

철근콘크리트 보의 장기처짐 예측

Prediction of Long-Term Deflections of Reinforced Concrete Beams

김진근^{*} 이상순^{**} 양주경^{***}
Kim, Jin-Keun Lee, Sang-Soon Yang, Joo-Kyoung

ABSTRACT

A rational method for prediction of long-term deflections of reinforced concrete beams under sustained loads was proposed. Strain and stress distributions of uncracked and fully cracked sections after creep and shrinkage were determined from the requirements of strain compatibility and force equilibrium of a section, and then long-term deflections were calculated from the section analysis results. In fully cracked section analysis, noncoincidence of the neutral axis of strain and the neutral axis of stress after creep and shrinkage was taken into account.

The accuracy of the proposed method was verified by comparison with several experimental measurements of beam deflections. The proposed approximate procedure gave the better predictions than the existing approximate methods. At the same time, the proposed method also retained simplicity of the calculation, since maximum long-term deflection could be obtained without tedious integration of the curvatures.

1. 서론

철근콘크리트 보의 장기처짐은 크리프, 건조수축, 단면의 배근상태 및 균열 등에 영향을 받기 때문에 그 값을 정확히 추정하는 것은 매우 힘든 일이다. 철근콘크리트 보의 근사적인 장기처짐 예측방법으로는 ACI 표준식,⁽¹⁾ Branson의 방법⁽²⁾ 및 CEB-FIP 표준식⁽³⁾ 등이 있다. 그러나 이 방법들은 단면내에서의 응력 재분배 현상이나 균열깊이의 변화 등을 적절히 고려하지 못하는 단점이 있다.

본 연구에서는 크리프와 건조수축을 고려한 단면해석 알고리즘을 제안하고 이로부터 합리적인 철근콘크리트 보의 장기처짐 예측방법을 제안하고자 한다.

2. 근사적인 철근콘크리트 보의 장기처짐 예측식

2.1 ACI 표준식⁽¹⁾

즉시처짐(short-term deflection)은 균열 및 인장강성 증진효과(tension-stiffening)를 고려하기 위하여 유효단면 2차모멘트(effective moment of inertia) 도입하여 계산하고, 크리프와 건조수축에 의한 처짐 Δ_{cr+sh} 은 즉시처짐에 계수 λ 를 곱하여 계산한다.

*정회원, 한국과학기술원 토목공학과 교수

**정회원, 한국과학기술원 토목공학과 박사과정

***정회원, 청운대학교 토목환경공학과 전임강사

$$\Delta_{cr+sh} = \lambda \Delta_i \quad (1)$$

여기서 Δ_i 는 즉시처짐이고 $\lambda = \xi / (1 + 50\rho')$ 이며, ξ 는 크리프와 건조수축의 영향을 고려하기 위한 계수이고 ρ' 은 압축철근비이다.

2.2 Branson의 방법⁽²⁾

즉시처짐은 ACI 표준식과 동일한 방법으로 계산되며, 크리프처짐 Δ_{cr} 은 ACI 표준식과 유사하게 식(2)와 같이 즉시처짐에 크리프계수와 계수 K_ϕ 를 곱하여 계산하고 건조수축처짐은 식(3)과 같다.

$$\Delta_{cr} = K_\phi \phi \Delta_i \quad (2)$$

$$\Delta_{sh} = K_{sh} A_{sh} \frac{\epsilon_{sh}}{h} l^2 \quad (3)$$

여기서 $K_\phi = 0.85 / (1 + 50\rho')$

$$(\rho - \rho') \leq 3\% \text{인 경우 } A_{sh} = 3.2(\rho - \rho')^{1/3} \left[\frac{\rho - \rho'}{\rho} \right]^{1/2}$$

$$(\rho - \rho') > 3\% \text{인 경우 } A_{sh} = 1$$

위 식에서 K_{sh} 는 보의 지지조건에 따라 결정되는 계수이고 h 는 단면의 높이이며 ρ 와 ρ' 은 각각 인장철근비와 압축철근비이다. 그리고 ϕ 와 ϵ_{sh} 는 각각 크리프계수와 건조수축량이다.

2.3 CEB-FIP 표준식⁽³⁾

CEB-FIP 표준에서는 식(4)와 같이 장기처짐계수(global coefficient)를 도입하여 장기처짐을 예측하고 있다.

$$\Delta_i = (1 + \phi) \Delta_g \quad M < M_{cr} \text{인 경우} \quad (4a)$$

$$\Delta_i = (h/d)^3 \eta (1 - 20\rho') \Delta_g \quad M \geq M_{cr} \text{인 경우} \quad (4b)$$

여기서 Δ_i 는 총처짐(total deflection)이며, Δ_g 는 균열 및 철근을 무시한 단면의 강성으로부터 계산된 탄성처짐이다. 그리고 계수 η 는 장기처짐계수로서 인장철근비에 따라 변한다.

3. 제안된 방법

3.1 비균열단면에서의 곡률

Neville⁽⁴⁾은 재령보정계수(aging coefficient)를 사용하여 비균열단면에서 크리프와 건조수축을 고려한 단면해석 알고리즘을 제안하였다. 이 방법에 의하여 임의의 재령 t 에서의 곡률 $\phi^e(t)$ 를 구하면 식(5)와 같다.

$$\phi^e(t) = (1 + \eta_{cr}^e \phi) \phi^e(t_0) + \eta_{sh}^e \epsilon_{sh} / d \quad (5)$$

여기서 $\phi^e(t_0)$ 는 재령 t_0 에서 비균열단면의 곡률이고 η_{cr}^e 와 η_{sh}^e 는 비균열단면에서의 크리프와 건조수축에 대한 수정계수이며 복철근 직사각형 보의 경우에는 근사적으로 식(6)과 같이 표현된다.

$$\eta_{cr}^e \approx \beta_D(1 + n^*(\rho_1 + \rho_2)) \quad (6a)$$

$$\eta_{sh}^e \approx C_{sh}(\rho_1, y_1) - C_{sh}(\rho_2, y_2) \quad (6b)$$

여기서
$$C_{sh}(\rho, y) = \frac{n^* \rho (y^2 / r^2)}{1 + n^* \rho (1 + y^2 / r^2)} \frac{d}{y}$$

$$n^* = n_0(1 + \chi\phi), \quad \rho_1 = A_s / bh, \quad \rho_2 = A_s' / bh$$

위 식에서 n_0 는 재령 t_0 에서 철근과 콘크리트의 탄성계수비이고 r 는 콘크리트 순단면(net concrete)의 회전반경이며, A_s 와 A_s' 은 각각 인장철근량과 압축철근량이고 y_1 과 y_2 는 콘크리트 순단면의 도심에서 인장철근과 압축철근까지의 거리이다. 그리고 β_D 는 단면의 형상, 철근량과 배근위치, 크리프계수와 재령보정계수에 의하여 결정되는 단면상수이다.

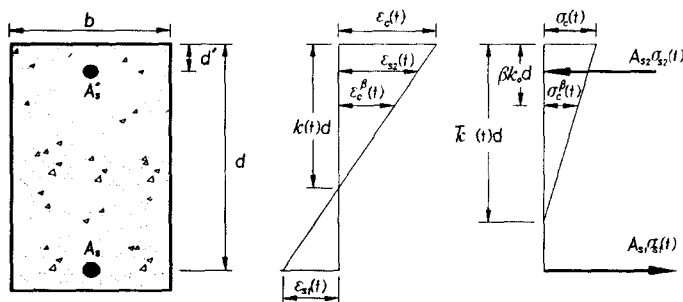
3.2 균열단면에서의 곡률

Pretorius⁽⁵⁾와 Samra⁽⁶⁾는 균열단면에서 크리프를 고려한 단면해석 방법을 제안하였으나 변형도의 중립축과 응력의 중립축이 일치하는 것으로 가정하였다. 최근에 Rao 등⁽⁷⁾은 변형도의 중립축과 응력의 중립축이 일치하지 않는다는 점을 고려한 단면해석 알고리즘을 제안하였다. 그러나 이 방법은 해석 알고리즘이 복잡하고 최종적으로 3차 방정식의 근을 구하여야 하는 단점이 있다.

본 연구에서는 그림 1(a)와 같은 철근콘크리트 보에 대하여 균열 및 크리프와 건조수축을 고려한 효율적이고 합리적인 알고리즘을 제안하였다. 그림 1의 (b) 및 (c)는 각각 임의의 재령 t 에서 변형도와 응력의 분포를 나타낸 것이다. 그림에서 $k(t)$ 와 $\bar{k}(t)$ 는 각각 재령 t 에서 변형도의 중립축비와 응력의 중립축비이다. 그리고 하중이 작용하는 시점 t_0 에서는 변형도의 중립축비와 응력의 중립축비는 같으며 그 값은 k_0 이다.

수정유효탄성계수법에 의하면 재령 t 에서의 압축연단에서 콘크리트의 변형도는 식(7)과 같이 표현할 수 있다.

$$\epsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)}(1 - \chi)\phi + \frac{\sigma_c(t)}{E_c(t)}(1 + \chi\phi) + \epsilon_{sh} = n(t) \frac{\sigma_c(t)}{E_s} \quad (7)$$



(a) section (b) strain distribution (c) stress distribution

그림 1 임의의 재령 t 에서 변형도와 응력의 분포

$$\begin{aligned}
\text{여기서 } n(t) &= n_o \mu (1 - \chi) \phi + n_o (1 + \chi \phi) + \mu \gamma_{sh} \\
\mu &= \sigma_c(t_0) / \sigma_c(t) = \alpha(t) / \alpha(t_0) \\
\gamma_{sh} &= E_c \varepsilon_{sh} / \sigma_c(t_0) \\
\alpha(t) &= m k(t) (1 - m k(t) / 3) + 2 n(t) \rho' (1 - d' / k(t) d) (1 - d' / d) \\
m &= \bar{k}(t) / k(t) = \frac{n_o (1 + \chi \phi)}{n(t) - n_o \mu (1 - \chi) \phi k(t) / k_o}
\end{aligned}$$

위 식에서 $n_0 = n(t_0)$ 이며 m 은 응력의 중립축과 변형도의 중립축의 비이다. 그리고 μ 는 $\sigma_c(t)$ 에 대한 $\sigma_c(t_0)$ 의 비로서 휨모멘트의 평형조건으로부터 구할 수 있다.

축력에 대한 평형조건과 철근위치에서의 적합조건으로부터 재령 t 에서 변형도의 중립축비를 구하면 식(8)과 같다.

$$k(t) = \frac{1}{m} \left(-n(t)(\rho + \rho') + \sqrt{n(t)(\rho + \rho')^2 + 2mn(t)(\rho + \rho' d' / d)} \right) \quad (8)$$

$k(t)$ 는 μ 와 m 의 함수이고 μ 와 m 는 다시 $k(t)$ 의 함수로 표현되므로 $k(t)$ 를 계산하기 위해서는 반복계산이 필요하다. 그러나 일반적으로 3~4회 정도의 반복계산만으로 만족스러운 값에 수렴한다.

균열단면에서의 곡률 $\phi^c(t)$ 는 그림 1(b)로부터 식(9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi^c(t) = \varepsilon_c(t) / k(t) d = (1 + \eta_{cr}^c \phi) \phi^c(t_0) + \eta_{sh}^c \varepsilon_{sh} / d \quad (9)$$

여기서 $\phi^c(t_0)$ 는 재령 t_0 에서 균열단면의 곡률이고 η_{cr}^c 와 η_{sh}^c 는 균열단면에서의 크리프와 건조수축에 대한 보정계수(correction factor)이며 식(10)과 같다.

$$\eta_{cr}^c = \left[(1 - \chi) + \frac{1}{\mu} \left(\frac{1}{\phi} + \chi \right) \right] \frac{k_0}{k(t)} - \frac{1}{\phi} \quad (10a)$$

$$\eta_{sh}^c = \frac{1}{k(t)} \quad (10b)$$

3.3 평균곡률과 최대처짐

외력이 균열모멘트보다 크면, 인장측 콘크리트에 균열이 발생한다. 이 때의 곡률은 비균열단면에서의 곡률 $\phi^e(t)$ 보다는 크고 균열단면에서의 곡률 $\phi^c(t)$ 보다는 작은 값을 갖는다. 본 연구에서는 CEB-FIP 규준식에서 채택하고 있는 보간식을 사용하여 평균곡률을 산정하였다.

$$\phi^m(t) = (1 - \zeta) \phi^e(t) + \zeta \phi^c(t) \quad (11)$$

여기서 $\zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 (M_{cr} / M)^2$ 이고 β_1 은 철근의 부착성능에 관계되는 실험상수이고 β_2 는 탄성처짐을 계산하는 경우에는 0.8을 장기처짐을 계산하는 경우에는 0.5를 사용한다. 그리고 M_{cr} 과 M 은 각각 균열모멘트와 단면에 작용하는 모멘트이다.

장기처짐은 가상일의 원리를 적용하여 식(12)와 같이 계산할 수 있다.

$$\Delta_i = \int \phi^m(t) \bar{M} dx \quad (12)$$

여기서 \bar{M} 은 가상의 단위하중이 처짐을 구하고자 하는 위치에 작용할 때의 휨모멘트의 분포이다.

식(12)를 적용하여 직접 처짐을 계산하는 것은 매우 많은 시간과 노력이 소요되며, 설계시에는 일반적으로 최대처짐이 주요관심사이다. 따라서 정확도는 다소 떨어지더라도 보다 간편하게 최대처짐을 예측하는 방법이 필요하다. 본 연구에서는 모멘트가 최대인 위치에서의 평균곡률을 사용하여 식(13)과 같이 최대처짐을 계산하였다.

$$\Delta_i = K_a \psi_{i+cr}^m l^2 + K_{sh} \psi_{sh}^m l^2 \quad (13)$$

여기서 $\psi_{i+cr}^m = (1 - \zeta)(1 + \eta_{cr}^e \phi) \psi^e(t_0) + \zeta(1 + \eta_{cr}^c \phi) \psi^c(t_0)$

$$\psi_{sh}^m(t) = ((1 - \zeta) \eta_{sh}^e + \zeta \eta_{sh}^c) \varepsilon_{sh} / d$$

위 식에서 K_a 와 K_{sh} 는 하중상태 및 하중의 지지조건에 관계되는 계수이며, 등분포하중이 작용하는 단순지지 보의 경우에는 각각 0.104와 0.125이다.

4. 실험결과와의 비교

Washa와 Fluck,⁽⁸⁾ Corley와 Sozen⁽⁹⁾ 및 Bakoss 등⁽¹⁰⁾은 장기지속하중을 받는 철근콘크리트 보에 대한 실험을 실시하였다. 표 1은 실험결과와 기존의 방법 및 제안된 방법에 의한 예측결과를 비교하여 나타낸 것이다.

표 1 실험치와 예측치 비교

		Washa and Fluck						Corley and Sozen			Bakoss	
$f_c'(t_0)$, MPa		28.1			23.6			26.7			39.0	
$E_c(t_0)$, GPa		22.6			20.7			21.1			31.2	
l , mm		6,096						1,829			3,750	
beam		A1/4	A2/5	A3/6	B1/4	B2/5	B3/6	C1	C3	C4	1B2	
b , mm		203	203	203	152	152	152	76	76	76	100	
h , mm		305	305	305	203	203	203	153	110	110	150	
d , mm		257	257	257	157	157	157	137	92	92	130	
d' , mm		48	48	-	46	46	-	-	-	-	-	
A_s , mm ²		852	852	852	400	400	400	143	143	214	226	
A_s' , mm ²		852	400	-	400	200	-	-	-	-	-	
loading condition		distributed load						concentrated load				
t (days)		900	900	900	900	900	900	700	700	700	500	
ϕ		3.91	3.91	3.91	4.32	4.32	4.32	3.0	3.0	3.0	2.4	
$\varepsilon_{sh} \times 10^{-6}$		600	600	600	650	650	650	300	300	300	660	
Δ_i , mm	measured, $(\Delta_i)_m$	13.5	15.7	17.0	23.4	24.9	26.4	3.0	7.9	6.1	8.94	
	calculated, $(\Delta_i)_c$	proposed Eq. 13	14.4	15.1	15.9	24.9	25.5	26.1	2.8	7.8	6.1	10.0
		Eq. 12	13.7	14.4	15.2	23.2	23.8	24.6	2.8	7.8	6.1	9.5
		ACI	13.8	14.7	15.6	22.0	22.6	23.6	2.7	7.7	6.0	9.3
Δ_i , mm	measured, $(\Delta_i)_m$	23.6	32.2	44.7	51.1	65.0	86.4	7.4	17.3	15.5	25.0	
	calculated $(\Delta_i)_c$	proposed Eq. 13	25.9	33.3	49.1	56.5	66.1	86.7	6.6	17.3	15.2	28.0
		Eq. 12	23.4	32.0	47.7	51.0	63.4	84.6	6.6	17.2	15.2	26.8
		ACI	26.7	32.7	42.1	42.6	50.3	63.7	7.1	20.4	15.9	23.8
		Branson	39.0	54.5	76.8	66.5	88.3	124.5	10.2	28.0	22.5	35.1
		CEB-FIP	21.5	27.1	32.0	38.0	47.6	57.2	5.8	16.3	14.4	17.1

표 1에서 $(\Delta)_m$ 는 측정값이고 $(\Delta)_e$ 는 예측값으로 ACI 규준식, CEB-FIP 규준식, Branson의 방법 및 제안된 방법에 의하여 각각 계산하였다.

Branson의 방법은 장기처짐을 과대 평가하고 있으며 실측값과는 약 70%정도의 차이를 보이고 있다. 그리고 ACI 규준식과 CEB-FIP 규준식은 Branson의 방법에 비하여 비교적 실험값을 잘 예측하나 약 20%정도의 오차를 보이고 있다. 반면에 제안된 방법은 실험값을 잘 예측하였으며 대부분의 경우에 오차가 10%이하임을 알 수 있다. 그리고 가상일의 원리를 사용한 방법이 근사적인 방법에 비하여 보다 실험값과 잘 일치하나 두 값의 차이는 매우 작음을 알 수 있다.

5. 결 론

- 1) 수정유효탄성계수법에 근거하여 균열 및 크리프와 건조수축을 고려한 효율적인 단면해석 알고리즘을 제안하였으며, 이를 바탕으로 장기지속하중을 받는 철근콘크리트 보의 처짐을 예측할 수 있는 방법을 제안하였다.
- 2) Branson의 방법은 장기처짐을 과대 평가하고 있으며, ACI 규준식과 CEB-FIP 규준식은 Branson의 방법에 비하여 실험값을 잘 예측하나 약 20%정도의 오차를 보였다.
- 3) 제안된 방법은 실험값을 잘 예측하였으며 대부분의 경우에 오차가 10%이하임을 알 수 있다. 그리고 제안된 방법중에서 가상일의 원리를 사용한 방법이 근사적인 방법에 비하여 보다 실험값을 잘 예측하였으나 두 값의 차이는 매우 작았다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단(ERC-STRESS)의 연구비 지원에 의하여 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. ACI Committee 318, "Building Code Requirement for Reinforced Concrete (ACI 318-95)," *American Concrete Institute*, Detroit, 1995, 111 p.
2. Branson, D. E., "Compression Steel Effects on Long-time Deflections," *ACI Journal*, Vol. 68, No. 8, 1971, pp.555-559.
3. Comite Euro-International du Beton, CEB-FIP Model Code, Design Code, *Thomas Telford*, London, 1990, 259p.
4. Neville, A. M., Digler and W. H., Brooks, J. J., *Creep of Plain and Structural Concrete*, *Longman Inc.*, New York, 1983, pp.330-333.
5. Pretorius, P. C., "Deflections of Reinforced Concrete Members: A Simple Approach," *ACI Journal*, Vol. 82, No. 6, Nov.-Dec., 1985, pp.805-812.
6. Samra, R. M., "Renewed Assessment of Creep and Shrinkage Effects in Reinforced Concrete Beams," *ACI Structural Journal*, Vol. 94, No. 6, Nov.-Dec., 1997, pp.745-751.
7. Rao, A. S. and Jayaraman, R., "Creep and Shrinkage Analysis of Partially Prestressed Concrete Members," *Journal of Structural Engineering*, Vol. 115, No.5, May, 1989, pp.1169-1189.
8. Washa, G. W. and Fluck, P. G., "Effect of Compressive Reinforcement on the Plastic Flow of Reinforced Concrete Beams," *ACI Journal*, Vol. 49, No. 2, 1952, pp.89-108.
9. Corley, W. G. and Sozen, M. A., "Time-dependent Deflections of Reinforced Concrete Beams," *ACI Journal*, Vol. 63, No. 3, 1966, pp.373-386.
10. Bakoss, S. L., Gilbert, R. I., Faultkes, K. A. and Pulmano, V. A., "Long-term Deflections of Reinforced Concrete Beams," *Magazine of Concrete Research*, Vol. 34, No. 121, Dec. 1982, pp.203-212.