

유량 보존 경계 조건을 적용한 커넥팅 로드 베어링의 EHL 해석

김병직 · 김경웅
한국과학기술원 기계공학과

EHL Analysis of Connecting Rod Bearings Using Mass-Conserving Boundary Condition

Byung-Jik Kim · Kyung-Woong Kim
Department of Mechanical Engineering, KAIST

Abstract – Reynolds equation, which describes behavior of fluid film in journal bearing, basically satisfies mass conservation. But, boundary conditions usually used with this equation, e. g. half Sommerfeld or Reynolds boundary conditions, cannot fulfill this natural law of conservation. In the case of connecting rod bearing, where applied load is dynamic and its magnitude is relatively large, such unrealistic boundary conditions have serious influence on calculation results, especially on lubricant flow rate or power dissipation which are important parameters in thermal analysis. Another important factor in the analysis of connecting rod bearing is elastic deformation of bearing support structure which is relatively flexible. In this paper, EHL analysis of connecting rod bearing is performed using mass-conserving boundary condition. Elastic deformation of bearing support structure and application of mass-conserving boundary condition have significant effects on the performances of connecting rod bearing.

Key words – connecting rod bearing, dynamic loading, EHL, mass-conserving boundary condition

1. 서론

레이놀즈 방정식은 본질적으로 유량 보존을 만족하지만, 이 방정식과 함께 널리 사용되는 하프 좀머펠트 또는 레이놀즈 경계 조건은 그렇지 못하다. 이들 경계 조건은 유량의 연속이라는 기본적인 법칙을 위반하고 있지만, 유막 두께나 압력의 계산에 미치는 영향이 비교적 크지 않기 때문에, 일반적인 베어링의 해석에 많이 이용되고 있다.

그러나 커넥팅 로드 베어링에서와 같이 베어링에 가해지는 하중의 크기가 비교적 크고, 또 하중의 크기와 방향이 시간에 따라 변화하여 캐비테이션 경계의 계속적인 이동을 유발하는 경우에는, 유막 두께나 압력의 계산에 미치는 경계 조건의 영향이 더 커지게 된다. 또한 유막의 온도 변화를 결정하는데 필요한 유량이나 마찰 동력 손실 등의 계산에 큰 영향을 주게 되므로, 커넥팅 로드 베어링의 해석에 유량 보존 경계 조건을 적용하는 것은 필수적이다.

한편, 커넥팅 로드 베어링의 비교적 유연한 지지 구조는 유막 압력에 의해 탄성 변형을 일으킬 수 있다. 이 탄성 변형은 베어링 틈새의 크기와 비교될 정도로 크고, 따라서 커넥팅 로드 베어링의 압력 및 유막 두께 분포 등에 큰 영향을 준다.

본 연구에서는 유량 보존 경계 조건을 적용하고, 베어링 지지 구조의 탄성 변형 등을 고려하여, 커넥팅 로드 베어링의 설계에 적용 가능한 성능 해석 방법을 제시하고자 한다.

2. 해석 방법

2-1. 문제의 정의

커넥팅 로드 베어링이 받는 하중은 그 크기와 방향이 시간에 따라 변화하며, 이에 따라 축 중심도 주기적으로 운동하게 된다. 따라서 해석하고자 하는 문제는, 베어링의 형상, 윤활제의 성질, 시간에 따른 하중의 크기 및 방향 변화, 축과 베어링의 회전 속도, 그리고 유막 압력과 베어링 면의 탄성 변형 사이의 관계식으로부터 매순간의 유막 압력 분포와 축 중심의 궤적을 구하는 것이 된다.

2-2. 2상 혼합물 모델

캐비테이션 경계에서의 유량 보존을 만족하기 위하여 유막을 액체와 기체/증기의 2상 혼합물로 가정한다[1, 2]. 압력 발생 영역의 액체는 비압축성으로, 캐비테이션 영역의 기체/증기는 압축성으로 가정하였다. 2상 혼합 윤활제의 밀도와 점도는 다음과 같이 두 상 사이의 적당한 값을 갖는다고 가정한다.

$$0 \leq \rho \leq \rho_{liq} \quad (1)$$

$$0 \leq \mu \leq \mu_{liq} \quad (2)$$

두 물성 사이의 관계는 다음과 같이 가정한다.

$$\mu/\mu_{liq} = \rho/\rho_{liq} \quad (3)$$

2-3. 유막 영역

유막 영역을 밀도의 값을 기준으로 완전 영역($\rho = \rho_{liq}$)과 불완전 영역($\rho < \rho_{liq}$)으로 나눌 수 있다. 완전 유막 영역은 밀도 변화율에 따라서

다시 영역 A ($\partial p/\partial \alpha = 0$, $p \geq p_{cav}$)와 영역 B ($\partial p/\partial \alpha < 0$, $p = p_{cav}$)로 나눌 수 있다. Table 1에 각 유막 영역의 특징을 요약하였다.

2-4. 지배 방정식

2-4-1. 레이놀즈 방정식

2상 혼합물 윤활제의 밀도와 유막 압력은 다음의 레이놀즈 방정식으로부터 구할 수 있다.

$$f_1 = \nabla \cdot \left(\frac{\rho h^3}{12\mu} \nabla p \right) - \nabla \cdot (\rho h \mathbf{U}) + \frac{\partial}{\partial \alpha} (\rho h) = 0 \quad (4)$$

이 때 구해지는 밀도와 압력은 Table 1의 상 변화 구속 조건을 만족하여야 한다. 밀도와 압력의 계산을 위해서는, 밀도에 대한 초기 조건과, 밀도와 압력에 대한 경계 조건이 필요하다.

베어링 면의 탄성 변형량은 베어링 지지 구조 자체의 크기와 비교하면 충분히 작은 값이므로, 선형 탄성 이론을 적용하여 압력 p 에 의한 탄성 변형량 h_p 를 다음과 같이 쓸 수 있다[3].

$$h_p = Lp \quad (5)$$

여기서 L 을 선형 컴플라이언스 연산자라고 하고, 그 값은 상수이다. 따라서 베어링 면의 탄성 변형을 포함한 전체 유막 두께 h 와 그 시간 변화율은 다음과 같이 된다.

$$h = h_0 + h_p = C - e_x \cos \theta - e_y \sin \theta + Lp \quad (6)$$

$$\frac{\partial h}{\partial \alpha} = \dot{h} = -\dot{e}_x \cos \theta - \dot{e}_y \sin \theta + L\dot{p} \quad (7)$$

식 (6)과 (7)을 대입하면 레이놀즈 방정식 (4)는 압력 p 에 대한 비선형 방정식이 된다. 일반적으로 커넥팅 로드 베어링의 경우 최대 유막 압력이 수에서 수십 MPa 정도이므로, 압력에 따른 점도의 변화는 무시한다. 즉, μ_{in} 는 상수이다.

2-4-2. 운동 방정식

매 순간의 축 중심의 위치와 속도를 구하기 위해서는 축 중심의 운동 방정식이 필요하다. 축의 관성을 무시하고 생각하면, 축 중심의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$f_2 = \int p \cos \theta R d\Omega - W_x = 0 \quad (8)$$

$$f_3 = \int p \sin \theta R d\Omega - W_y = 0 \quad (9)$$

이 때 축 중심의 위치 e_x 와 e_y 만을 미지수로 생각하고, 축 중심의 속도는 이전 스텝 및 현재의 축 중심의 위치로부터 다음과 같이 근사적으로 표현한다.

$$\dot{e}_x(t) = \frac{e_x(t) - e_x(t - \Delta t)}{\Delta t} \quad (10)$$

$$\dot{e}_y(t) = \frac{e_y(t) - e_y(t - \Delta t)}{\Delta t} \quad (11)$$

마찬가지로, 식 (7)에 나타난 압력의 시간 변화율도 다음과 같이 표현한다.

$$\dot{p}(t) = \frac{p(t) - p(t - \Delta t)}{\Delta t} \quad (12)$$

2-5. Newton-Raphson 법

비선형 지배 방정식 (4), (8)과 (9)의 k 번째 시험 해를 $p^{(k)}$, $e_x^{(k)}$, $e_y^{(k)}$ 라고 하면, $k+1$ 번째 해는 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} p^{(k+1)} &= p^{(k)} + \Delta p^{(k)} \\ e_x^{(k+1)} &= e_x^{(k)} + \Delta e_x^{(k)} \\ e_y^{(k+1)} &= e_y^{(k)} + \Delta e_y^{(k)} \end{aligned} \quad (13)$$

이 때 $f_i(p^{(k)}, e_x^{(k)}, e_y^{(k)})$ 를 $f_i^{(k)}$ 라고 쓰면, $p^{(k)}$, $e_x^{(k)}$, $e_y^{(k)}$ 의 보정치 $\Delta p^{(k)}$, $\Delta e_x^{(k)}$, $\Delta e_y^{(k)}$ 는 다음과 같은 $f_i^{(k)}$ 의 일차 테일러 전개를 이용하여 구할 수 있다.

$$f_i^{(k+1)} = f_i^{(k)} + f_i^{(k)'} \Delta p^{(k)} + \frac{\partial f_i^{(k)}}{\partial e_x} \Delta e_x^{(k)} + \frac{\partial f_i^{(k)}}{\partial e_y} \Delta e_y^{(k)} \quad (14)$$

여기서

$$f_i^{(k)'} \Delta p^{(k)} = \left. \frac{d}{d\varepsilon} f_i(p^{(k)} + \varepsilon \Delta p^{(k)}, e_x^{(k)}, e_y^{(k)}) \right|_{\varepsilon=0} \quad (15)$$

구하고자 하는 해는 $f_i = 0$ 을 만족하므로 이 해를 찾기 위해서 식 (14)의 좌변을 0으로 놓는다. 이를 행렬 형태로 나타내면,

$$\begin{Bmatrix} f_1^{(k)} \\ f_2^{(k)} \\ f_3^{(k)} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_1^{(k)'} & \partial f_1^{(k)} / \partial e_x & \partial f_1^{(k)} / \partial e_y \\ f_2^{(k)'} & \partial f_2^{(k)} / \partial e_x & \partial f_2^{(k)} / \partial e_y \\ f_3^{(k)'} & \partial f_3^{(k)} / \partial e_x & \partial f_3^{(k)} / \partial e_y \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta p^{(k)} \\ \Delta e_x^{(k)} \\ \Delta e_y^{(k)} \end{Bmatrix} = \mathbf{0} \quad (16)$$

식 (16)으로부터 k 번째 시험 해에 대한 보정치를 얻을 수 있다.

Newton-Raphson 법의 수렴성 향상을 위하여, 길이는 베어링 반경 R , 압력은 베어링 지지 구조의 탄성 계수 E , 그리고 시간은 μ_0/E 로 무차원화하였다. 즉,

$$\Delta P = \Delta p / E \quad (17)$$

$$\Delta E_x = \Delta e_x / R \quad (18)$$

$$\Delta E_y = \Delta e_y / R \quad (19)$$

이며, 해의 수렴 조건은 다음과 같다.

$$\frac{\sum_{i=1}^n |\Delta P_i^{(k)}| + |\Delta E_x^{(k)}| + |\Delta E_y^{(k)}|}{\sum_{i=1}^n |P_i^{(k)}| + |E_x^{(k)}| + |E_y^{(k)}|} \leq 5 \times 10^{-5} \quad (20)$$

2-6. 유량 보존 경계 조건

Table 1의 상 변화 구속 조건을 만족하는 압력

과 밀도를 구하는 과정은 다음과 같다.

임의의 순간에 주어진 ρ 의 분포로부터 영역 1과 2를 구분할 수 있다. 영역 1을 1A와 1B로 적당히 구분한 후, 영역 1A 위에서 레이놀즈 방정식을 풀어 압력을 구한다. 만약 캐비테이션 압력보다 작은 압력이 발생하는 절점이 있으면 이 절점들을 모두 1B 영역으로 치환한다. 1B 영역 위의 절점에 대해서 $\dot{\rho}$ 을 계산하고, 만약 $\dot{\rho}$ 이 0보다 크거나 같은 절점이 있으면 이 절점들을 모두 영역 1A로 치환한다. 영역 1A와 1B에서 모두 제한 조건을 만족할 때까지 위의 과정을 반복한다.

Fig. 1은 본 계산 과정의 흐름도이다.

2-7. 지배 방정식의 이산화

유막 영역 Ω 를 m 개의 노드를 갖는 적당한 크기의 요소를 이용하여 모두 n 개의 노드를 갖도록 분할하면, 유막 영역 내의 Δp 를 n 개 노드에서의 값과 n 개의 보간 함수를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다..

$$\Delta p = \sum_{i=1}^n \Delta p_i N_i(x, z) \quad (23)$$

식 (23)을 식 (16)에 대입하고, 이 중 f_1 에 대한 식에 Galerkin 법을 적용하여

$$\int_{\Omega} \left[f_1 + f_1' \Delta p + \frac{\partial f_1}{\partial e_x} \Delta e_x + \frac{\partial f_1}{\partial e_y} \Delta e_y \right] N_i d\Omega = 0, i=1, n \quad (24)$$

로부터 n 개의 미지수 Δp_i 를 결정할 수 있다.

2-8. 계수 행렬

식 (16)의 행렬 방정식을 위의 방법을 이용하여 이산화하면 다음과 같이 된다.

$$[k]\{x\} = \{q\} \quad (25)$$

여기서 미지수 벡터 $\{x\}$ 는 다음과 같이 표시되는 $(n+2)$ 벡터이다.

$$\{x\} = \{\Delta p \quad \Delta e_x \quad \Delta e_y\}^T \quad (26)$$

또한 $[k]$ 는 $(n+2) \times (n+2)$ 행렬, $\{q\}$ 는 $(n+2)$ 벡터이고, 그 요소들은 다음과 같다.

$$k_{ij} = - \int_{\Omega} \left[\frac{\rho h^2}{12\mu} (3LN_i \nabla p + h \nabla N_i) \cdot \nabla N_j + \left\{ U \frac{\partial(\rho LN_i)}{\partial x} + \frac{\rho LN_i}{\Delta t} + \dot{\rho} LN_j \right\} N_i \right] d\Omega \quad (27)$$

$$q_i = \int_{\Omega} \left[\frac{\rho h^3}{12\mu} \nabla p \cdot \nabla N_i + \left\{ U \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} + \rho \frac{\partial h}{\partial t} + \dot{\rho} h \right\} N_i \right] d\Omega \quad (28)$$

$$k_{i,n+1} = \int_{\Omega} \left[\frac{3\rho h^2}{12\mu} \cos \theta \nabla p \cdot \nabla N_i + \left(U \frac{\partial(\rho \cos \theta)}{\partial x} + \frac{\rho \cos \theta}{\Delta t} + \dot{\rho} \cos \theta \right) N_i \right] d\Omega \quad (29)$$

$$k_{i,n+2} = \int_{\Omega} \left[\frac{3\rho h^2}{12\mu} \sin \theta \nabla p \cdot \nabla N_i + \left(U \frac{\partial(\rho \sin \theta)}{\partial x} + \frac{\rho \sin \theta}{\Delta t} + \dot{\rho} \sin \theta \right) N_i \right] d\Omega \quad (30)$$

$$k_{n+1,i} = \int_{\Omega} N_j \cos \theta d\Omega \quad (31)$$

$$k_{n+2,i} = \int_{\Omega} N_j \sin \theta d\Omega \quad (32)$$

$$q_{n+1} = W_x - \int_{\Omega} p \cos \theta d\Omega \quad (33)$$

$$q_{n+2} = W_y - \int_{\Omega} p \sin \theta d\Omega \quad (34)$$

$$k_{n+1,n+1} = k_{n+1,n+2} = k_{n+2,n+1} = k_{n+2,n+2} = 0 \quad (35)$$

베어링 면의 접선 방향 운동에 의한 하류로의 유량 전달을 표현하기 위해 식 (27)과 (28)의 전단 유동항을 다음과 같이 나타내었다.

$$\int_{\Omega} U \frac{\partial(\rho LN_i)}{\partial x} N_j d\Omega = -U_i \int_{\Omega} \rho LN_j N_i \frac{\partial N_i}{\partial x} d\Omega \quad (36)$$

$$\approx -\rho_i U_i \int_{\Omega} LN_j N_i \frac{\partial N_i}{\partial x} d\Omega$$

$$\int_{\Omega} U \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} N_j d\Omega = -U_i \int_{\Omega} \rho h N_j \frac{\partial N_i}{\partial x} d\Omega \quad (37)$$

$$\approx -\rho_i U_i \int_{\Omega} h N_j \frac{\partial N_i}{\partial x} d\Omega$$

여기서 k 는 요소 내에서 가장 상류 쪽에 위치한 노드이다. 또, 밀도 변화에 의한 유량 손실율은 다음과 같이 나타내었다.

$$\int_{\Omega} \dot{\rho} LN_j N_i d\Omega \approx \frac{\dot{\rho}_i}{m} \int_{\Omega} LN_j d\Omega \quad (38)$$

$$\int_{\Omega} \dot{\rho} h N_j d\Omega \approx \frac{\dot{\rho}_i}{m} \int_{\Omega} h d\Omega \quad (39)$$

위의 근사적 표현으로부터 $\dot{\rho}_i$ 를 간단히 구할 수 있다. 스퀴즈 효과에 의한 유량 손실율은

$$\int_{\Omega} \frac{\rho LN_j N_i}{\Delta t} d\Omega \approx \bar{\rho} \int_{\Omega} \frac{LN_j N_i}{\Delta t} d\Omega \quad (40)$$

$$\int_{\Omega} \rho \frac{\partial h}{\partial t} N_j d\Omega \approx \bar{\rho} \int_{\Omega} \frac{\partial h}{\partial t} N_j d\Omega \quad (41)$$

압력을 이산화하여 n 개 노드에서의 값 p_i 로 나타낼 경우, 압력에 의한 베어링 면의 탄성 변형량을 나타내는 컴플라이언스 연산자는 $n \times n$ 행렬이 된다. 따라서,

$$LN_j \cong \sum_{k=1}^n L_{kj} N_j \quad (42)$$

2.9. 동력 손실과 축 방향 유량

동력 손실은[4]

$$H \equiv H_{\text{Conetic}} + H_{\text{Poiseuille}} \geq 0 \quad (43)$$

여기서

$$H_{\text{Conetic}} = \int_{\Omega} \frac{\mu}{h} (\Delta U)^2 d\Omega \geq 0 \quad (44)$$

$$H_{\text{Poiseuille}} = \int_{\Omega} \frac{h^3}{12\mu} \nabla p \cdot \nabla p d\Omega \geq 0 \quad (45)$$

축 방향 유량은

$$Q_{z, \cdot} = \frac{1}{\rho_{\text{liq}}} \int \frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{\cdot} dx = \frac{1}{\mu_{\text{liq}}} \int \frac{h^3}{12} \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{\cdot} dx \quad (46)$$

3. 계산 예제

Ruston & Hornsby 6VEB-X Mk III 4 행정 디젤 엔진의 커넥팅 로드 베어링(R&H 베어링)을 해석하였다. 이 베어링에는 원주 방향으로 급유홈이 있으며, 엔진이 600 rpm으로 운전될 때 이 베어링이 받는 하중은 Fig. 2와 같다[5]. 이 베어링의 해석을 위해 필요한 수치들은 Table 2에 나타나 있다[5, 6].

윤활 해석을 위해서 유막 영역을 원주 방향으로 60개, 길이 방향으로 11개의 등간격 노드를 사용하여 분할하였고, 3 노드 선형 삼각형 요소를 사용하였다.

베어링 면의 탄성 변형량을 구하기 위해서 커넥팅 로드 베어링의 지지 구조를 Fig. 3과 같이 링 형상으로 단순화하고, 평면 변형률 문제로 모델링하였다. 이 때에는 4 노드 선형 사각형 요소를 사용하였다. 링 상단부의 점이 표시된 노드는 로드와 연결된 부분으로, 여기에서는 탄성 변형이 발생하지 않는다고 생각하였다. 나머지 노드에서는 X축과 Y축 방향으로의 탄성 변형이 일어난다고 가정하고 그 크기를 계산하였으나, 유막 두께를 계산할 때에는 베어링 면 탄성 변형량의 반경 방향 성분만을 고려하였다.

Fig. 4는 계산된 축 중심의 궤적을 편심율을 이용하여 나타낸 그림이다. 크랭크 각 0°에서의 압력과 축 중심의 위치를 적당히 가정하고 계산을 시작하여, 720° 한 주기의 시작과 끝에서 이 값들이 일치할 때까지 몇 주기 동안 반복하여 계산하면 축 중심의 닫힌 궤적을 구할 수 있다. 탄성 해석의 경우 하단부에서 축 중심의 편심율이 1 이상으로 커지는 것을 볼 수 있다.

Fig. 5는 최대 유막 두께의 변화를 그린 그림이다. 최소 유막 두께는 크랭크 각 30°, 270°, 420°, 그리고 630° 근방에서 극소값에 이르고, 이 때마다 탄성 유체 윤활 해석에서의 최소 유막 두께

가 강체 베어링 해석에서보다 더 크다. 유량 보존 경계 조건을 적용한 경우에는 탄성이나 강체 해석 모두 최소 유막 두께가 대체적으로 더 작게 예측된다. 특히 크랭크 각 290°에서 430° 사이, 680°에서 720° 사이에서 두 결과의 차이가 크게 나타난다. Fig. 6의 최대 유막 압력 변화 그래프에서 탄성 해석 결과 강체 해석에서보다 최대 유막 압력이 전체적으로 더 작은 것을 볼 수 있다. 유량 보존 경계 조건을 적용한 경우에는 레이놀즈 경계 조건을 적용한 경우보다 최대 유막 압력이 더 크게 예측되며, 크랭크 각 270°와 690°에서 피크가 발생하는 것을 볼 수 있다.

Fig. 7은 동력 손실을 그린 그림이다. 유량 보존 경계 조건을 적용한 경우의 동력 손실이 레이놀즈 경계 조건을 적용한 경우보다 더 작은 값을 갖는다. Fig. 8은 외부로 방출되는 축 방향 유량의 변화를 보여 주고 있다. 이 값 역시 동력 손실과 마찬가지로 유량 보존 경계 조건을 적용한 경우에 더 작은 값으로 예측된다. 유량 보존 경계 조건을 적용하는 경우는 방출 유량과 공급 유량이 거의 같은 값을 갖는 데 반해 레이놀즈 경계 조건을 적용한 경우는 두 값이 상당한 차이를 보였다.

Table 3에 계산 결과를 요약하였다.

4. 결론

유량 보존 경계 조건을 적용한 커넥팅 로드 베어링의 탄성 유체 윤활 해석 방법을 제시하고, 해석을 수행하였다. 해석 결과 구한 베어링 성능은, 레이놀즈 방정식을 적용한 강체 해석의 결과와 큰 차이를 보였으며, 따라서 커넥팅 로드 베어링의 성능 해석에 있어서 베어링 지지 구조의 탄성 변형을 고려하고 유량 보존 경계 조건을 적용하는 것이 매우 중요하다.

기호

e	journal center position, m
h	film thickness, m
m	number of nodes per element
n	number of nodes
p	film pressure, Pa
p_{cav}	cavitation pressure, Pa
p_s	lubricant supply pressure, Pa
t	time, s
U	surface velocity average, m/s
ΔU	surface velocity difference, m/s
x	$R\theta$, m
z	axial coordinate, m
C	clearance, m
E	elastic modulus, Pa

- H power dissipation rate, N·m/s
 L bearing length, m
 linear compliance operator
 N shape function
 Q_z axial flowrate, m³/s
 R bearing radius, m
 W load, N
 X, Y rectangular coordinate system
 ε eccentricity ratio
 θ circumferential coordinate
 θ_2 crank angle, deg.
 μ mixture viscosity, Pa·s
 μ_{liq} liquid viscosity, Pa·s
 ρ mixture density, kg/m³
 ρ_{liq} liquid density, kg/m³
 Ω region, m²

참고 문헌

- Kumar, A., and Booker, J. F., "A finite element cavitation algorithm," Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 113, No. 2, pp. 276-286, 1991.
- Kumar, A., and Booker, J. F., "A finite element cavitation algorithm: application/validation," Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 113, No. 2, pp. 255-261, 1991.
- Rohde, S. M., "Thick film and transient elastohydrodynamic lubrication problems," Fundamentals of Tribology, edited by Suh, N. P., and Saka, N., MIT Press, pp. 1075-1101, 1978.
- Booker, J. F., "Basic equations for fluid films with variable properties," Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 111, No. 3, pp. 475-483, 1989.
- Campbell, J., Love, P. P., Martin, F. A., and Rafique, S. O., "Bearings for reciprocating machinery: a review of the present state of theoretical, experimental and service knowledge," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vol. 182, Pt. 3A, pp. 51-74, 1967-68.
- Xu, H., and Smith, E. H., "A new approach to the solution of elastohydrodynamic lubrication of crankshaft bearings," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vol. 204, No. C3, pp. 187-197, 1990.

Table 1 Film regions.

region	ρ	$\partial\rho/\partial\alpha$	p	description
1A	$\rho = \rho_{liq}$	$\partial\rho/\partial\alpha = 0$	$p \geq p_{cav}$	complete(A)
1B	$\rho = \rho_{liq}$	$\partial\rho/\partial\alpha < 0$	$p = p_{cav}$	complete(B)
2	$\rho < \rho_{liq}$		$p = p_{cav}$	incomplete

Table 2 Basic data of R&H bearing.

bearing	width per land	L	0.05715 m
	radius	R	0.1015 m
	clearance	C	82.55 μ m
lubricant	viscosity	μ_{liq}	0.015 Pa·s
	supply pressure	p_s	275.8 kPa
engine	crank length	l_2	0.1842 m
	connecting rod length	l_3	0.7823 m
support structure	outer radius	R_o	0.159 m
	inner radius	R_i	0.1015 m
	elastic modulus	E	214 GPa
	Poisson's ratio	ν	0.25

Table 3 Computation results.

	mass-conserving BC		Reynolds BC	
	elastic	rigid	elastic	rigid
h_{min} (μ m)	3.894	3.505	3.963	3.615
p_{max} (MPa)	32.72	37.48	30.93	34.50
H_{avg} (kW)	1.296	1.237	1.407	1.366
$Q_{zout,avg}$ (l/s)	0.04665	0.04110	0.06689	0.05962
$Q_{zin,avg}$ (l/s)	0.04900	0.04308	0.03387	0.02918

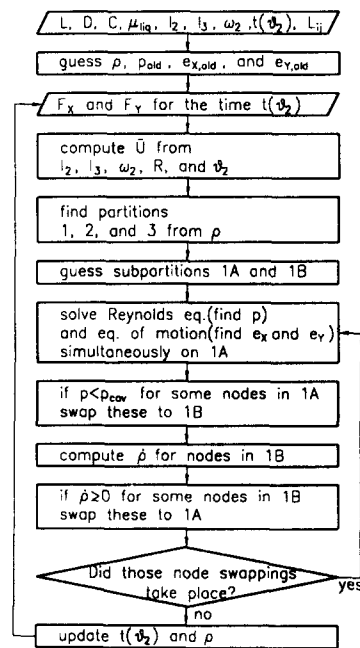


Fig. 1 Flowchart.

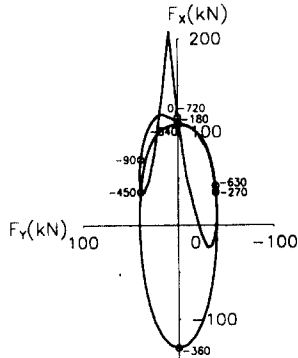


Fig. 2 Polar load diagram.

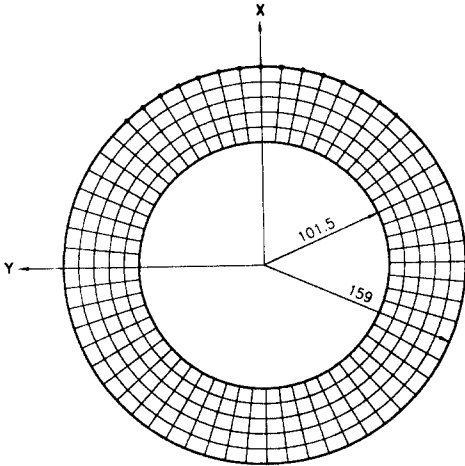
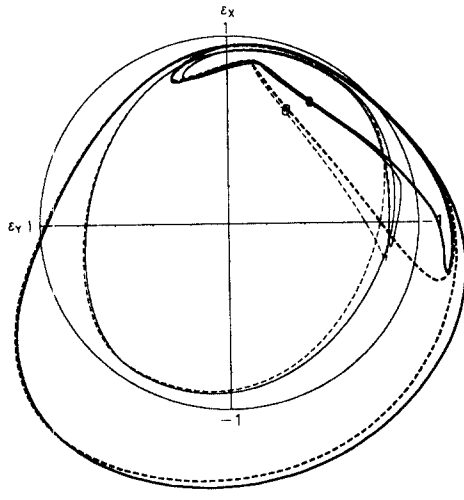


Fig. 3 Structural model.



- elastic, mass-conserving BC
- - - elastic, Reynolds BC
- · · rigid, mass-conserving BC
- · - rigid, Reynolds BC

Fig. 4 Journal center loci.

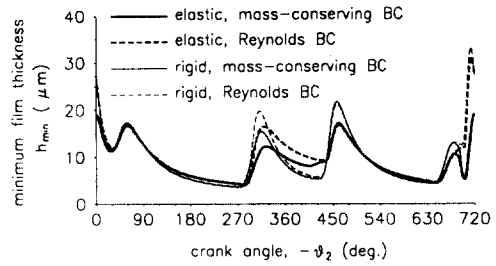


Fig. 5 Minimum film thickness variations.

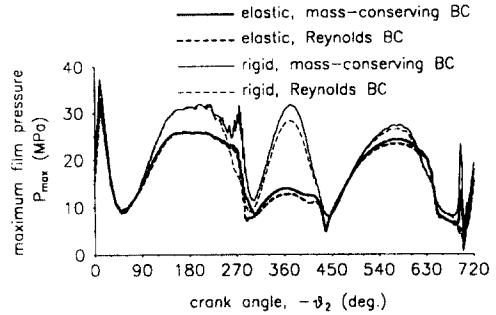


Fig. 6 Maximum film pressure variations.

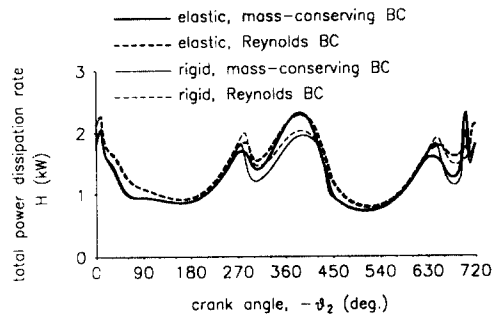


Fig. 7 Total power dissipation rates.

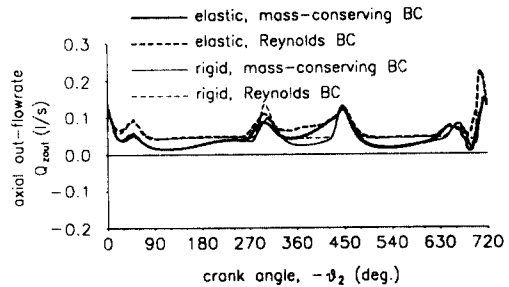


Fig. 8 Axial out-flow rates.