

# 콘크리트 슬래브 사교의 휨거동 해석

## Analysis of Bending Behavior of Skew Concrete Slab Bridges

정 성 우      정 재 호      윤 순 중\*\*  
Jung, Sung-Woo      Jung, Jae-Ho      Yoon, Soon-Jong

---

### ABSTRACT

In this paper, we present the results of finite element analyses pertaining to the mechanical behavior of simply supported skew concrete slab bridges. To investigate the bending behavior of skew concrete slab three skewed slabs are modelled with different plate aspect ratios. In each modelled skew plate, skew angles are varied from  $0^\circ$  to  $45^\circ$  by  $5^\circ$  interval. It is found that the support reactions at the obtuse corner are remarkably higher than the other support reactions. In the design of skew slab bridge bearings, the capacity of bearing installed at the obtuse corner should be very high or otherwise the spacing between the bearings at this corner must be adjusted appropriately to resist extra high reactions.

*Keywords: simply supported skew concrete slab, finite element method, bending behavior*

---

### 1. 서론

교량을 사각(skew angle)으로 건설하는 것은 해석상의 어려움 때문에 피하는 것이 일반적이거나, 공간의 제약, 도로 설계속도의 증가, 도로의 선형성 유지 등의 이유로 인하여 사교의 건설이 불가피할 경우가 있다. 이러한 사교의 건설은 급속한 산업발달로 인한 공간확보의 어려움이 증대됨에 따라 더욱 증가하고 있는 추세에 있다.

사교의 거동은 사각이 없는 직교의 거동과 매우 다른 경향을 보이므로 경제적이고 안전한 시공을 위해서는 우선 사교의 거동을 정확히 파악하는 것이 필요하다.

사교의 휨거동을 판이론에 의해 정확히 해석한다는 것은 매우 어려운 문제중의 하나이다. 이러한 경우 근사 해법을 이용하게 되는데, 대표적인 방법으로는 유한차분법(Finite Difference Method), 유한요소법(Finite Element Method) 등이 있다. 이 방법들은 근사적이긴 하나 비교적 정확한 결과를 얻을 수 있기 때문에 대부분의 경우 이 방법이 사용되어지고 있다.

본 연구는 등분포하중을 받는 두 변이 단순지지된 콘크리트 슬래브 사교를 대상으로 하여 사각의 변화 및 폭과 지간길이의 비의 변화에 따른 지점반력, 모멘트, 처짐 등의 변화를 유한요소법을 이용하여 해석하였으며 사각이 없을 경우의 결과와 비교·검토하여 사교의 역학적 거동을 분석하였다.

---

\*홍익대 대학원 토목공학과 석사과정

\*\*정회원, 홍익대 토목공학과 교수

## 2. 이론적 배경

콘크리트 슬래브 사교는 콘크리트가 균질하다고 가정하면 경사판(skew plate)으로 간주할 수 있으며 이를 고전적 판이론에 의해 해석하기 위해서는 그림과 같은 경사좌표계(oblique coordinate system)를 사용하여 미분방정식을 구해야 한다<sup>2)</sup>.

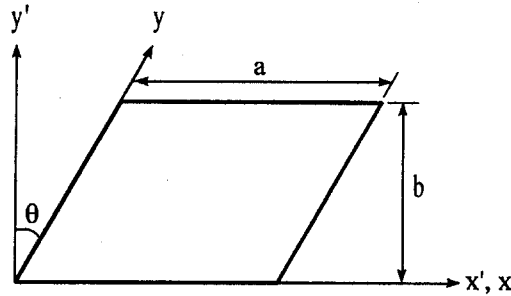


그림 1. 경사좌표계를 고려한 경사판

그림 1은 길이가  $a$ 이고 길이에 직교하는 폭이  $b$ 인 경사판을 나타낸 것으로서  $x'$ 과  $y'$ 은 직교좌표이며  $x$ 와  $y$ 는 판의 경사각을 고려한 경사좌표이다. 또한  $\theta$ 는 직교좌표의  $y'$ 축과 경사좌표의  $y$ 축이 이루는 각도이다.

그림 1과 같은 경사판의 휨거동을 나타내는 지배미분방정식은 직사각형판의 직교좌표에서의 지배미분방정식을 경사좌표로 변환시켜 줌으로서 다음과 같이 구할 수 있다:

직사각형판의 휨거동을 나타내는 지배미분방정식은 식 (1)과 같다<sup>3,4)</sup>.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x'^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x'^2 \partial y'^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y'^4} = \frac{p(x', y')}{D} \quad (1)$$

식 (1)에서  $D$ 는 판의 휨강성이며  $p(x', y')$ 는 판에 작용하는 횡분포하중(laterally distributed load)이다. 또한  $w$ 는 판의 면외처짐(out-of-plane deflection)을 나타낸다.

그림 1에서 직교좌표와 경사좌표의 관계는 다음 식 (2)와 같다.

$$\left. \begin{aligned} x &= x' - y' \tan \theta \\ y &= y' \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (2a, b)$$

식 (2a, b)에 chain rule을 적용하여 판의 처짐( $w$ )에 대한 편미분항을 좌표변환 한 후 2차원 라플라스 연산자(Laplacian operator)에 대입하면 식 (3)과 같으며, 이를 사용하여 경사판의 지배미분방정식을 나타내면 식 (4)와 같다.

$$\nabla^2 = \frac{1}{\cos^2 \theta} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2 \sin \theta \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{D}{\cos^4 \theta} \left\{ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(1 + \sin^2 \theta) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} - 4 \sin \theta \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} \right) + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right\} = p(x, y) \quad (4)$$

그러나, 식 (4)를 사용하여 복잡한 하중조건과 각 경계조건에 대해 정밀해를 구한다는 것은 매우 복잡하고 어려운 문제이다<sup>3,4)</sup>. 단순한 하중조건과 경계조건을 갖는 경사판에 대해 에너지법에 의한 근사적 해석을 시도하기도 하였으나 이 방법도 경계조건과 하중조건이 복잡해지면 해를 구하기가 매우 어렵게 된다. 따라서, 유한차분법(Finite Difference Method)이나 유한요소법(Finite Element Method) 등과 같은 수치해석적 해석 방법을 도입하여 콘크리트 슬래브 사교의 해석을 수행하는 추세이다.

본 연구에서는 유한요소법을 사용하여 콘크리트 슬래브 사교의 휨거동 해석을 수행하였으며 유한요소 해석을 위한 유한요소 모델 및 해석과정은 다음과 같다.

### 3. 유한요소법에 의한 콘크리트 슬래브 사교의 해석

#### 3.1. 유한요소 모델링

콘크리트 슬래브 사교의 유한요소해석에는 범용구조해석 프로그램 중의 하나인 GTSTRUDL<sup>1)</sup>을 사용하였다. 모델링에 사용한 유한요소는 판의 휨요소(plate bending)중에서 절점 4개를 갖는 BPHQ(Bending Plate Hybrid Quadrilateral)를 사용하였다. 이 요소는 일반적으로 면내력(in-plane 또는 membrane force)의 영향을 무시한 판의 휨거동 해석에 사용되며, 이 요소의 절점 1에서의 자유도는 그림 2와 같다. 사각과 폭 및 지간길이는 그림 1에서의  $\theta$ 와 b 및 a로 각각 정의하였고, 경계조건은 y축에 평행한 두 변의 모든 절점에 대해 사각 방향으로의 회전변위의 구속만을 풀어주었다.

각 요소의 모양은 마주보는 두 변이 각각 사각과 지간 방향으로 평행한 평행사변형이다.

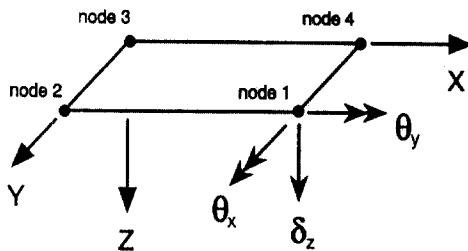


그림 2. BPHQ요소와 절점 1의 자유도

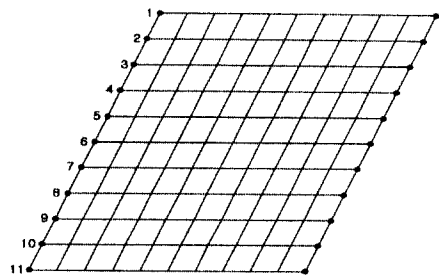


그림 3. 유한요소 모델의 지점 번호와 위치

#### 3.2. 유한요소해석

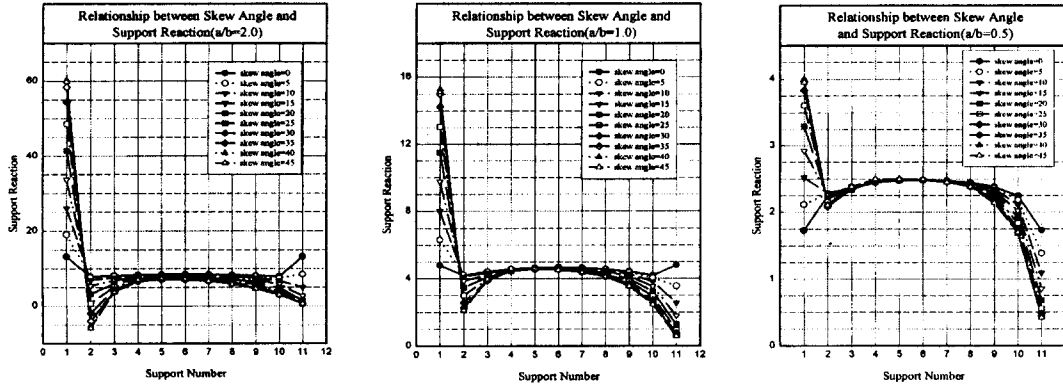
해석에 사용된 콘크리트 슬래브 사교의 탄성계수와 프아송비는 각각  $279000 \text{ kg/cm}^2$ 와 0.17을 적용하였고 두께는 30 cm로 모든 모델에 대하여 동일하다.

해석모델에 사용된 사각 슬래브는 폭이 10m로 일정할 때 폭과 지간길이의 비가 1:2, 1:1, 1:0.5에 대해서 각각 사각의 범위를  $5^\circ$  간격으로  $0^\circ$ 에서  $45^\circ$ 까지 제한하였다. 총 요소의 수는 폭과 지간길

이의 비에 대하여 각각 200, 100, 50개이며, 하중은  $1 \text{ t/m}^2$ 의 등분포하중을 전 면적에 동일하게 재하하였다. 그림 3은 폭과 지간길이의 비가 1:1이고 사각이  $25^\circ$ 인 유한요소 모델에서 각 지점의 번호와 위치를 나타낸 것이다. 지점의 번호와 위치는 모든 모델에 대해서 동일하다.

이와 같이 모델링한 콘크리트 슬래브 사각의 지점반력, 슬래브 중앙에서의 처짐 및 모멘트에 대한 해석 결과는 다음 그림 4~그림 8과 같다.

그림 4는 사각의 변화에 따른 각 지점의 반력 값을 나타낸 것이며, 그림 5~그림 8은 각각 사각의 변화에 따른 슬래브 중앙에서의 처짐,  $M_{xx}$ ,  $M_{yy}$ ,  $M_{xy}$ 의 값을 나타낸 것이다. 여기서  $M_{xx}$ ,  $M_{yy}$ 는 각각 그림 1의  $x'$ ,  $y'$ 축 방향의 휨모멘트(bending moment)이고,  $M_{xy}$ 는 비틀림모멘트(twisting moment)이다.

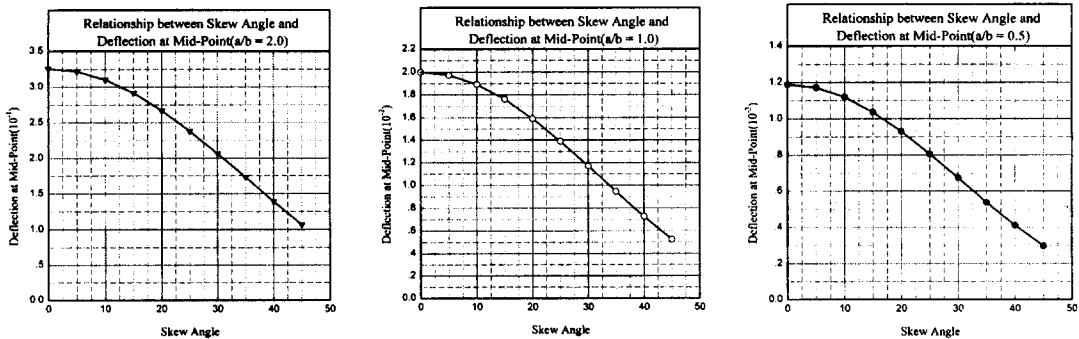


a)  $a/b = 2$  인 경우

b)  $a/b = 1$  인 경우

c)  $a/b = 0.5$  인 경우

그림 4. 사각의 변화에 따른 각 지점의 반력

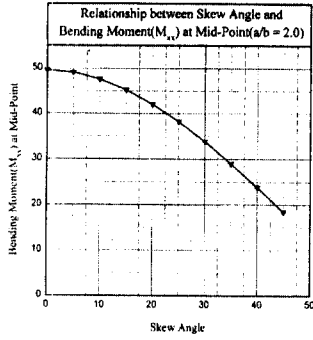


a)  $a/b = 2$  인 경우

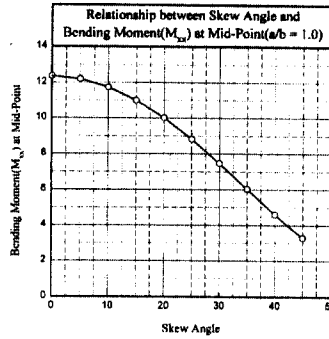
b)  $a/b = 1$  인 경우

c)  $a/b = 0.5$  인 경우

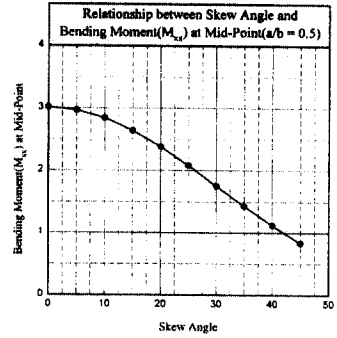
그림 5. 사각의 변화에 따른 중앙점에서의 처짐



a)  $a/b = 2$  인 경우

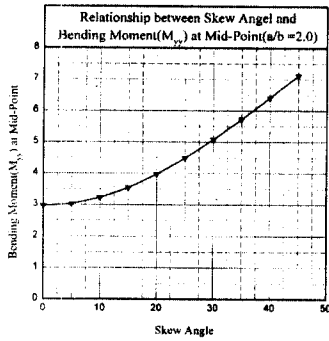


b)  $a/b = 1$  인 경우

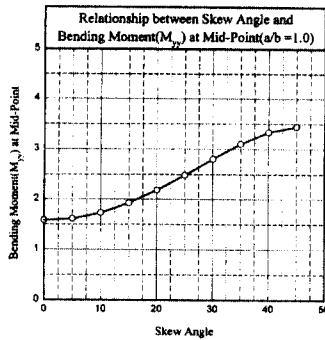


c)  $a/b = 0.5$  인 경우

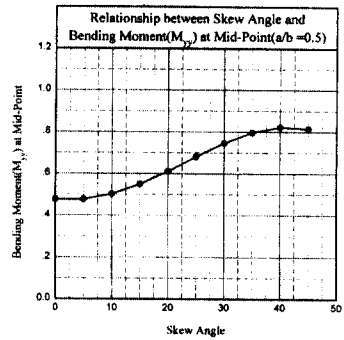
그림 6. 사각의 변화에 따른 중앙점에서의  $M_{xx}$



a)  $a/b = 2$  인 경우

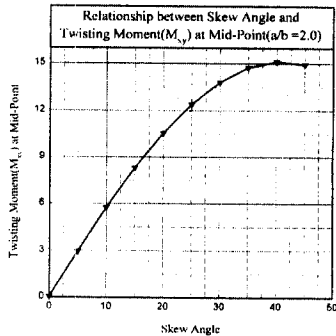


b)  $a/b = 1$  인 경우

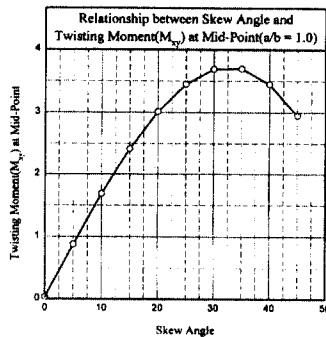


c)  $a/b = 0.5$  인 경우

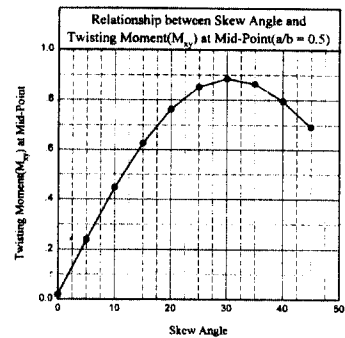
그림 7. 사각의 변화에 따른 중앙점에서의  $M_{yy}$



a)  $a/b = 2$  인 경우



b)  $a/b = 1$  인 경우



c)  $a/b = 0.5$  인 경우

그림 8. 사각의 변화에 따른 중앙점에서의  $M_{xy}$

#### 4. 결과의 분석 및 결론

유한요소법을 사용하여 폭과 지간길이의 비가 1:2, 1:1, 1:0.5인 사각을 갖는 슬래브에서 사각의 범위를  $0^\circ$ 에서  $45^\circ$ 까지  $5^\circ$ 씩 변화시켜가며 휨거동에 대한 해석을 수행하였으며 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

- (1) 사각이 커질수록 둔각부에서 반력이 급격히 증가함을 알 수 있었으며, 판의 외측 지점에서 반력이 급격히 증가되는 현상은 한 변이 자유단이기 때문인 것으로 판단된다(그림 4).
- (2) 판의 형상비(a/b)가 커짐에 따른 반력의 변화 폭은 둔각부에서 급격히 증가하며 그 이외의 지점에서는 변화가 완만하였다(그림 4).
- (3) 판의 중앙점에서의 처짐은 사각이 증가함에 따라 판의 형상비에 관계없이 점진적으로 감소함을 알 수 있었다(그림 5).
- (4) 판의 중앙점에서  $M_{xx}$ 는 사각이 증가함에 따라 판의 형상비에 관계없이 점진적으로 감소함을 알 수 있었다(그림 6).
- (5) 판의 중앙점에서  $M_{yy}$ 는 사각이 증가함에 따라 점진적으로 증가되며 판의 형상비가 감소하면 그 경향은 둔화됨을 알 수 있었다(그림 7).
- (6) 판의 중앙점에서  $M_{xy}$ 는 사각이 증가함에 따라 점진적으로 증가되다가 사각이 약  $30^\circ$ 를 전후로 다시 감소되는 경향을 나타내었으며, 판의 형상비가 작아질수록 증가되다가 감소되는 경향이 뚜렷해짐을 알 수 있었다(그림 8).

일반적으로 콘크리트 슬래브교의 경우에는 판의 자유단에 단보(edge beam)를 설치하여 자유단을 보강하여 주므로 본 연구에서 사용한 모델과는 다소 다른 거동을 나타낼 것으로 예측할 수 있다. 그러나 사각의 둔각부에서는 다른 지점보다 현저히 큰 반력이 발생하므로 교량 받침의 용량이 큰 것을 설치하거나 아니면 받침의 간격을 조정해 줄 필요가 있다. 따라서 위와 같은 연구결과를 실무에 적용하기 위해서는 좀더 구체적인 이론적, 실험적 연구가 필요하다고 판단된다.

#### 참고문헌

1. GTSTRUDL, *GTSTRUDL User's Manual*, Computer Aided Structural Engineering, Georgia Institute of Technology, 1993.
2. Hambly, E. C., *Bridge Deck Behaviour*, 2nd edition, E. & F.N. Spon, London, 1991.
3. Szilard, R., *Theory and Analysis of Plates - Classical Methods*, Prentice Hall Inc., Englewood, N. J., 1974.
4. Ugral, A. C., *Stresses in Plates and Shells*, McGraw-Hill Company, New York, 1981.