

직선 edge에 의해 회절된 집중음장내에서의 비선형 현상

김정순*, 齊藤 繁實**, 하강일***, 김무준***, 이종규***

(*부경대학교 대학원 음향진동공학과, **일본 東海大學, ***부경대학교 물리학과)

Nonlinear phenomena in the focused fields diffracted by a straight edge

J.S. Kim*, S. Saito**, K.L. Ha***, M.J. Kim***, J.K. Lee***

(*Dept. of Acous. & Vib. Eng. in P.K.N.U., **Tokai Univ., Japan, ***Dept. of Phys. in P.K.N.U.)

요약

집속음장의 고조파성분을 이용한 초음파현상의 특성을 해석하는 초기단계로서, 음속에 수직하게 놓인 강체의 직선edge가 집중 가우시안을 회절시킨다고 가정하고, edge의 전후에서 발생하는 제2고조파를 고려해서 회절음장을 해석하였다. 계산에서는 그린함수의 간단화를 위해, Fresnel근사를 이용하였고, 실험에서는, 토형전극을 형성시킨 10mm 압전진동자에 의한 1.9MHz 집중가우시음원에 의해 만들어지는 초음파빔에 수직하게 edge를 삽입시켰다. 회절edge 후방에서 음장을 관측한 결과, 제2고조파의 빔형상을 제외하고는 계산치와 실험치가 잘 일치하고 있다.

I. 서론

초음파현미경에서는 주파수 및 집속도가 대단히 높은 음원이 이용되고 있어 비선형현상이 두드러진다⁽¹⁾. 이때, 무과형 초음파 현미경에서 송파음과 동일한 기본파를 수파하여 화상을 얻으면 과장으로 결정되는 분해능보다도 더 좋은 분해능이 얻어지며⁽²⁾, 비선형현상에 의해 발생한 고조파성분을 수파하면 송파주파수로 얻어지는 영상보다도 분해능이 높은뿐만 아니라⁽³⁾ 기본파에 의한 영상

과는 질적으로 다른 영상이 얻어진다. 기본파에 의한 영상의 분해능이 향상하는 것은, 초점에서는 가는 빔으로 되어 통과한 고조파 파위가 회절에 따른 위상반전의 효과에 의해 초점 후방에서 기본파로 되돌아오기 때문으로 해석되고 있다^{(4),(5)}. 또, 고조파에 의한 영상의 분해능이 높다는 것은 초점면에서 고조파 빔이 기본파보다 폭이 좁게 되기 때문이라고 해석되고 있다^{(2),(6)}. 한편, 고조파에 의한 화상이 기본파에 의한 화상과 질적으로 다르게 나타나는 현상에 관해서는 명확한 이론 해석이 거의 없는 실정이다.

본 연구에서는 초음파현미경에 있어 고조파 성분의 영상을 분석하기 위한 첫 단계로서 집중 빔의 초점면에 강체의 회절 edge를 삽입해, 그때의 edge의 후방에 생성되는 기본파 및 제2고조파의 음장을 이론해석과 실험적 검증을 통해 파악하였다.

II. 이론 해석

그림1과 같이 초점거리 D , 음압전폭분포가 $p_0 \exp(-\xi_0 r^2)$ 으로 표현되는 집중음원이 직각좌표계의 z 축 방향으로 각 주파수 ω 의 정현파음파를 방사하고 있다. 초점을 좌표계의 원점으로 한다. $z=0$ 의 자유음장에서의 기본파성분과 제2고

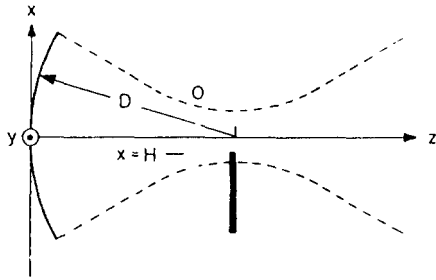


그림1. 해석적 모델

조파성분은 각각

$$p_{11} = p_{10} \exp(-\xi r^2),$$

$$p_{21} = p_{20} \exp(-2\xi r^2)$$

으로 표현된다.

여기서,

$$r^2 = x^2 + y^2,$$

$$\xi = k^2 / 4\xi_0 D^2 - jk / 2D,$$

$$p_{10} = -jk p_0 / 2\xi_0 D,$$

$$p_{20} = j\beta k^3 p_0^2 [\ln(2\xi_0 D / k) + j\pi/2]$$

$$/ [4\beta c^2 D \xi_0 (2\xi_0 + jk/D)] \text{ 이다.}$$

초점면에 높이 $x=H$ 인 강제판을 놓아, 그 후면

에서의 판에 수직인 성분의 입자속도를 0으로 둔

다. 수중의 기본파음압 $p_1 \exp(-j\omega t)$ 와 제2고조

파음압 $p_2 \exp(-j2\omega t)$ 는 흡수를 무시하면, 다음

의 식을 만족한다.

$$\nabla^2 p_1 + k^2 p_1 = 0 \quad (1)$$

$$\nabla^2 p_2 + 4k^2 p_2 = \frac{2\beta k^2}{\rho c^2} p_1^2 \quad (2)$$

여기서, $\rho, c, \beta = 1 + B/2A$ 는 각각 수중의 밀도, 음속, 음향비선형 파라메타이고, k 는 기본파의 파수, t 는 시간이다.

이때, 식 (1),(2)를 $z=0$ 에 있어서 $\nabla_n G_1(r | r_0) = 0, \nabla_n G_2(r | r_0) = 0$ 로 되는 조건을 만족하는 그린함수 $G_1(r | r_0), G_2(r | r_0)$ 를 구한 다음, 그린함수에 Fresnel 근

사를 적용시키고 그린성리 및 경계조건등을 적용하여 기본파 및 제2고조파의 음압을 계산하면,

$$\text{기본파성분 } p_1 \exp(-j\omega t) = \widehat{p}_1 \exp[j(kz - \omega t)]$$

의 복소진폭 \widehat{p}_1 은

$$\widehat{p}_1(x, y, z, H) =$$

$$- \frac{jk p_{10}}{2\pi z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_H^{\infty} \exp[-\xi(x_0^2 + y_0^2)]$$

$$+ j \frac{k}{2z} [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2] dx_0 dy_0 \quad (3)$$

여기서,

$$\int_H^{\infty} \exp[-\xi x_0^2 + j \frac{k}{2z} (x-x_0)^2] dx_0 = S_x$$

라 놓으면,

$$S_x =$$

$$\frac{\sqrt{\pi z} \exp\left[-\frac{3kx^2}{\kappa(z)}\right]}{\sqrt{\kappa(z)}} \int_{u_1}^{\infty \exp j\theta_1} \exp\left[j \frac{\pi}{2} u^2\right] du$$

이것과 동일한 변형에 의해

$$S_y = \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-\xi y_0^2 + j \frac{k}{2z} (y-y_0)^2] dy_0$$

$$= \frac{\sqrt{\pi z} \exp\left[-\frac{\xi k y^2}{\sqrt{\kappa(z)}}\right]}{\sqrt{\kappa(z)}} \int_{-\infty \exp j\theta_1}^{\infty \exp j\theta_1} \exp\left[j \frac{\pi}{2} u^2\right] du$$

$$= \frac{\sqrt{\pi z} \exp\left[-\frac{\xi k y^2}{\sqrt{\kappa(z)}}\right]}{\sqrt{\kappa(z)}} (1+j)$$

을 얻는다. 이상을 정리해보면, 기본파 복소음압은 다음과 같이 얻어진다.

$$\widehat{p}_1(x, y, z, H) =$$

$$- \frac{jk p_{10} e^{j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\kappa(z)}} \exp\left\{-\frac{3kx^2}{\kappa(z)}\right\} S_1(x, z, H) \quad (4)$$

제2고조파의 진폭에 관해서는 기본파에 관한 (4)식의 도출과 동일방법으로 계산하되 k 를 $2k$ 로,

p_{10} 를 p_{20} 로, ξ 를 2ξ 로 바꾸어 계산하면 제2고

조파성분 $p_2 \exp(-j2\omega t) = \widehat{p}_2 \exp[j2(kz - \omega t)]$

의 복소진폭 \widehat{p}_2 은

$$\widehat{p}_2(x, y, z, H) = -j \frac{k p_{20} e^{j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\kappa(z)}} \exp\left[-\frac{2\xi k y^2}{\kappa(z)}\right]$$

$$\times S_2(x, z, H)$$

$$- \frac{\beta k^2}{2\pi \rho c^2} \int_0^z \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[\widehat{p}_1(x_0, y_0, z_0)]^2}{(z-z_0)}$$

$$\begin{aligned}
& \times \exp\left[jk \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{(z-z_0)}\right] dx_0 dy_0 dz_0 \\
& = -j \frac{k p_{20} e^{j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\kappa(z)}} \exp\left[-\frac{2\xi k y^2}{\kappa(z)}\right] S_2(x, z, H) \\
& + j \frac{\beta k^4 e^{j\frac{\pi}{4}} \rho_{10}^2}{\sqrt{4\pi} \rho c^2 \sqrt{\kappa(z)} k} \exp\left[-\frac{2\xi k y^2}{\kappa(z)}\right] \int_0^z \int_{-\infty}^{\infty} \\
& \frac{\exp\left[jk \frac{(x-x_0)^2}{(z-z_0)}\right]}{\sqrt{z-z_0} \sqrt{\kappa(z)^3}} [S_1(x_0, z_0, H)]^2 dx_0 dy_0 \quad (5)
\end{aligned}$$

로 된다. 여기서, $\kappa(z) = k + j2\xi z$.

$$u_n = \sqrt{\frac{n\kappa(z)}{\kappa_z} \left(H - \frac{kx}{\kappa(z)}\right)}$$

$$\phi_n = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left\{ \frac{n\kappa z}{2\xi_0 D(D+z)} \right\}$$

$$S_n(x, z, H) =$$

$$\exp\left[-\frac{n\xi k x^2}{\kappa(z)}\right] \int_{u_n}^{\infty} \exp\left[j\frac{\pi}{2} u^2\right] du$$

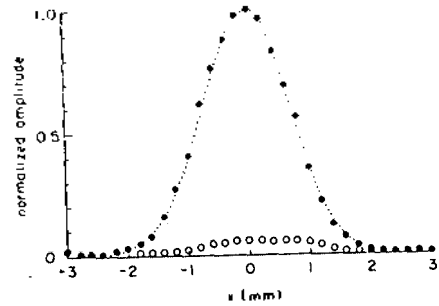
이다.

III. 실험 및 고찰

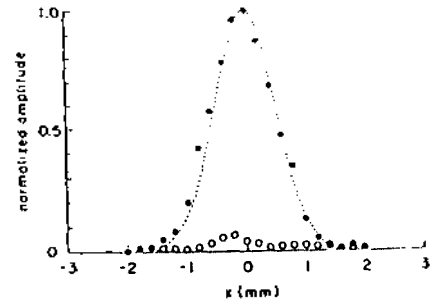
$D = 85\text{mm}$, 분포계수 $\xi_0 = 2300\text{m}^{-2}$ 의 1.9MHz 집속 가우스 음원의 초점면에, 두께 0.6mm의 금속 edge를 삽입해서 실험을 행했다. 음원에서는, 자유음장의 초점면에서의 기본파, 제2고조파 빔의 1/e폭은 각각 $4D\sqrt{2\xi_0}/k = 2.0\text{mm}$, $2D\sqrt{2\xi_0}/k = 1.4\text{mm}$ 이다.

우선, edge의 음파차단효과를 조사하기 위해, 본 실험에 이용한 것과 동일한 것으로, 면도날2장의 등쪽을 맞추어 접착시킨 것을, 접착면이 초점면에 일치하도록 놓았다. 접착시킨 부분을 그림 1의 $x=0$ 에 일치시켜, 그로부터 0.3mm정도 후방에서 기본파, 제2고조파 음압진폭을 직경1mm의 PVDF Hydrophone을 이용해서 관측했다. 그 결과를 그림 2에 나타낸다.

그림의 점선과 ●은 칼을 삽입하지 않았을 때의 자유음장의 가우스빔의 계산값과 실험치를 나타낸다. ○의 관측치에 의하면, edge에서 음이 완전히 차단되지 않고, 기본파 및 제2고조파의 음압진폭이 최대6%정도 부과하고 있다. 이것은 edge가 완전장체라는 가정과는 다르다. 따라서, 여기서의



(a) 기본파 진폭



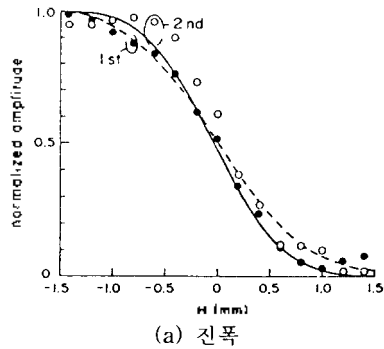
(b) 제2고조파 진폭

그림 2. 자유음장일 때 와 틀없이 edge 2장을 접착시켜 삽입했을 때 그 후방에서 생성되는 음장의 진폭비교 (○와 ●: 자유음장, 칼이 삽입되었을 때의 음장)

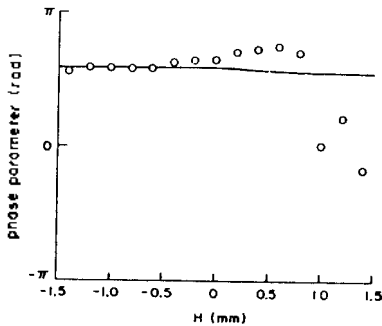
계산은 근사적인 값밖에 주어지지 않지만, edge에 의한 회절음장을 정성적으로 파악한다는 의미에서 실험은 유효하다고 생각된다.

초점면에 삽입한 edge 가장자리의 위치 H를 변화시켜, $z=18\text{mm}$ 의 음측상에서 Hydrophone을 이용해서 관측한 기본파, 제2고조파의 진폭 및 그들의 위상차를 계산치와 비교해서 그림 3에 나타낸다. H에 대해서 제2고조파의 진폭변화가 약간 급변하고 있어, 제2고조파쪽이 영상의 분해능이 높다는 것을 알 수 있다. 위상에 관해서는, 측상음압에 관련한 회절 edge에 의한 영향은 작은 것을 알 수 있다. 실험에서, 두과음압이 작은 영역에서는 계산치와 좀 다르게 얻어졌지만, 이것은 완전한 강체가 아닌 edge를 두과한 음압의 위상이 edge회절과의 그것과 다르기 때문이라고 생각할 수 있다.

그림 4는, edge를 $H=0$ 에 설정했을 때, $y=0$, $z=18\text{mm}$ 에서의 음압의 x방향분포를 관측한 결과를 계산결과와 비교하고 있다. 집속빔의 일부를



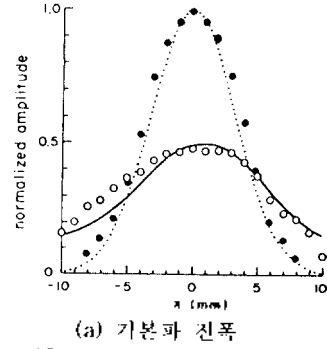
(a) 진폭



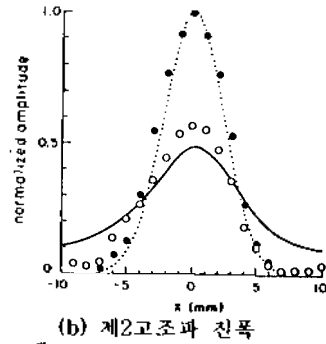
(b) 위상파라메타

그림3. edge에 의해 회절된 $z=18\text{mm}$ 에서의 축 상음장

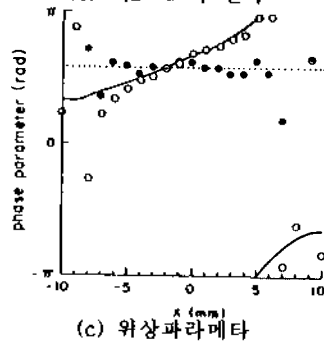
초점면에서 차단하면, 초점면으로부터의 투과음압의 확산은 점음원으로부터의 방사에 가까우므로, 후방의 빔은 보다 확산된다. 기본파진폭의 실험결과와 이러한 양상을 잘 나타내고 있다. 제2고조파에 관해서는, edge에 의해 빔이 확산되어야겠지만, edge삽입후의 빔형태는 실험치가 계산치보다도 폭이 좁게 나타나고 있다. 또, 빔의 중심의 진폭이 실험에서 약간 크게 나타났다. 본 해석의 계산에 의하면, edge통과후에 생성되는 제2고조파성분은 edge 통과시에 전체적으로 생성되고 있는 성분보다도 작기 때문에, 회절후의 빔폭이 주성분으로서, edge통과시의 제2고조파음압의 빔형상에 의해 결정된다. 따라서, 실험에서는 edge를 통과하는 미미한 제2고조파동의 영향때문에, 혹은 여기서 고려되지 않은 edge에서 일어나는 어떤 비선형성에 의해서 발생하는 제2고조파 때문으로 생각된다. 그러나 그 메카니즘에 관해서는 불투명하고, 급후 검토해야 할 필요가 있다. 한편, 축상의 위상파라메타가 edge의 영향을 받아서 변화하는 양상에 대한 실험과 계산이 잘 일치하고 있어,



(a) 기본파 진폭



(b) 제2고조파 진폭



(c) 위상파라메타

그림4. 자유음장일때와 edge를 삽입했을때에 대한 $z=18\text{mm}$ 에서의 x 축상의 음압비교 (---와● : 회절edge가 없을 때, —와○ : 회절edge를 삽입했을 때)

edge에 의한 변화의 특징이 실험결과에 잘 나타나고 있음을 알 수 있다.

IV. 결론

김속초음파를 이용한 영상장치에 있어서 얻어지는 기본파와 제2고조파에 의한 영상의 질적 차이의 해석의 초기단계로서, 초점면에 놓인 강체박판

에 의한 회절edge의 음장패의 영향을 이론과 실험에 의해 파악했다. 2차의 비선형을 고려한 파동 방정식의 순차근사해는, 근축근사한 그린함수를 이용해서, 수치적분에 의해 구했다. 실험은, 가우스음원의 초점면에 강철의 막관을 삽입하고, 그 후방에서 음장을 관측했다. 계산결과와 실험결과와의 완전한 일치가 보이지는 않았다. 특히, 회절 후의 제2고조파의 빔폭에 계산결과와 실험결과와의 불일치가 보였다. 그 불일치의 원인으로서는, edge를 두과하는 제2고조파 음파의 영향등이 예상되지만, 그 메카니즘은 불명하고, 금후의 검토를 요한다.

참고문헌

- (1) T. G. Muir and E. L. Carstensen, "Prediction of nonlinear acoustic effects at biomedical frequencies and intensities," *Ultrasound Med. Biol.* 6, 345-357 (1980).
- (2) D. Rugar, "Resolution beyond the diffraction limit in the acoustic microscope : A nonlinear effect," *J. Appl. Phys.* 56, 1338-1346 (1984).
- (3) L. Germain and J. D. N. Cheeke, "Generation and detection of high-order harmonics in liquids using scanning acoustic microscope," *J. Acoust. Soc. Am.* 83, 942-949 (1988).
- (4) R. Kompfner and R. A. Lemon, "Nonlinear acoustic microscopy," *Appl. Phys. Lett.* 28, 295-297 (1976).
- (5) C. E. Yeack, M. Chodorow and C. C. Cutler, "Nonlinear acoustic off-axis imaging," *J. Appl. Phys.* 51, 4631-4636 (1980).
- (6) T. S. Hart and M. F. Hamilton, "Nonlinear effects in focused sound beams," *J. Acoust. Soc. Am.* 84, 1488-1496 (1988).