

외란을 받는 저널 베어링의 비선형 주파수 응답해석

노병후, 김경웅
한국과학기술원 기계공학과

Nonlinear Frequency Response Analysis of Hydrodynamic Journal Bearing Under External Disturbance

Byoung-Hoo Rho and Kyung-Woong Kim
Department of Mechanical Engineering, KAIST

Abstract - The traditional approach is to characterize the behavior and performance of fluid film hydrodynamic journal bearings by means of linearized bearing analysis. The objective of this paper is to examine the nonlinear characteristics of the journal bearing when an external sinusoidal shock is given to the system. The oil film force is obtained by solving the finite width Reynolds equation at each time step by the solution of the column method. Frequency response functions obtained from both linear and nonlinear bearing simulations are compared with each other.

Key Words - Frequency Response Function, Disturbance, Nonlinear Analysis, Hydrodynamic Journal Bearing

1. 서론

회전기계의 고속화 경향에 따라 고속안정성의 향상은 설계자에게 항상 관심의 대상이 되고 있으며, 이러한 관점에서 회전기계를 지지하는 베어링의 설계기술 발전은 곧 전체 시스템의 성능향상으로 이어져 오고 있다. 회전기계를 지지하는 베어링은 회전기계의 동력손실 및 안정성 그리고 안전성 등을 좌우하는 핵심부품중의 하나라고 할 수 있으며, 따라서 이에 대한 연구는 회전체 설계기술 확립을 위해 필수적이라 할 수 있다. 또한 산업의 발달은 기계의 고속, 고출력화를 끊임없이 요구하고 있으며, 세계 각국은 이러한 시대적 요청에 발 맞추어 고속, 고출력 회전기계의 설계능력 배양에 박차를 가하고 있는 실정이다. 더불어 회전체나 베어링의 어떠한 예기치 않은 외란에 대해서도 베어링 시스템의 보다 안전한 운전을 위해 베어링 시스템에 대한 적절한 방진기술 등이 요구되고 있는 실정이다. 그러나 고속, 고출력 회전기계의 요구특성에 부합되는 베어링의 설계기술은 이론해석뿐만 아니라 베어링 구조의 변경 등 날로 발전되고 있으나, 예기치 않은 어떠한 외란에 대해서도 충분히 안전하게 운전되도록 하는 베어링 시스템에

대한 방진기술은 단지 베어링 시스템에 대한 선형화 이론을 근거로 하여 설계하는 수준에 있다.

한편, 진원형 저널 베어링 및 타원형 그리고 텀팅 패드 그리고 플로팅 저널 베어링에 대한 정특성 및 동특성해석 그리고 고속안정성에 대한 해석은 상당한 진전을 보아왔으나, 그럼에도 불구하고, 아직까지 이들 베어링에 대한 비선형 진동특성이 이들 베어링의 운전특성에 미치는 영향들이 정성적 및 정량적으로 제시되지 않고 있는 실정이다. 따라서 베어링과 관련되는 문제점을 해결하고, 보다 고효율의 시스템을 개발하기 위해서는 상기 베어링들에 대한 비선형 진동특성에 대한 충분한 이해가 선행되어야 하는 설계기술의 확립이 시급한 실정이다.

Hori[2-3]등은 두 개의 베어링으로 지지되는 단순로터에 대하여 지진과 같은 저주파영역에서의 비선형 진동해석을 수행하여 축의 고유진동수 두 배 이상의 운전조건에서 작동하는 시스템에 대하여 지진과 같은 외란을 받을 때 안정영역에서 불안정영역으로 천이 되어짐을 보였으며, Choy[4]등은 축에 외란이 작용할 때 저널의 비선형 응답특성에 대한 주파수응답선도를 구하였으며 편심율이 작은 경우에 비선형 효과

가 크게 나타난다고 보고하였다. 그러나 시스템의 보다 안전한 운전을 위해서는 베어링에 외란이 작용하는 경우에 대하여도 저널의 비선형 진동특성이 규명되어야 할 것이다. 따라서, 본고에서는 진원형 저널 베어링에 대하여 일반적으로 널리 사용되고 있는 레이놀즈 경계조건을 적용함으로써 동 베어링에 대한 비선형 진동해석을 수행하여 베어링에 원치 않는 외란이 작용하는 경우에 베어링의 운전특성에 어떠한 영향을 미치는지를 분석하고, 향후 회전축 계의 비선형 진동해석에 대한 기초자료로 삼고자 하는데 있다.

2. 이론해석

2.1. 지배방정식

Fig. 1은 베어링의 단면이며, x, y 는 정지상태에서의 베어링의 중심을 원점으로 하는 고정좌표계이다. 이때 윤활면의 완전유막내에서 윤활제의 거동은 레이놀즈 방정식에 의해 지배되며, 윤활제의 비압축성 및 등온상태를 가정한 레이놀즈 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{R^2 \partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\mu \left(\omega_j \frac{\partial h}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial h}{\partial t} \right) \quad (1)$$

여기서, R 은 베어링반경, θ 는 원주방향 좌표, h 는 유막 두께, p 는 유막 압력, z 는 베어링 길이방향좌표, μ 는 점성계수, ω_j 는 저널의 회전수, 그리고 t 는 시간이다.

또한 Fig. 1과 같이 정적평형위치 주위를 맴도는 저널의 미소진동 ($\Delta x, \Delta y, \Delta \dot{x}, \Delta \dot{y}$)에 의한 윤활 틈새는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$h = h_0 + \Delta x \cos(\theta + \phi) + \Delta y \sin(\theta + \phi) \quad (2)$$

여기서, h_0 는 정적평형위치에서의 유막두께이며, 저널의 미소 진동에 의해 교란되는 압력의 크기를 정적평형위치로부터 테일러 전개 후 이의 섭동된 미소진동의 이차항 이상의 고차항을 무시하게 되면 유막내에 발생하는 압력은 다음과 같다.

$$p = p_0 + p_1 \Delta x + p_2 \Delta y + p_3 \Delta \dot{x} + p_4 \Delta \dot{y} \quad (3)$$

$$= p_0 + \frac{\partial p}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial p}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial p}{\partial \dot{x}} \Delta \dot{x} + \frac{\partial p}{\partial \dot{y}} \Delta \dot{y}$$

여기서, p_0 는 정적평형위치에서의 유막 압력값이고 p_1, p_2, p_3, p_4 는 식 (3)과 같은 저널의 미소진동에 의해 발생하는 섭동압력으로서 정적

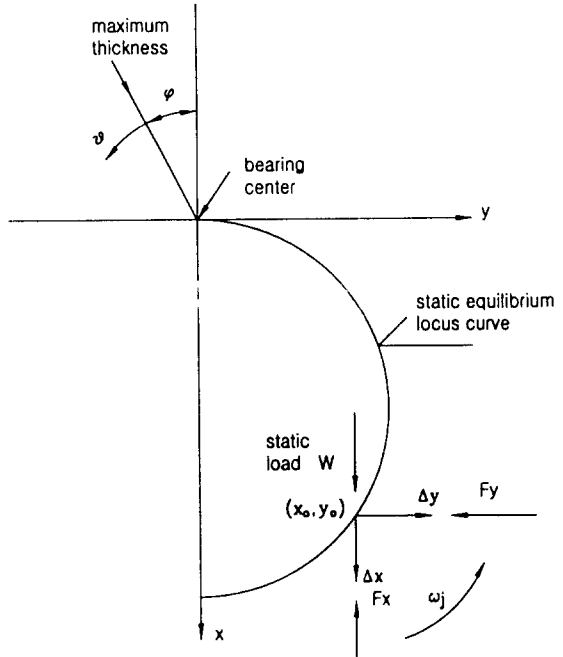


Fig. 1 Coordinate system

평형위치에서 전개된 값이다.

식 (2)와 식 (3)을 식 (1)에 대입함으로써 다섯 개의 독립적인 미분방정식이 얻어지며, 이로부터 정적평형위치에서의 압력 및 섭동압력들을 구할 수 있으며 이들 압력계산에 사용된 경계조건은 다음과 같다.

1) 베어링의 양 측면 및 공동영역에서는

$$p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = 0 \quad (4.a)$$

2) 윤활막의 처음과 끝에서는

$$p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = 0 \quad (4.b)$$

또한 본 해석에서는 베어링의 외란으로부터 발생하는 저널의 비선형해석이 주된 관심으로서 보다 빠른 수렴을 위하여 최대유막두께에서 압력을 영으로 하는 경계조건을 추가하였으며, 해석에 사용된 데이터는 다음과 같다.

$$R = 40(\text{mm}), \mu = 49(\text{cp}), L/D = 0.25, m = 20(\text{kg})$$

한편, Fig. 1과 같은 좌표계에서 저널의 정적평형위치 근방에서의 미소 진동에 대한 유막에 의한 반발력은 다음과 같이 선형화 할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \Delta F_{px} \\ \Delta F_{py} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{px} \\ F_{py} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} F_{px0} \\ F_{py0} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$= \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{y} \end{Bmatrix}$$

여기서, 하첨자 '0'는 정적평형상태를, 상첨자 '

는 시간미분을 의미하며, 감쇠계수와 강성계수는 다음과 같이 정의된다.

$$c_{ij} = \frac{\partial F_{pi}}{\partial \dot{x}_j}, k_{ij} = \frac{\partial F_{pi}}{\partial x_j}, i, j = x, y \quad (6)$$

앞서 구한 정적평형상태하의 압력 및 섭동압력을 적분함으로써 유막 압력변동으로 인한 힘 성분을 계산할 수 있으며, 이를 식 (5)에 대입함으로써 선형화 계수를 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} c_{xx} \\ c_{yx} \end{Bmatrix} = - \int_A p_3 \begin{Bmatrix} \cos(\theta + \phi) \\ \sin(\theta + \phi) \end{Bmatrix} R d\theta dz \quad (7.a)$$

$$\begin{Bmatrix} c_{xy} \\ c_{yy} \end{Bmatrix} = - \int_A p_4 \begin{Bmatrix} \cos(\theta + \phi) \\ \sin(\theta + \phi) \end{Bmatrix} R d\theta dz \quad (7.b)$$

$$\begin{Bmatrix} k_{xx} \\ k_{yx} \end{Bmatrix} = - \int_A p_1 \begin{Bmatrix} \cos(\theta + \phi) \\ \sin(\theta + \phi) \end{Bmatrix} R d\theta dz \quad (7.c)$$

$$\begin{Bmatrix} k_{xy} \\ k_{yy} \end{Bmatrix} = - \int_A p_2 \begin{Bmatrix} \cos(\theta + \phi) \\ \sin(\theta + \phi) \end{Bmatrix} R d\theta dz \quad (7.d)$$

여기서, A 는 적분영역으로서 압력발생구간의 의미한다.

이와 같은 섭동법에 의하여 베어링내의 유막층이 갖는 선형화계수를 구할 수 있으며, 이의 결과는 미소변위 및 미소속도를 가정하여 구하는 방법과 비교하였으며 Fig. 2에 나타내었다.

2.2. 선형진동해석

시스템의 선형진동해석을 하기 위해서는 먼저 주어진 시스템에 대한 모델링을 해야 한다. 여기서는 유막내에 발생하는 유막압력에 대하여 뉴턴-람슨법에 의해 정적평형위치를 구하고, 이의 위치에서 미소진동을 섭동시켜 얻어지는 섭동압력으로부터 유막을 강성과 감쇠의 네 개의 요소로 모델링 한 값을 구하였다. 여기서, 사용된 가정은 축과 베어링 마운팅은 강체이며, 축의 진동모드는 병진 모드이다. 베어링의 선형화된 모델로부터 베어링이 외란(변위)을 받는 경우에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_j \\ \ddot{y}_j \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_j \\ \dot{y}_j \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_j \\ y_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_b \\ \dot{y}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_b \\ y_b \end{Bmatrix} \quad (8)$$

여기서, m 은 축의 질량이며, 아래첨자 'j'는 저널, 'b'는 베어링을 의미하며, 저널의 중심좌표 x_j, y_j 는 초기 정적평형위치를 원점으로 하는 좌표계이다. 식 (8)과 같이 주어진 시스템의 외란에 대한 주파수 응답함수를 얻기 위해서는 외란을 받는 베어링의 변위를 임의의 진폭을 갖는 정현파 신호로 가정하였으며, 이에 대한 저널의

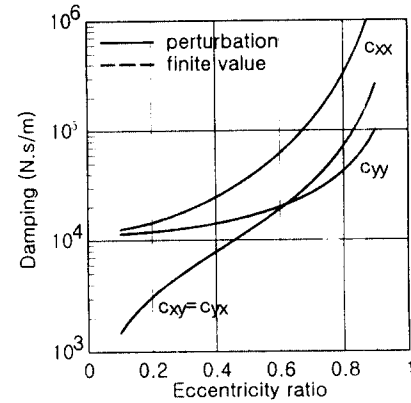
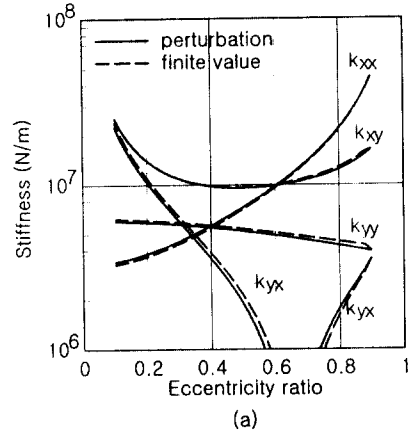


Fig. 2 Linearized dynamic coefficients

정상상태 응답도 동일 주파수의 정현파 신호로 가정하였다.

$$\begin{aligned} x_b &= X_b e^{i\omega t}, x_j = X_j e^{i\omega t} \\ y_b &= Y_b e^{i\omega t}, y_j = Y_j e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (9)$$

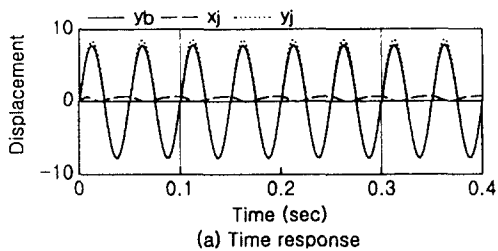
여기서, X_b, Y_b 는 베어링에 작용하는 외란의 진폭크기이며, X_j, Y_j 는 저널의 정상상태 응답신호를 나타내는 진폭과 위상차를 나타내는 복소수이다. 식 (6)을 식 (5)에 대입함으로써 최종적인 주파수 응답함수를 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} X_j \\ Y_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{xx} & R_{xy} \\ R_{yx} & R_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_b \\ Y_b \end{Bmatrix} = R \begin{Bmatrix} X_b \\ Y_b \end{Bmatrix} \quad (10)$$

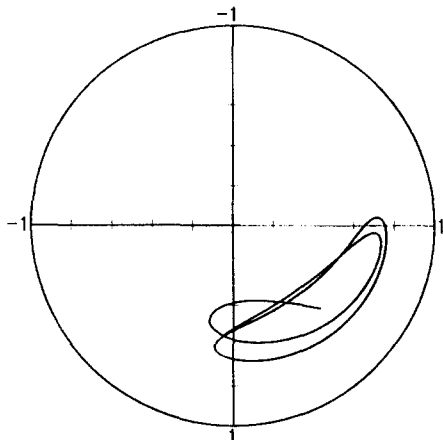
여기서, R 은 주파수 응답함수를 나타내는 행렬이며 네 개의 요소를 갖게 되며, 이들의 요소는 진폭비와 위상차에 대한 값을 나타내는 복소함수로서 아래와 같이 표현된다.

$$R = \{K - \omega^2 M + i\omega C\}^{-1} \{K + i\omega C\} \quad (11)$$

여기서, M, C, K 는 각 네 개의 요소를 갖는 질



(a) Time response



(b) journal locus

Fig. 3 Time response and journal locus

량, 감쇠 그리고 강성행렬이다.

2.3. 비선형 해석

비선형 해석은 주어진 지배방정식과 베어링에 가해지는 외란에 대하여 매 시간스텝마다 저널에 작용하는 유막압력에 기인하는 힘 성분으로부터 저널의 운동궤적을 구함으로써 얻어지며, 수치해석방법으로 뉴우턴-랩슨법에 의하여 저널의 정적평형위치를 구하고 유한차분법을 이용한 칼럼방법으로 유막압력을 구했으며, 이의 적분을 통하여 매 시간스텝마다 저널에 발생하는 힘 성분을 구한 후, 수정된 오일러 방법에 의하여 다음 시간스텝의 저널 운동 궤적을 구하였다. 이들 결과는 식 (11)에서 표현된 선형진동해석 결과와 비교하였다. 이의 비선형해석은 외란의 진동레벨을 고정시키고 주파수를 변화시키면서 해석하였으며, 베어링에 가해지는 진동의 크기를 증가시키면서 동일한 해석을 실시하였으며 외란의 작용방향은 x, y 방향으로 독립적으로 발생시키면서 저널의 응답을 해석하였다. 진폭비 응답은 베어링에 가해지는 외란의 진폭크기에

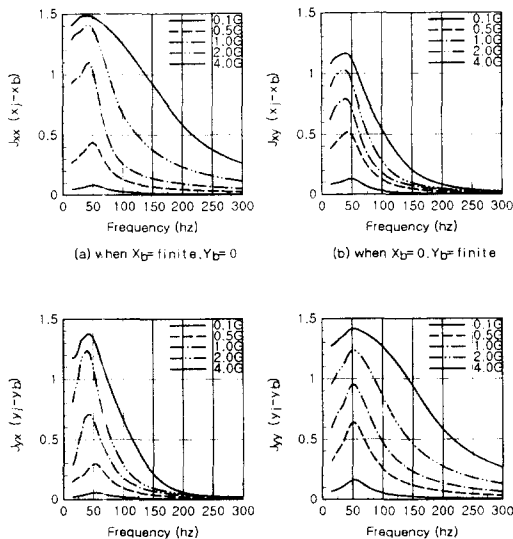


Fig. 4 Frequency response of journal

대한 저널의 정상상태 응답에서의 진폭크기의 비로써 나타내었다.

3. 결과

베어링 외란에 대한 저널의 비선형 진동해석은 운전속도를 변화시키면서 해석하였으며, 이는 선형진동해석 결과와 비교하였다. Fig. 3은 베어링의 정현파 신호의 외란에 대하여 저널의 시간 응답의 예를 보여주고 있으며, 이에 대응되는 저널의 베어링에 대한 시간궤적을 함께 보여주고 있다. 본 해석에서는 안정한계속도 이하에서의 비선형 주파수 응답선도를 얻기 위한 것으로서 베어링의 정현파 외란에 대해서 저널의 응답은 그림에서 보는 바와 같이 초기 과도상태에서 어떤 무한사이클을 형성하는 정상상태에 도달하게 된다. 베어링에 가해지는 외란의 크기를 주파수를 변동시키면서 동일한 가속도의 값을 갖는 진폭의 정현파 신호로 각각 x, y 방향으로 독립적으로 발생시켰으며, Fig. 4는 편심율이 0.5인 운전조건에서의 저널의 베어링내에서의 진동을 나타내고 있다. 베어링 외란의 크기가 증가할수록 저널의 진동은 증가하고 있음을 알 수 있으며, Fig. 5는 선형해석결과와 비교한 주파수 응답함수이다. 외란의 크기가 작을 때는 선형해석결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있으며, 외란의 크기가 증가할수록 유막 압력발생에

의한 저널 진동의 비선형 효과가 크게 나타나고 있으며 응답비의 최고값이 나타나는 주파수는 고주파쪽으로 이동하며, 전체적인 응답비는 감소하는 것으로 나타났다. Fig. 6은 편심율이 0.7 일 때의 운전조건에 대해서 나타낸 주파수 응답 함수이며, 이의 경향은 앞서와 비슷하다. 응답비의 최고값이 발생하는 주파수가 높은 쪽으로 이동하는 것은 유막내의 췌기효과에 의하여 유막에 의한 반발력이 크게 나타나는 것으로 판단되며, 응답비가 작아지는 이유는 저널의 운동이 베어링 간극내에서 한정되어 있기 때문인 것으로 판단된다.

4. 결론

베어링이 외란을 받는 경우의 비선형 진동 해석 결과로부터 아래와 같은 결론을 내릴 수 있다. 첫째, 베어링의 외란이 증가할수록 저널의 진동은 증가한다.

둘째, 베어링의 외란의 크기가 작을 때는 선형 해석결과와 거의 일치하나, 외란의 크기가 클수록 비선형 효과가 크게 나타난다.

셋째, 주파수 응답비는 발생 피크치의 주파수값이 고주파수쪽으로 이동하며 외란의 크기가 커질수록 이의 응답비는 전체적으로 작아지는 경향을 갖는다.

참고문헌

1. Lund, J. W., 1987, "Review of the Concept of Dynamic Coefficients for Fluid Film Journal Bearings," ASME J. of Tribology, Vol. 109, pp. 37-41.
2. Hori, Y., 1988, "Anti-earthquake Considerations in Rotordynamics," IMechE, C318/88, pp. 1-8.
3. Kato, T., Matsuoka, H. and Hori, Y., 1993, "Seismic Response of a Linearly Stable, Misaligned Multirotor System," STLE Tribology Trans., Vol. 36, pp. 311-315.
4. Choy, F. K., Braun, M. J. and Hu, Y., 1992, "Nonlinear Transient and Frequency Response Analysis of a Hydrodynamic Journal Bearing," ASME J. of Tribology, Vol. 114, pp. 448-454.

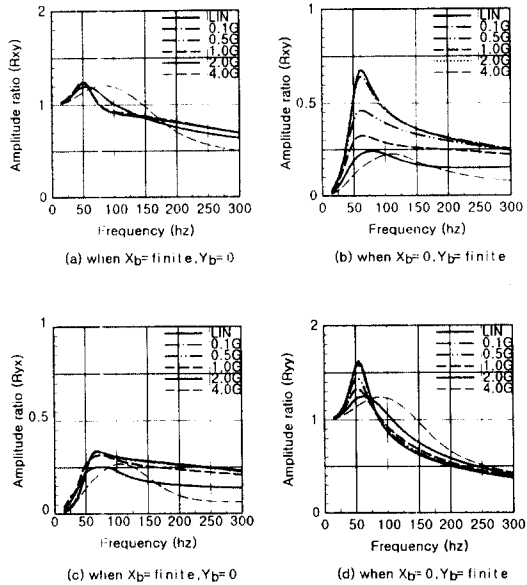


Fig. 5 Frequency response function

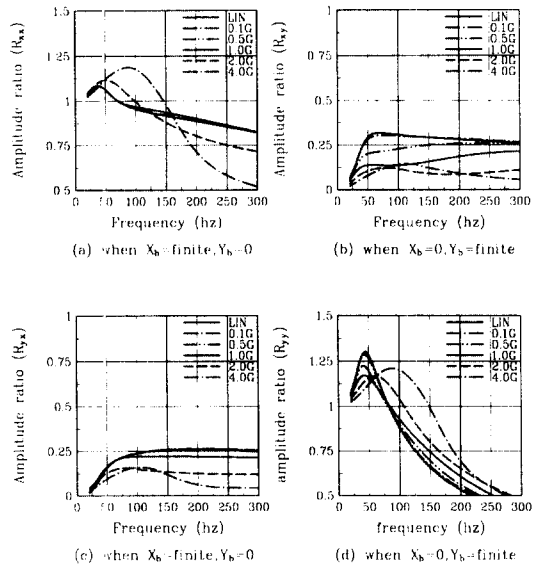


Fig. 6 Frequency response function