assemblée des Ponts et Chaussées sur le projet général du Canal de l’Ourcq”에서는 Chézy의 분석에 대한 간단한 Review가 포함되어 있다. 그러나 Girard 자신은, 물에 잠긴 물체에 대한 Coulomb의 소규모 실험에서 제안된 것처럼, 경사도와 속도의 1차 및 2차항 사이의 관계식을 제안했다.



Johann Albert Eytelwein

$$gRS = C(V + V^2)$$



Gaspard Clair Francois Marie
Riche de Prony

Girard는 1차항은 “부착력”의 효과를, 2차항은 표면 조도의 효과를 포함하고 있다고 추정하였으나 계수 C를 산출하기 위한 또는 식의 정당성을 검토하기 위한 노력은 별로 하지 않았다.

Prony는 1804년에 출간된 “Recherches physico-mathématiques sur la théorie des eaux courantes”에서 Du Buat 공식에 대한 논의를 다음과 같은 문장으로 결론 지었다 [2] :

Ecole des et Chaussées의 장관이었던 고 Chézy는 Du Buat의 제 2판 출간 11년 전인 1775년에 Yvette 운하와 관련하여 동일한 연구를 하고 있었으며 그 전보다 속도에 대한 더욱 간편한 표현을 이끌어 내었다.

그는 경계면의 저항을 속도의 제곱의 법칙을 따르는 알려진 저항들과 비교했으며, 비 xU^2 : $\zeta\omega/\lambda$ 는 동일 유체의 모든 흐름에서 같다고 가정하였다; 이 가정에 따라 주어진 흐름에서 동시에 나타나는 U, x, ζ 그리고 λ 의 특정한 값을 경험에 의해서 찾을 수 있다. 그리고 이들로 부터 절대상수와 x, ζ 및 λ 의 함수로서 U의 일반적인 값을 유도할 수 있다(여기서 U, x, ω , 및 ζ/λ 는 유속, 윤변, 단면적 및 경사를 나타낸다).

Prony는 Chézy의 원래의 분석이 상수계수를 포함하고 있다는 잘못된 개념에 책임이 있었다. 그의 계속된 진술에서 증명된 바와 같이 이는 Prony 자신의 수학적 분석의 성격에서 기인되었다 :

Chézy의 공식은 118 절에서 $\varphi(U) = \beta U^2$, $P = \Pi$ 로 하고 운동이 등류가 된다고 가정함으로써 유도되었다. 이러한 가정하에서 다음식을 얻을 수 있다.

$$U = \sqrt{\frac{g\omega\zeta}{\beta\lambda x}}$$

단일 실험에서 무명수인 β 의 값 혹은 선형적인 관계의 값인 g/β 를 결정한다.

이상은 수리학 문헌에서 무차원 계수의 역할을 언급한 최초의 기술 중의 하나였다. g/β 가 길이의 차원이라는 것은, 그가 g 를 “중력가속도= 9.8088 meters.”라고 정의한데서 기인한 것이었다.

Prony는 저항력 측정에 있어서 Chézy의 접근법에 대하여 그 자신이 너무 단순화시킨 것이나 혹은 동일한 기본적인 원리에 대하여 Du Buat가 너무 복잡하게 한 것보다는 Coulomb의 형태를 취했다. 그는 이것을 무한급수 $c + aV + bV^2 + gV^3 + \dots$ 에 대한 근사식으로 생각하여 이를 수학적으로 증명하였다. 즉, Laplace의 혹은 자신의 수치적 방법을 사용하여 모든 데이터를 분석한 후 그는 관수로 혹은 개수로 흐름에 대하여 다음과 같은 형태의 공식을 제안하였다 :

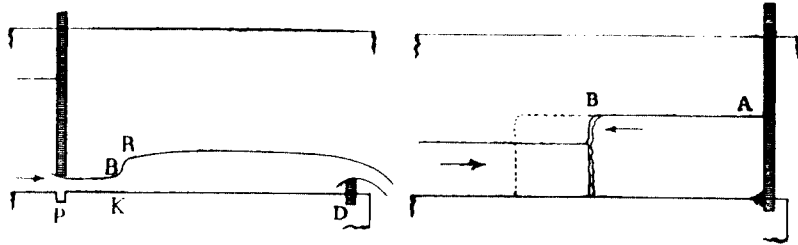
$$DS = a_1 V + b_1 V^2$$

$$RS = a_2 V + b_2 V^2$$

의심의 여지가 없이, Du Buat의 이전의 결론-혹은 적어도 그 자료-에 영향을 받고, Prony는 상기의 두 식의 계수들은 경계면의 특성과는 무관하다고 생각했다. Eytelwein은 추가된 실험적인 증거를 기초로하여 1818년 논문인 “Untersuchungen über die Bewegung des Wassers”에서 동일한 구조이지만 다소 수정된 계수를 갖는 두 개의 공식을 발표했다. Prony와 Eytelwein의 저술은 각각 독일어와 프랑스어로 번역되었지만, 각각의 공식들은 원래의 기원을 둔 이탈리아에서 더 호평을 받았다. 아이러니하게도, Eytelwein의 것은 다른 나라들에서 더 호평을 받게 되었다.

19세기의 이탈리아의 수학자들 중에서 두 사람을 언급하고자 한다: 즉, Turin 대학의 수리학 교수였던 Giorgio Bidone (1781-1839) 그리고 Bologna 대학의 응용수학 교수였으며 나중에는 로마에 있는 Scuola di Ingegneria의 학장이 되었던 Giuseppe Venturoli (1768-1846)이다. 두사람은 각각 일반적인 연구분야에서 더욱 명성에 걸맞는 저술을 남겼다. Bidone는, 예를 들면, 수맥의 수축과 충격, 그리고 웨어 상의 흐름에 많은 관심을 기울였는데, 웨어 상의 흐름에서 자유수면의 형태를 결정하기 위한 최초의 연구가 문헌으로 남아있다. Venturoli는 관과 하도에서의 저항의 문제를 연구하였다. 그리고 그는 Eytelwein의 공식을 확인하기 위한 이탈리아 자료를 제공하였다. 게다가 그는 최초로 흐름 형성에 관성의 양상을 분석하였다.

Bidone는 종종 도수를 발견한 사람으로 알려져 있다. 그리고 실제로 이탈리아에서는 도수가 “jump of Bidone.”로 알려져 있다. 도수에 대해서는 이전에 몇번 언급이 있었으며 Bidone는 도수로 잘 알려져 있지만 잘 이해하고 있지는 못하였다고 했다. 그런데 그의 1820년과 1826년 Turin 연구논문인 “Expériences sur la remous et la propagation des ondes”와 “Expériences sur la propagation du remous”에서의 결과로 보면 확실히 그는 도수를 체계

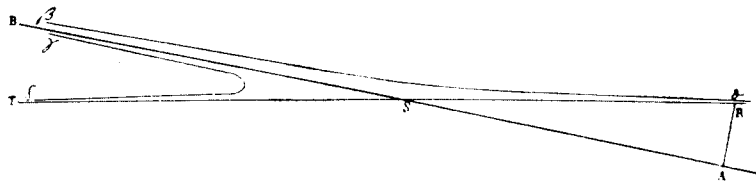


도수현상에 관한 Bidone의 스케치

적으로 연구하고 그 분석을 시도한 첫 번째의 인물이었다. 제목이 암시하는 바와 같이, 그것은 Bidone가 관심을 가지고 있었던 도수나 standing surge에 대한 것은 아니었으며, 등류 흐름의 하도에서 수문을 급격하게 닫았을 경우의 mascaret나 bore에 관한 것이었다. 그는 surge의 절대속도 v 와 증가 높이 h 를 접근 흐름의 속도 V 와 수심 H 에 $vh = VH$ 로서 연관시켰는데 이는 적절한 것이었다. 그러나 surge 높이를 jet 충격의 향으로 산출하려는 그의 노력은 무산되었는데 이는 운동량 원리를 사용할 때 몇가지 오류 때문이었다. 그러나 상승고 h 가 접근 유속 수두 $V^2/2g$ 에 비해서 항상 크다는 것에 주목하여 그는 임의로 그의 실험과 대략 일치하는 식을 유도하였다.

$$h = \frac{2H+h}{h} \frac{V^2}{2g}$$

Venturori의 성과는 해석적인 견지에서 Bidone의 것보다 더 성공적이었지만 별로 그의 이름과 연관되지 않는다. 그는 1823년 익명의 논문 “Ricerche sulla figura del pelo d’acqua negli alvei di uniforme larghezza”에서 사각형 단면수로에 대한 기본적인 배수공식을 처음으로 유도하였는 바(기호에 있어서 오류가 있었으며 이는 나중에 정정되었다) 이는 Bidone의 편지를 통하여 밝혀졌다. 미분방정식의 도해적 적분을 통하여 Venturoli 는 여러 수면곡선을 그려내는데 성공했다. 그러나 그 논문은 많이 알려지지 않았으며 그 방정식은 나중에, 동10년 이내에 프랑스에서 다시 유도되었다.



Venturoli가 그린 수면곡선의 변화

두 형제인 Ernst Heinrich(1795-1878)와 Wilhelm Eduard Weber(1804-1891)는 1825년에 Leipzig에서 과량 실험에 관한 책인 “Wellenlehre auf Experimente gegründet. oder über die Wellen tropfbarer Flüssigkeiten mit Anwendung auf die Schall- und Lichtwellen”을 출간하였다. 그들은 각각 Leipzig와 Halle의 교수였다는 것을 제외하고는 별로 알려진 것이

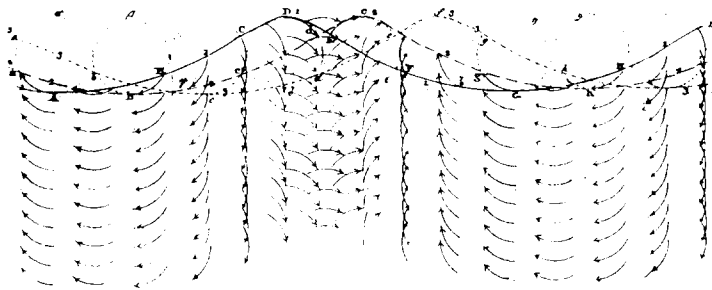


Wilhelm Eduard Weber



Ernst Heinrich Weber

없다. 또한 그 책은 파랑에 대하여 앞서 쓰여진 것들에 대한 상세한 요약과 새로운 관찰에 대한 방대한 분류를 포함하고 있지만, 수리학 문헌에서 거의 잊혀진 부류에 속한다. 그들의 실험은 비교적 좁은 폭의 유리벽이 있는 수조에서 수행되었으며, 반사, 간섭, 궤도 운동 등의 현상과 파의 모양이, 물에서 뿐만 아니라 수은과 브랜디에서도 조사되었다. 선례가 없었



Weber형제가 관찰한 파의 변화

기 때문에 Weber가 사용한 실험 기법은 새로우면서도 독창적인 것이었다; 예를 들면, 가루를 뿌린 판을 유체에 갑자기 집어 넣거나 혹은 제거함으로써 파의 앞 부분 혹은 뒷 부분의 형태를 기록하여 그 윤곽을 알아냈다. 이러한 관측들은 대부분 정성적이었으며 기존 이론 파의 접목을 시도함이 없었다는 것은 시인하지 않을 수 없다. 그러나 다음 발췌록이 증명하는 바와 같이 그 지각력은 불변이라 하지 않을 수 없다 [3] :

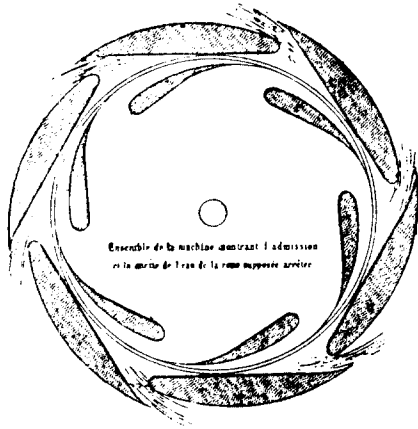
파의 속도는 Newton, Gravesande, D'Alembert, 그리고 최근의 Gerstner 등이 주장한 바와 같이 단지 폭(즉, 파장)에만 의존하는 것이 아니라 그 크기에도 의존한다. 즉, 그 높이와 폭에 동시에 의존한다. 단지 파봉[crest]의 속도에 직접적인 영향이 없다.....

파가 평행한 벽 사이를 진행하고 따라서 그 길이에 있어서 증가하거나 감소하지도 않을 때, 그 높이는 그로 인하여 감소하지만 그러나 동시에 그 폭은 증가한다. 속도는 높이와 폭 양 쪽에 의존하므로 거의 변하지 않는다. 그리고 파는 단지 벽과 유체의 마찰과 공기의 저항이 그 속도를 감소시킴에 따

라서만 느려지게 된다.....

우리의 실험에 따르면 파의 속도는 유체의 깊이가 감소함에 따라 감소하게 된다. 만약 깊이가 산술급 수적으로 감소한다면 속도는 더욱 천천히 감소하게 된다.

Weber 형제가 책을 출간하던 대략 같은 시기에 그 이름값이 있을 만한 첫 번째의 수력



Burdin이 개발한 수력터빈의 날개부분

터빈이 개발되었다. 이는 두사람의 프랑스 공학자: Ecole des Mines at Saint Etienne의 교수인 Claude Burdin(1790-1873)과 그의 우수한 제자이며 그 도시 태생인 Benoit Fourneyron(1802 - 1867)의 성공적인 노력의 결과이다. 1824년에 Burdin은 Académie des Sciences에 논문 “Des turbines hydrauliques ou machines rotatoires à grande vitesse”에서 이 논문은 새로운 형태의 단위를 기술하고 “Turbine”이란 단어를 공학용어에 처음으로 도입하였다. 그의 장치는 수직 축을 도는 원심 회전 날개로부터 물이 자유 유출

되는 것이었는데, 안내 날개와 회전 날개는 만곡 형태이며 부드럽게 기울여져 있어서 입구의 충격을 피하고 최소의 유출속도를 제공하도록 되어 있다. Burdin은 그의 연구를 계속하는데 용기를 얻었으나 그의 논문은 받아 들여지지 않았다. 그 후에 곧, Société d'Encouragement pour l'Industrie Nationale(Burdin은 이곳에도 그의 논문을 제출하였다)는 “대규모로 만족할 만한 방법으로 공장에서, 만곡형의 날개를 수력 터빈에 적용하는데 성공하는 첫 번째 사람에게 상을 줌”을 제안하였다. 그러나 Burdin은 실제적이기 보다는 이론적인 연구자였으며 받아들여질만한 실용적 모형을 제작하는데 성공하지 못하였다. 실제로, 그는 결국 Euler의 더욱 단순한 기계로 돌아섰으나 이것도 성공하지는 못하였다.

아주 실제로 공헌한 인물이었던 Fourneyron은 야금 엔지니어로 이미 활발한 활동을 하던 때에 Burdin의 생각을 발전시키기 위해 노력했다. 1827년 까지는 그 기본적인 구상이 아주 실제적이라는 것을 보여준 실험적인 장치(입구의 회전 날개가 불완전하였지만)를 생산해 낼 수 있었다. Burdin 은 그에게 편지를 보냈다 [4] :

적어도 비록 내가 좋은 기계를 만들지는 못하였지만, 사람들은 내가 좋은 기계를 만들어 냈다고 할 것이며 그것도 가치있는 일이다.

Fourneyron의 최초의 논문은 test dynamometer의 사용에 대해서 기술하고 있으며

Prony brake가 성공적으로 적용한 것을 포함하고 있다. 그리고 이것으로 그와 Prony에게

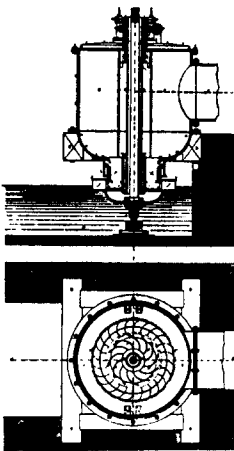


Benoit Fourneyron

상이 주어졌다. 만족할 만한 터어빈을 개발하고자 제안되었던 상은 1833년 그에게 주어졌다. 그의 장치들의 일반적인 이론과 적용을 기술하는 “Mémoire sur l'application en grand dans les usines et manufactures, des turbines hydrauliques ou roues à palettes courbes de Bédidor”는 Société에 의해서 다음 해에 출판하였다. Fourneyron은 결국 세계 각지에 100개도 넘는 유사한 터어빈을 만들게 되었다. 이것들은 원래 자유 유출 형태였지만, 그는 확산 관에로의 잠수-유출을 예견했다. 1855년에 그는 outward-flow 터

어빈에 대한 확산 관을 현재 유입 소용돌이의 형태로 특허냈다. 다음은 특허장으로부터 발췌된 것이다 [5]

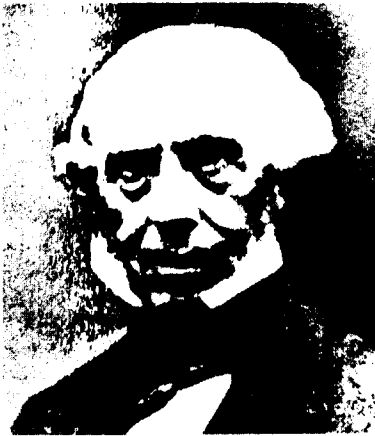
바퀴 내에서의 활동 후에 물 속에 남아 있는 절대속도가 0인 경우는 거의 없으며, 때로는 상당한 정도 남아 있다. 따라서 출구에서 물의 속도에 의해 구현되는 모든 동역학적인 힘은 순수한 손실이다. 이러한 손실을 피하기 위해 내가 제안하는 방법은 물을 방수로에 날라주는 통로의 단면을 적당하게 증대시켜서 그 맨 끝의 단면은 처음보다 2배, 3배 혹은 4배까지도 되도록 확대하는 것이다. 이 방법으로 하면 물은 통로의 모양에 따라서, 단지 흘러 나가는데 필요한 속도를 넘는 모든 속도를 빼앗기게 될 것이다. 그러므로 만약 대기압을 초과하지 않는다면, 자연적인 수두보다 큰 인위적인 수두가 창조될 것이다.....



Fourneyron이 개발한 수력터빈

Prony의 고무적인 지도로, Corps des Ponts et Chaussées 에서는 19세기 전반에 언급할 만한 많은 수리학자들이 배출되었는데 그들 가운데 3사람: Pierre Vauthier(1784-1847), Jean-Baptiste Belanger (1789-1874) 그리고 Gaspard Gustave de Coriolis (1792-1843)를 특별히 언급하고자 한다. Vauthier는 Boulogne에서 태어났으며 Ecole 공과대학을 졸업한 후 Ecole des Ponts et Chaussées에 들어갔다. 그리고 그의 전문직업으로서의 인생을 내륙수운의 개발에 대한 Corps project(설계단)에 참가하고 감독하는데 바쳤다.

Belanger는 Valenciennes 태생으로 Vauthier를 쫓아서 학업과 초기의 Corps(설계단) 활동을 했으나 결국은 실무적인 활동은 포기하고 Ecole Centrale des Arts et Manufactures, Ecole des Ponts et Chaussées 그리고 Ecole Polytechnique에서 가르쳤다; 그의 85년 생애 동안에 그는 수학, 역학, 기계학, 재료강도 그리고 수리학 등의 분야에서 광범위하게 저술하였다. Coriolis(그는 성에 “de”를 사용하지 않았다)는 파리에서 태어 났으며, 상기한 두 학교에서 공부하였고, 현장에서 수년간 일한 뒤에 돌아와 그 두 학교에서 가르쳤으며 결국에는 Corps(공단)에서 교육 국장이 되었다. 그는 오늘날 회전체(예를 들면 수력 터어빈)의 다양한 가속도 성분을 연관짓는 그의 이론으로 가장 잘 알려져 있는데 그 중 하나가 소위 Coriolis 힘이다.



Jean Baptiste Belanger

Vauthier 보다 몇 년 후에 Belanger는 1828년 파리에서 출간된 그의 “Essai sur la solution numérique de quelques problèmes relatifs au mouvement permanent des eaux courantes,”에서 배수곡선의 기본 방정식을 유도하였다. 그는 유체가 선형적으로 움직이고 단면의 변화는 흐름 방향에 비해 작다는 가정하에 중력과 저항력에 대한 식을 세움으로써 Prony의 일반적인 선도를 쫓았다. 등류에 대한 Prony의 식을 이용한 저항력의 표현은 다음의 미분식

$$ids - \sqrt{1-i^2} dh - \frac{x}{\omega} (aV + bV^2) ds + \frac{Q^2}{g\omega^3} d\omega = 0$$

이 되며, 이를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$ds = \frac{\frac{V^2 x}{g\omega} - \sqrt{1-i^2}}{\frac{x}{\omega} (aV + bV^2) - i}$$

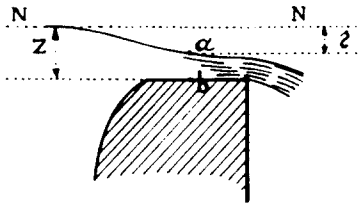
여기서 각각의 기호들의 의미는 Prony의 분석과 마찬가지로, ω 와 x 는 단면적과 윤변, i 는 경사, h 는 수심, x 는 표면폭 그리고 s 는 종방향의 거리를 나타낸다. Belanger는 이 식을 축차 적분법을 이용하여 가정된 수심에 대한 거리를 산출함으로써, 각별 모양의 수로에서 몇가지 흐름에 적용했다. 그는 또한 도수에 대한 Bidone의 분석을 “live force”의 원리를 사용하여 발전시키려고 했다. 그 결과는-간단히 말해서, 수심의 변화는 속도의 음의 변화와

같다는 베르누이 원리였는데- 전체적으로 에너지 손실을 무시했다. 마찬가지로, 에너지에 대한 고찰을 기본으로하여 Belanger는 1849년 Ecole에서의 그의 강의록에 광폭 웨어마루에서의 최대 유량의 개념을 도입하여 적절한 관계식을 결정했다.

$$\zeta = \frac{1}{3} Z \quad \text{and} \quad Q = \frac{2}{3\sqrt{3}} Z\sqrt{2gZ}$$

Vauthier는 1836년의 Annales des Ponts et Chaussées에서 Belanger의 배수 분석을 확충하여 다음 제목 “De la théorie du mouvement permanent des eaux courantes et des applications à la solution de plusieurs problèmes hydrauliques.”으로 출간했다. 덜 지루한 (그리고 동시에 덜 명시적인) 고찰을 거쳐서 그는 다음식

$$\Delta z - \frac{\alpha}{\omega} (aV + bV^2) \Delta s - \Delta \frac{V^2}{2g} = 0$$



Belanger가 그린 광정웨어에서의 흐름

을 도출하였는데 이는 본질적으로 Belanger의 것과 동일하나, 표면까지의 수두를 z 하면 각별 모양이 아닌 수로에도 적용할 수 있는 것이었다. 그는 도수에 대한 Belanger의 분석이 배수 방정식에서 $ds = 0$ 인 경우에 대한 적용일 뿐이며 따라서 도수 길이와 같은 거리에 대해서 자신의 방정식을 사용함으로써 좀 더 정확한 결과를 얻을 수 있다고 했다.

상기한 Vauthier의 논문에 고무되어, Coriolis는 논문 “Sur l'établissement de la formule qui donne la figure des remous, et sur la correction qu'on doit y introduire pour tenir compte des différences de vitesse dans les divers points d'une même section de courant.”을 발표했다. 배수 방정식에 대한 Coriolis의 유도는 특별히 일 에너지 원리에 기초를 두었으며, 내부 및 외부 저항에 의한 일률은 평균 속도와 경계면의 저항의 곱으로 표현될 수 있고 경계면 저항은 등류의 경우와 같다고 생각할 수 있다는 것이었다. 따라서 운동량과 에너지 원리의 기본적인 차이에도 불구하고 Coriolis의 식은 Belanger나 Vauthier의 식과 단지 마지막 항이 달랐으며 이는 단면의 속도 분포가 고려되어야 한다는 그의 믿음을 반영했다.

$$\Delta z = \frac{\alpha}{\omega} (aV + bV^2) \Delta s - \int \frac{v^3 da}{2gQ}$$

Coriolis 계수라고 하는 것을 도입함으로써 그는 상기의 적분항을 $aV^2/2g$ (V 는 평균유속)로 축소하였으며 당시 소지하고 있던 속도분포에 관한 불충분한 자료로부터 a 를 산출하

고자 하였다. 그는 a 값이 1.47이라고 하였으며 그의 방정식은 다음의 형태로 나타낼 수 있었다.

$$\Delta s = \frac{-1.47 \Delta \frac{V^2}{2g} \pm \Delta h}{\frac{\chi}{\omega} (aV + bV^2) - i}$$



Gaspard Gustave de Coriolis

Coriolis 자신은 a 값에 대하여 다소 의심스러워 하였으며 아마도 1.4가 안전할 것이며 적당한 분포 범위에서는 1.16까지도 될 수 있을 것이라고 했다. 그러나 Vauthier는 이전의 분석이 더욱 발전된 것이라는 Coriolis의 의미에 격분하여, 광범위한 계산을 하고 같은 해에 연구 보고를 출간하였는데 여기서 그는 첫째 Coriolis는 a 를 결국 상수로 취급함으로써 오류를 범했으며 둘째 a 는 V 가 증가함에 따라 감소할 것이며 셋째 a 의 최대값은 아마도 1.1을 넘지 않을 것이고 1.02 정도로 작아질 수도 있을 것이라는 것을 증명하려고 하였다. 그래서 꽤 최근 까지도 계속된

논쟁이 시작되었다. Coriolis의 계수는 단면이 급격히 변하는 경우에 타당한 것이며, Vauthier는 점변류의 경우에 대해서 그 상황을 최종적인 해설로서 요약하였다 [6] :

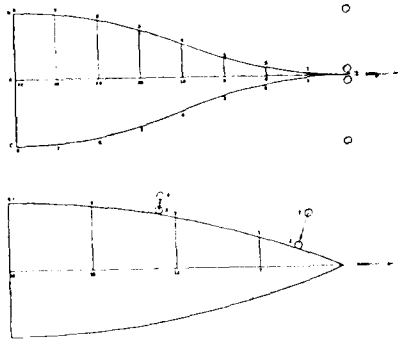
이 문제의 완전한 해는 실험적인 수리학자에게는 아주 중요한 것이지만 이론적인 학자에게는 당장 흥미가 있는 것은 아니다. 새로운 연구로부터 우리는 계수 a 에 관한 것보다 훨씬 더 흥미있는 수정이 정상류 그리고 등류에 대한 식에 도입되어야 한다는 것을 알게 되었다.



John Scott Russell

연속성이고, 부등류이며 부정류인 개수로 흐름에 대한 문제는 이 시기의 스코트랜드 공학자인 John Scott Russell (1808-1882)에 의해 연구되었다. 그는 Glasgow 근처에서 장관(가족 이름이, 자주 인용되는 Scott-Russell 이라기보다 Russell이었다)의 아들로 태어났다. 그리고 Edinburgh와 Glasgow 대학에서 공학 교육을 받았다. 그는 Glasgow 대학을 16세에 졸업하였고 그 이후로는 Edinburgh에서 가르쳤다. 1834년에, 운하 회사를 위해서 증기선의 내륙 항해의 타당성을 조사하였으며 그 결과는 그의 이후의 경력을

1835년에 British Association for the Advancement of Science에 제출되었다. 그리고 1837

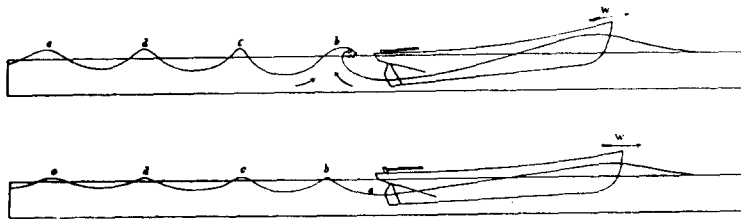


Russell의 파형곡선과 선체형상의 비교

인도하는 것이 되었다. 그의 실험 결과는 1834년과 1837년에 같은 주제의 3번째 논문으로 Royal Society of Edinburgh에서 금메달을 수상하였다. 그는 또한 British Association에 波에 대한 일반적인 보고서 준비를 위임 받았고 1837년에 예비 보고서, 1842-1843년에 최종 보고서를 제출하였다. 배의 저항으로서의 파 형성의 중요성에 대한 결론으로부터 그는 이미 1834년에 뱃머리의 곡선을 제안하여 이것이 저항을 감소시킨다고 믿었다. 그리고 Edinburgh에서의 30대 중반 및 후반 그리고 London에서의 40대에 그는 이 원리에 의해서 많은 배를 제작하였다. 이러한 배들 중에서 언급할 만한 것은 당시에 가장 큰 배였던

“Great Eastern,”이다. 그는 Institution of Naval Architects의 설립자 중의 한사람이었으며 그의 인생의 후반기를 통해서 이 조직의 일에 열심히 - 진취적이기보다는 꾸준하게- 매진하였다.

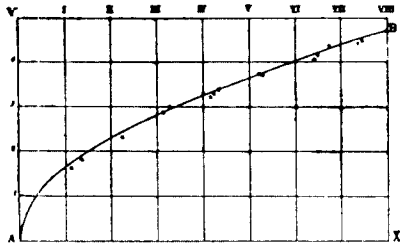
Russell의 금메달 논문이며 1840년 Royal Society of Edinburgh의 Transaction에 게재되었던 “Experimental Researches into the Laws of Certain Hydrodynamical Phenomena that accompany the Motion of Floating Bodies, and have not previously been reduced in conformity with the known Laws of the Resistance of Fluids”은 그가 초기에 행한 연구



Russell이 관찰한 뱃머리곡선

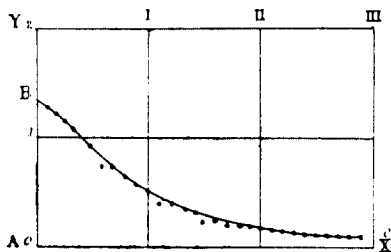
의 대부분을 포함하고 있다. 그는 여러 가지 형태의 큰 배들을 운하를 따라서 끌고 (처음에는 말의 힘을 이용하다가 나중에 예인 장치를 사용), 저항은 처음에는 커지다가 갑자기 파 형성의 종방향 형태에 따라 속도-제곱 법칙에 의한 것보다도 더 작아짐(이는 항해 설계법에 의해 잘 알려져 있다)을 보여 주었다. 그는 또한 배가 갑자기 감속하면 운하 아래로 아주 멀리까지 진행하는 single positive wave가 발생하는 것을 발견했다. 그는 이러한 형태의 波를 “great primary wave of translation”이라고 불렀다. 파의 높이와 속도를 반복해서 현장을

관측하고 이를 나중에 소규모의 실험에 의해 보완함으로써 그는 파 진행 속도에 대한 Lagrangian 식 대신에 변형인 $v = \sqrt{gh}$ 를 제안하였다. 여기서, h는 임의 하도 단면에서의 파 봉에서의 평균 수심을 의미한다. Russell은 그의 결과를 해석적으로 정당화하려고 했으나 성공하지 못하였다. 예를 들면, 그는 저항곡선에서 첫 번째의 최대값은 속도가 g의 4/3 일



측정된 파형의 변화

때 발생하여, 저항의 변화는 배에 가해진 동적인 상승에 기인하며, 속도가 2g와 같을 때, 배는 확실히 물로부터 올려지게 되는 것을 증명하였다고 주장했다. 고립파, 맥놀이파, 모세파, 그리고 음파를 망라한 그의 전반적 보고서의 넓이에도 불구하고, 그는 얇은 물과 깊은 물의 저항을 구별해 내는데에 실패했으며, 그의 배들이 가능한한 가장 작은 파고의 고립파(즉, 천해파)를 발생하는 것으로 설계했다. 그리고 그는, 모형 실험으로는 어느 누구도 원형의 배의 저항력을 예측하지 못할 것이라고 했다. 그러나 그의 실험 자료는 우수했으며, 파의 진행거리에 따른 파고의 감소에 관한 것들은 아직도 점성저항의 효과를 산출하는데 사용되고 있다; 그리고 그는 배의 저항력에 대한 파도 형성의 역할에 관심을 집중한 최초의 사람이었다.



고립파의 파봉의 변화

흥미롭게도, Russell과 프랑스의 동시대 인물이었던 Ferdinand Reech (1805-1880)는 Russell이 모형실험에 대한 혐오감을 나타냈던 시기에 그 실용성을 주장하기 시작했다. Alsatian 출신의 Reech는 수년간 기계학 교수였으며 나중에는 파리에 있는 Ecole d'application du Génie Maritime 의 회장이 되었다. 기계학의 많은 분야에 흥미를 가지고 있었지만 그는

단지 2개의 논문만을 발표했는데 이는 증기 선박에 관한 것이었다. 그러나 Jouguet[7]는 그의 강의가 기계학에 깊은 영향을 준 것으로 보고 있으며 중력의 영향에 대한 상사법칙의 유도는 이미 1831년에 그의 강의에 제시된 것으로 알려져 있다. 어쨌든 1852년에 출판된 그의 강의록은 Newton의 운동법칙을 기초로 한 상사 법칙의 일반적인 발전을 포함하고 있다. 그의 강의록에서 발췌된 내용 중에서 두드러진 요점은 다음과 같다 [8] :

따라서, 실험에 의해서 모형 배의 저항 혹은 타륜이나 프로펠러가 있는 배의 완전한 특성을 어떤 알려진 힘의 항으로 결정하고 나서, 어떤, 혹은 다른 모형(즉, 원형)을 길이 차원 l의 배수로 만들어야 하며 모든 관측된 속도에 다음과 같은 양 즉,

$$u = \sqrt{l}$$

를 새로운 시스템에 곱해 주어야 처음의 모형과 비슷한 기능을 하게 된다. 정역학적 강도는 길이 차

원의 비의 3승에 비례하여 증대될 것이다.....

그러나 완전한 정확성을 위해서, 액체 표면에서의 대기압은 액체 입자의 시스템 경계면에 대한 마찰력이나 부착력과 마찬가지로, 다른 힘들의 일반적인 법칙을 따르는 것이 필요할 것이다.

그러나 본질적으로 비압축성의 액체에 대해서 대기압과 관련한 제약적인 조건은 완전히 물에 잠긴 물체가 극히 빠른 속도의 운동으로 그 물체의 끝에서 공간이 생기거나, 혹은 적어도 공기가 포함된 후류를 발생시키지 않는 한 불필요할 것이다.

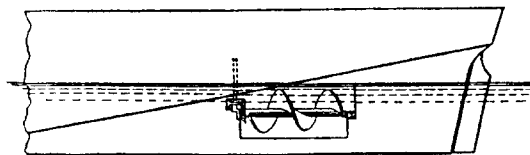
매끈한 경계면에 대한 유체의 부착이나 마찰과 관련하여 발생하는 작은 힘부분은 사실상 속도의 제곱에 따라 아주 근사하게 변한다는 것을 나타내는 것으로 볼 수 있다.



Ferdinand Reech

Reech는 현재의 Froude 상사법칙에 대해 처음으로 표현한 사람이다. 그리고 프랑스에서는 Reech의 이름이 Froude의 이름과 정당하게 연관되어 있는 것이다. 조선학과 해양공학에 있어서는 배의 추진력의 발전에 주목하여야 한다. 미국인 James Rumsey (1743-1792)가 1787년에 Potomac 강에서 처음으로 증기 엔진을 배의 추진력으로 사용했을 때, 그는 피스톤 펌프에 의해 발생된 분류의 반동을 이용했다. 반면에 거의 같은 시기에 Delaware강에서 실험한 John Fitch (1743-1798)의 배는 노를 기계화한 것이

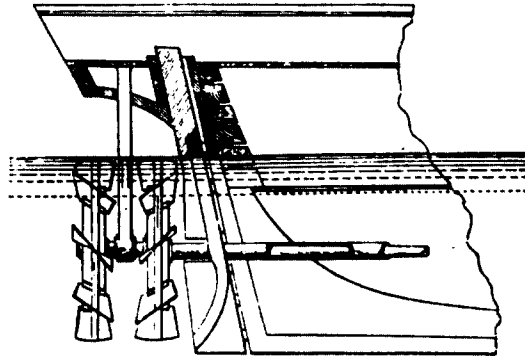
었다. 그리고 이것은 19세기 전반에 향해 보조수단으로 크게 이용되었던 측면 노륜으로 발전되었다. Daniel Bernoulli는, 나중에 다시 언급되겠지만, 일찍이 1752년에 범선은 모두 물에 잠긴 물레방아 같은 바퀴로서 대체되어야 한다고 주장하였다. 비슷한 제안들이 많이 있달았지만 세기가 바뀌기 전까지 단지 소수만이 실제 실험되었을 뿐이다. 실제로 작동한 증기-구동 프로펠러에 대한 공적은 John Cox Stevens (1749-1838)에게 주어지는데, 그는 1804년에 뉴욕에서 24 ft 복식-스크루 배로 항해하였다.



Smith의 스크루 프로펠러

1852년에 Bourne[9]에 의해 기록된 백여 가지의 특허에는, 단식 및 복식 나선 스크루, 단식

및 복식 단목-날개 바퀴, 부착 날개가 있는 프로펠러 그리고 축방향-흐름 임펠러가 있는 분사 장치 등이 포함되어 있다. 영국의 Francis Pettit Smith (1808-1874)와 원래 스웨덴



Ericsson의 복식 부착날개 프로펠러

출신이었던 John Ericsson (1803-1889)이 많은 반대에 맞서서 선박 프로펠러가 궁극적으로 채택을 보장하였다는 것은 일반적으로 인정되고 있다. Smith와 Ericsson은 모두 1836년에 영국에서 특허를 얻었는데 전자는 단식 나선형 스크루이고 후자는 복식 단목-날개 바퀴이다. Smith 스크루가 파손이 되어 길이가 짧아지면서 오히려 추진력이 증가되었고, Ericsson이 궁극적으로 복식보다 더욱 효과적인 단식 바퀴를 발견하였다는 것이 재미있다. Smith의 발명은 영국에서, 그리고 Ericsson의 것은 미국에서 널리 통용되었다. 이 둘을 현재의 선박 프로펠러의 원형으로 생각하여야 할 것이다.

현재 Froude의 이름과 연관이 되어 있는 상사법칙에 대한 Reech의 유도와 관련하여, 1852년까지 영국 사람들은 하나의 배에 대해서 실시된 프로펠러 실험으로부터의 자료를 다른 배에 적용하는데 있어서 동일한 법칙을 사용하였다는 것이 적절할 것이다 [9] :

만약, 속도가 배의 길이 차원의 평방근에 따라 변한다면, 그 결과 형태는 비슷하지만 더 크거나 혹은 더 작은 모든 배의 경우에 적용하는 것은 의심의 여지가 있다.

이 시대의 독일의 수리학자인 Gotthilf Heinrich Ludwig Hagen (1797-1884)은 결국 독일을 발전시키고 커져가는 기술력을 대표할만한 인물이었으나, Reech와 마찬가지로 그의 공헌을 인정받지 못하였다. Hagen은 Königsberg에서 태어나, 그곳에서 교육을 받았으며 수학자 Bessel과 친밀한 관계를 유지하는 혜택을 보았다. 특히 수리 구조물에 관심을 두고, 중부 유럽을 도보로 일년 반 동안 여행한 후에 그는 베르린에서 설계, 강의 그리고 저술의 3가지 경력을 동시에 쌓아 나갔다. 그의 주요한 실제적인 과업중의 하나는 Wilhelmshaven에서의 해군 기지를 계획하는 일이었다. 그리고 그의 중요한 출판물은 수리학적 설계에 대한 일련의

논문인 “Handbuch der Wasserbaukunst” 인데 여러 출판물 중의 첫 번째는 1841년에 베르린에서 나타나기 시작했다.

그는 수리학분야와 관련하여 관수로 및 개수로의 저항 문제에 많은 흥미를 가졌으며 이 분야에 대해 많은 논문을 썼다. 그의 가장 독창적인 업적을 포함하는 상기의 두 분야가 그가 실제로 일한 분야와는 가장 거리가 멀다는 것은 이상한 일이다. 이들 중에서 첫 번째인 “Ueber die Bewegung des Wassers in engen cylindrischen Röhren,”은 1839년에 작은 직경의 관내 흐름에서 온도가 저항에 미치는 영향에 대한 Gestner의 1796년 연구를 연장하여 기술한 것이었다.



Gotthilf Heinrich Ludwig Hagen

이 실험은 직경이 2.5~6 mm이며 길이가 47~110 cm인 황동 관을 이용하였는데 온도는 10° C, 수두는 0.7~40 cm 범위에서 변동한다. 탱크에서 나온 관은 연속-흐름 장치로부터 물이 공급되며, 웨어가 있는 용기로 유출되고 유입 및 유출구에서 수두가 측정된다. Hagen은 흐름이 원통형 층을 이루며 발생하고 그 속도는 벽 쪽의 0에서 중심 부분의 최대까지 선형적으로 변한다는 것을 논증하였다. 이러한 가정을 기초로하여 그는 저항과 출구 손실의 복합적 효과에 대한 표현을 유도하였다.

$$h = \frac{1}{r^4} (ALQ + BQ^2)$$

그는 계수 A가 단지 온도에 의존하여(그가 무시할 정도로 작은 관과 유체의 팽창 때문이 아니라 유체의 “유동성”의 변화 때문에) 다음의 식과 같다고 생각했다.

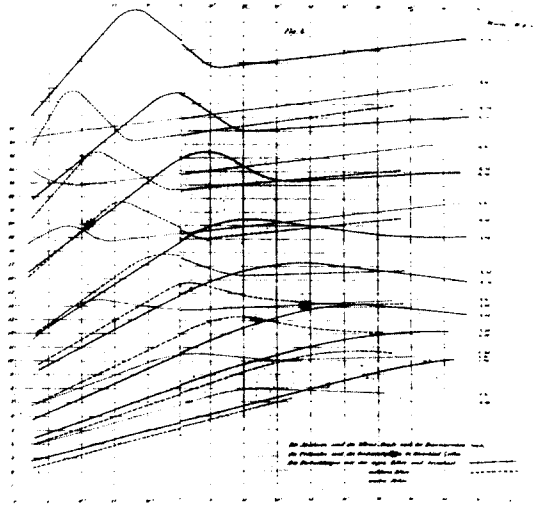
$$A = a - bT + cT^2$$

그는 확실히 출구 효과를 무시하고 선형 속도분포를 가정한 것이 오류를 범하였다. 따라서 계수 B의 계산도 무효가 된다. 그러나 그의 관과 유속은 꽤 작고 측정은 상당히 정확했기 때문에, 계수 A를 실험적으로 산출한 오차는 크지 않았다. 사실 그의 실험 범위를 넘는 범위에 있어서, 온도 효과에 대한 그의 관계식은 점성의 변화에 대한 오늘날의 데이터와 1% 이내에서 일치한다.

이것은 오늘날 Hagen의 이름과는 다른 이름으로 알려져 있는 법칙에 대한 최초의 실험적 접근이었을 뿐만 아니라 그의 논문의 결론에서 흐름의 두가지 형태에 대해 처음으로 지적하고 있다 [10] :

이러한 법칙들은 관 속의 모든 물이 응력을 받을 정도로 저항이 커서 수압이 직접적으로 전달되는

경우에만 적용된다. 그러나 한계를 넘으면 이것은 커다란 수로 관에서 발생하는데, 관의 저항을 극복 하는데 필요한 수압은 더 이상 직접적으로 전달되지 않는다. 이것은 물이 커다란 움직임을 보이는 대신에 필요한 동적인 힘이 발달되는 것이 중단되었을 때 발생한다. 따라서 이러한 환경 하에서 h 에 대한 표현에 또 다른 항이 나타나는데, 이 항은 역수가 제곱인 유출과 관의 길이를 계수로서 포함하며 다른 것보다 훨씬 큰 값이 된다. 이 경우에 산출되는 결과를 정확하게 조사하는 데는 많은 어려움이 있을 것으로 생각된다; 적어도 나는 아직 그 특성을 충분히 구별해 내는데 성공하지 못하였다.



1854년 Hagen의 실험결과표

Hagen은 유리관을 사용하여 부유 입자를 관측할 수 있도록 하고 물이 한쪽 상태에서 다른 쪽으로 빨리 옮겨 가도록 물을 가열하면서 그 두 가지의 흐름 형태의 차이점에 대한 자신의 질문을 계속하였다. 이 실험들은 1854년 논문 “Ueber den Einfluss der Temperatur auf die Bewegung des Wassers in Röhren”에 기술되어 있으며 다음은 거기서 발췌된 것이다 [11]

:

내가 흐름을 계속 관찰해 오면서 나는 그 모습이 언제나 일정하지 않음을 알았다. 낮은 온도에서는 그것은 마치 고체 유리 막대기처럼 움직이지 않는다. 반면에 물이 가열되면 짧은 주기의 요동이 관측되며 이 요동은 열이 점점 더 가해짐에 따라 감소하지만 최대로 높은 온도에서도 완전히 없어지지 않는다.....

실험을 반복해보면 같은 현상이 발생한다. 그리고 도해적으로 요약을 하면, 가장 큰 요동은 언제나 속도가 증가하는 온도에 따라 감소하는 곡선부에서 발생하는 것을 알았다.

..... 내가 유리관으로 실험한 특별한 관측은 두가지 형태의 거동을 아주 명료하게 보여 주었다. 튕박을 물에 뿌렸을 때 그것은 낮은 압력에서는 측방향으로만 움직였지만, 높은 압력에서는 사방으로 가속을 받았고 종종 소용돌이 운동으로 들어 왔다.

그는 마침내 저항에 대한 측정치를 난류에서 다음과 같은 식으로 연관시킬 수 있었다.

$$h \sim \rho L \frac{V^{1.75}}{D^{1.25}}$$

Hagen은 유체의 점성을 포함하는 일반적인 상사 매개변수를 고안하는 정도에는 도달하지 못하였지만 Osborne Reynolds의 공으로 돌리는 몇가지의 발견을 예견한 것은 확실하다.



Jean Louis Poiseuille

저항력 실험을 먼저한 것에 자체의 선행에 대한 Hagen의 정당한 주장에 대해서는 불행하다고 하겠으나 Jean Louis Poiseuille (1799-1869)에 의해서 거의 동시대에 파리에서 광범위한 조사가 이루어 졌다. Poiseuille는 공학자가 아니라 실험 생리학에 관심을 갖고 있던 물리학자였다. 1828년에 시작된 일련의 논문에서 그는 심장의 박동력, 정맥과 모세 혈관에서의 피의 움직임, 그리고 관을 통한 흐름에 대한 저항 등에 관한 그의 연구를 하였다. 이들 중 마지막 논문은 1841년 Comptes Rendus of the Académie des Sciences에 “Recherches expérimentales sur le

mouvement des liquides dans les tubes de très petits diamètres”라는 제목으로 처음 발표되었다. 이 논문의 어느 곳에서도 Poiseuille는 이 분야에서 Hagen의 연구에 의한 지식을 언급하지 않았다. 그러나 다행히 관의 선택 직경(0.029 ~ 0.142 mm)때문에 관 길이가 직경의 100배 이하이고 수두가 6 mHg보다 큰 경우에도 입구와 출구의 효과는 무시할만한 것이 되었다. Poiseuille의 측정은 아마도 Hagen보다 더 정확했는데, 다음 실험식을 유도했는데

$$Q = B(1 + \alpha T + \beta T^2) \frac{hD^2}{L}$$

이는 (Poiseuille가 계산한 7-자리 계수로서) 현재의 값과 0.5 % 이내에서 일치한다. 그의 논문을 검토한 위원회는 그에게 에테르와 수은으로 보충적인 실험을 할 것을 권고했다. 에테르에 의한 실험은 비슷한 함수관계를 산출하였지만 수은에 의한 비확정적인 소수의 실험은 그렇지 않았으며, 그로부터 유리를 적시지 않는 수은은 다른 저항 법칙을 따른다고 하는 믿음(1870년에 Warburg에 의해 실험적으로 논박된)이 아직도 남아 있다.

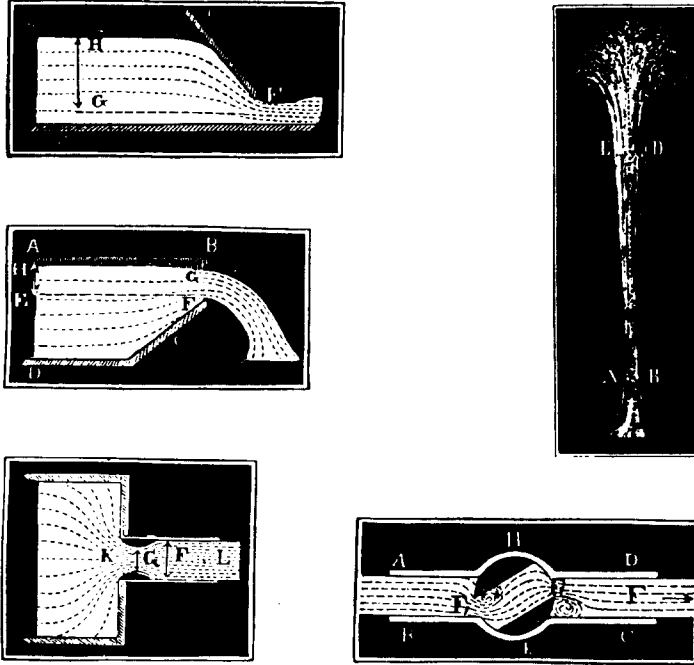
여기서 소위 Poiseuille 법칙에 대한 정확한 해석적인 유도는 1858-1860에 Königsberg의 물리학자 Franz Neumann (1798-1895)과 Basel의 Eduard Hagenbach (1833-1910)에 의해 독립적으로 이루어질 때까지는 성취되지 않았다는 것을 지적되어야 할 것이다. 이 두 사람은 점성 그 자체를 다루었으며, 속도에 대해 포물형 분포를 유도하였고, 운동에너지에 의한 보

정을 하였다. 그 보정에 대해서 Hagenbach의 계산은 가끔 오류가 있었고 Neumann은 없었지만, 종종 Hagenbach 보정이라고 불리운다. 게다가 Poiseuille를 쫓아서 층류에 대한 저항 법칙을 최종적으로 명명한 사람은 Hagen이라기보다는 Hagenbach인 것으로 보이며 이러한 칭호의 문제는 아직도 존속한다.

Jean Francois d'Aubuisson de Voisins (1769-1841)는 때때로 수리학에 대한 첫 번째의 교훈적인 논문으로 1834년에 파리에서 출간된 "Traité de l'hydraulique à l'usage des ingénieurs"를 쓴 것으로 알려지고 있는데, 이 논문은 영어와 독일어로 번역되었으며 몇차례의 개정판을 내었다. 그러나 그 책이 당시의 상황을 훌륭하게 반영하였다고 해도, 계속적으로 확장하고 있던 주제에 대하여 빠르게 발전해 가는 일련의 책들 중의 하나였을 뿐이다. d'Aubuisson은 또한 종종 현재 형태의 저항식을 처음 쓴 것으로 인정되고 있다. 그러나 공정하게 이야기할 수 있는 것은 그가 (그 전의 사람들이 그리하였듯이) 속도의 첫 번째 멱승은 두 번째와 비교하여 무시될 수 있다는 것을 인지하였다는 것이다.

수리학의 발전에 훨씬 커다란 영향을 준 논문은 10년 후에 Julius Weisbach (1806-1871)가 쓴 것이다. Weisbach는 Saxony 출신으로 Freiberg, Göttingen 그리고 Vienna 등에서 공부하였으며 Freiberg 광산 학교에서 응용수학 교수가 되었다. Weisbach의 주된 관심은 수리학과 측지학에 있었으며 이 두 분야에 대해서 광범위하게 출간하였다. 그러나 그의 탁월한 업적은 포괄적인 3권의 책자인 "Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen- Mechanik"로서 이 책은 1845년에 첫 판이 나왔으며 계속적으로 그 내용이 확장되었고 프랑스어를 제외한 다른 나라 말로 번역되었다.

만약 Bossut가 유체역학을 공학 교과목으로 도입한 사람이라면 이를 현대화하고 공학역학의 완전한 부분으로 만든 것은 Weisbach였다. 이론 역학은 다음과 같은 7개의 절로 구성되어 있다. 즉: 운동의 수학적 이론; 운동의 물리 과학; 강체의 정역학; 물체의 탄성과 강도; 강체 동역학; 유체 동역학 등을 다루었다. 유체 동역학은 그가 가장 좋아하는 것이었지만 이것이 취급분량에서 불균형을 이루지는 않았다. 그렇지만 그 책의 유체 부분은 이후의 많은 교과서의 형태를 결정하였으며- 그 흔적은 오늘날에도 확연하다. 그 제재는 확실히 hydrodynamic 이라기보다 수리학에 가까웠으며 이는 Weisbach가 공학적인 응용을 기도하였기 때문이다. 제 13장의 표제는 다음과 같다: 용기내 물의 평형과 압력; 물과 다른 물체의 평형; 물의 분자적 운동; 공기의 평형과 압력; 유출 이론; 분류의 축소; 관을 통한 물의 흐름; 확대부와 축소부의 저항; 변동 압력 하에서의 유출; 공기와 다른 유체의 유출; 운하와 강에서의 흐름; 물의 측정; 유체의 충격과 저항. 모든 절은 목판 그림으로 풍부하게 예시되었으며(이후의 저자들이 종종 이를 빌리거나 복사함) 흐름의 형태에 대한 날카로운 통찰을 보여주고 있다. 그리고 각 절의 처리가 완벽해서 (아마도 어느 정도의 자료의 변동을 수반하면) 금세기의 많은 수리 교과서를 능가할 정도이다.



대표적인 Weisbach의 실험결과

Weisbach는 구할 수 있는 가장 좋은 실험 자료를 도입하였을 뿐만 아니라, 많은 경우에 자신의 실험 결과로 보충하였다. 그의 원자료 중에는 이후에 더 이상 개선됨이 없이 아직도 사용되고 있는 것도 있다. 그는 무차원 계수의 확고한 제안자였으며 이후 수십 년동안 이것이 강조된 것은 아마도 그의 영향일 것이다. 예를 들면 그는 관에 대한 저항식을 처음으로 다음과 같이 표현하였다.

$$h = \zeta \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

여기서 그는 때때로 다음과 같은 형태의 Prony 식

$$h = \left(\frac{a}{V} + b \right) \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

을 단순히 축소하였다는 비난을 듣기도 하지만, 그가 계수 ζ 는 속도만이 아니라 직경과 벽 재질에 따라 변동한다는 것을 발견하였다는 것에 주목하여야 한다. 또한 그는 Chézy 식의 Prony 형태

$$V = \sqrt{\frac{A}{\zeta LD} 2gh}$$



Julius Weisbach

를 연상시키는 모양으로, 개수로 흐름에서 사용하도록 그의 식을 다시 쓰면서 ζ 가 속도에 따라서만 변한다고 믿는 Prony의 선도를 따랐다. Weisbach는 또한 접근속도를 포함하도록 위어 공식을 확대함으로써 (1841년) 수리학에 기여하였다:

$$q = \frac{2}{3} C_c \sqrt{2g} \left[\left(h + \frac{V^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(\frac{V^2}{2g} \right)^{3/2} \right]$$

V를 결정하기 위해서는 연속적인 근사가 필요하므로 그는 나중에 Bazin에 의해 개선된, 실험식을 제안하였다.

$$q = \frac{2}{3} C_c \sqrt{2g} \left[1.04 + 0.37 \left(\frac{h}{h+w} \right)^2 \right] h^{3/2}$$

무엇보다도 Bernoulli 식의 적용을 요즈음 형태로 보급시킨 사람은 Weisbach인 것으로 보이며 -이는 19세기 전반세기 수리학의 고찰에 대한 적절한 끝맺음 말이 될 것으로 생각된다.

참고문헌

- [1] Coulomb, C.A. de, "Expériences destinées à déterminer la cohérence des fluides et les lois de leur résistance dans les mouvements très lents," Mémoires de l'Institut National des Sciences et Arts, Vol. 3, 1800.
- [2] PRONY, R. de, Recherches physico-mathématiques sur la théorie des eaux courantes, Paris 1804.
- [3] Airy, G.B, "Tides and Waves," Encyclopaedia Metropolitana, London, 1864
- [4] Crozet-Fourneyron, M, Invention de la Turbine, Paris, 1924.
- [5] Keator, F. W., "Benoît Fourneyron," Mechanical Engineering, Vol.61, No.4, 1939.
- [6] Vauthier, P., "Note sur la correction que M. l'Ingénieur en chef Coriolis propose de faire subir à la formule du mouvement permanent des eaux courantes pour tenir compte des différences de vitesse des molécules fluides aux divers points d'une même section transversale," Mémoires, Annales des Ponts et Chaussées, Vol. 12,

1836.

- [7] Jouguet, E., "Indications historiques sur l'application des lois de la similitude mécanique. au mouvement des fluides," Comptes Rendus des Travaux de la Société Hydrotechnique de France,, NO. 26, 1924.
- [8] Reech, F., Cours de mécanique d'après la nature généralement flexible et élastique des corps, Paris, 1852.
- [9] Bourne, J., A Treatise on the Screw Propeller, with Various Suggestions of Improvement, London, 1852.
- [10] Hagen, G. H. L., "Ueber die Bewegung des Wassers in engen cylindrischen Röhren," Poggendorfs Annalen der Physik und Chemie, Vol. 16, 1839..
- [11] Hagen, G. H. L., "Ueber den Einfluss der Temperatur auf die Bewegung des Wassers in Röhren," Mathematische Abhandlungen der Akademie der Wissenschaften zu Berlin (1854), 1855.
- [12] Schiller, L., Drei Klassiker der Strömungslehre: Hagen, Poiseuille, Hagenbach, Leipzig, 1933.
- [13] Weisbach, J., Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, 2nd. edition, Braunschweig, 1850; translated by E.B. Coxe as A Manual of the Mechanics of Engineering, London, 1877.