프리스트레스트 콘크리트 박스 거더 교량의 단면 최적화

The Section Optimization of Prestressed Concrete Box Girder Bridges

노 금 래* 김 만 철** 박 선 규*** 이 인 원****
Roh, Kum-Rae Kim, Man-Chul Park, Sun-Kyu Lee, In-Won

ABSTRACT

The program which could determine cross-sectional dimension of the prestressed concrete box girder bridges at the stage of preliminary design was developed using the optimal technique in this study. It could minimize the cost required in the design of box girder bridges and the construction with the full staging method.

Objective cost function consisted of six independent variables such as height of cross-section, jacking force and thickness of web and bottom flange. The SUMT(Sequntial Unconstrained Minimization Technique) was used to solve the constrained nonlinear minimization optimal problem. Using the program developed in this study, optimum design was performed for existing bridges with one cell cross section of constant depth. The result verify the compatibility of the program.

Key words : Objective cost function, SUMT, Constrained nonlinear optimal problem

1.서 론

PSC(Prestressed Concrete) 박스 거더교는 미관이 수려하고 구조적인 효율성이 클 뿐만 아니라 여러 가지 가설 공법이 개발되어 거의 모든 지형에 제약을 받지 않고 시공이 가능하다. 특히 장대 교량 시공시 다른 형식의 교량에 비해 경제적으로 유리하기 때문에 그 수효는 계속 증가할 것으로 예상된다. 이러한 가운데 대부분의 PSC 박스 거더 교량의 설계가 경험에 근거하여 초기 단면 설계를 한 후, 구조 해석을 실시하고 시방서상의 요구조건들이 만족될 때까지 단면 수정 및 구조해석을 반복하는 시행 착오적 설계 방법이 일반적인 추세이다. 초기 단면 설계가 비경제적인 상태에서 콘크리트 단면이나 강재의 면적만을 부분적으로 변화시켜 구조적 적합성을 만족시키는

* 성균관대학교 토목공학과 대학원 석사과정
** 한국 과학 기술원 Post Doctor 과정
*** 정회원 , 성균관대학교 토목공학과 조교수
**** 정회원 , 한국 과학 기술원 토목공학과 교수

2.2.3 처짐 제약 조건

PSC 교량의 사용성 확보를 위해 프리스트레스 도입 직후에 일어나는 즉시 처짐량과 사용하중이 작용하는 시점에서 프리스트레스의 손실과 지속하중으로 인한 크리프의 영향을 고려한 장기 처짐량이 모두 허용 처짐량보다 적어야 한다.

2.2.4 설계 제약 조건

설계 변수들의 경계조건으로 위해 시방서에서 제시하는 최소 두께 규정으로 하부 플랜지와 복부의 두께를 14cm이상으로 규정하고 있다. 하지만 실제 시공에서는 시공성 확보를 위해 이보다 더 큰 두께가 요구된다.

2.3 최적화 기법과 최적화 과정 흐름도

최적 설계시 최적 설계 기법은 신뢰도가 우수한 SUMT(Sequential Unconstrained Minimization Technique)를 사용하였으며 최적해 Search Method로써는 David-Fletcher-Powell에 의해 개발된 Variable Metric Method(VMM)를 사용하였고 여기서 정해진 방향에 대한 최소해를 구하기 위한 1차원 탐색 방법으로는 Polynomial Interpolation Method을 이용하였다. 또한 최적화 과정에서 구조해석을 하기 위해서 PSC 종방향 해석 프로그램인 SPCFRAME을 이용하였으며 최적화 프로그램으로는 Vanderplaats가 개발한 ADS(Automated Design Synthesis)를 이용하였다.

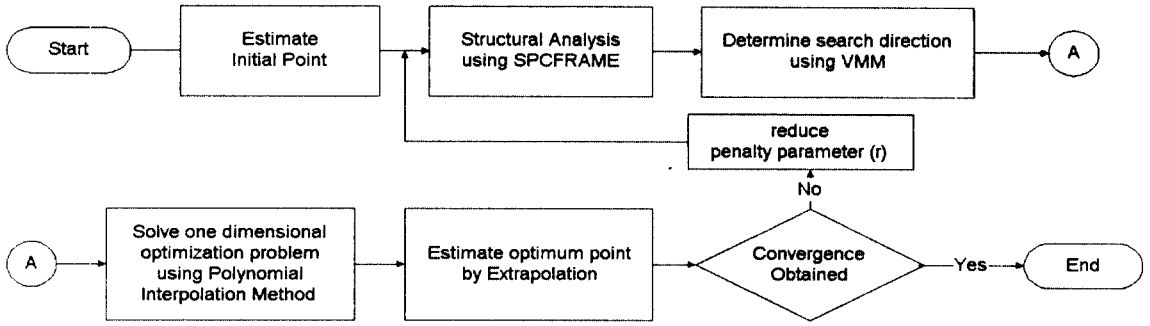

그림 1 최적화 과정 흐름도

2.4 최적 설계 및 비교 분석

최적 설계 프로그램의 적합성을 확인하기 위해 다음 그림 2, 3과 같이 기 시공된 교량에 대해 다음 표 1의 유형으로 최적 설계를 실시하였다. 횡방향 설계에 의해 지배되는 상부 플랜지 두께와 캔틸레버 부분의 길이는 설계 상수로 두었으며 그 제원은 기존 교량의 것과 동일하다.

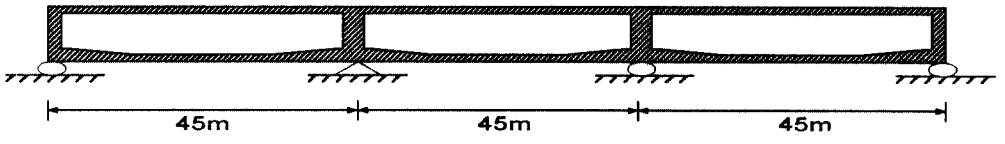

그림 2 최적 설계 대상 교량의 종단면

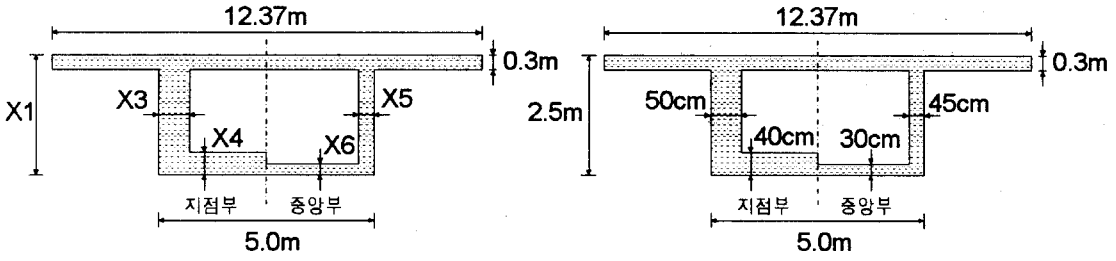

그림 3 단면 설계 변수와 기존 교량 횡단면 제원

각 설계 변수의 경계 조건으로는 기존 교량과 비교하기 위해 단면 높이의 경우 상한값을 2.5m로 두었으며 복부와 하부 플랜지 두께는 시공성을 고려하여 표 1과 같이 설정하였다. 또한 국부최적해(Local optimum solution)에 수렴을 방지하기 위해 초기 설계점을 변화시켜 보면서 표 2와 같은 결과를 얻었다.

표 1 설계 변수의 경계 조건

설계 변수		경계 조건
단면의 높이(X1)		1.0 ≤ X1 ≤ 2.5
긴장력(X2)		1000.0 ≤ X2 ≤ 10000.0
지점부	복부 두께(X3)	0.35 ≤ X3 ≤ 1.0
	하부 플랜지 두께(X4)	0.3 ≤ X4 ≤ 1.0
지간중앙부	복부 두께(X5)	0.35 ≤ X5 ≤ 1.0
	하부 플랜지 두께(X6)	0.2 ≤ X6 ≤ 1.0

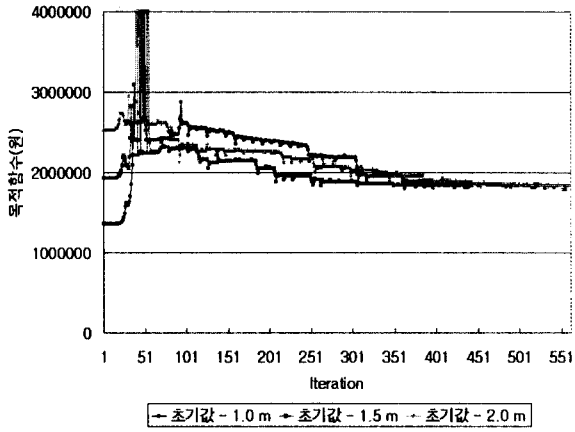

그림 4 초기값에 따른 목적함수의 수렴추이

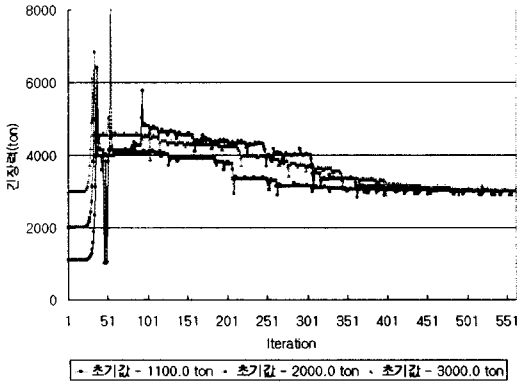

그림 5 초기값에 따른 긴장력의 수렴추이

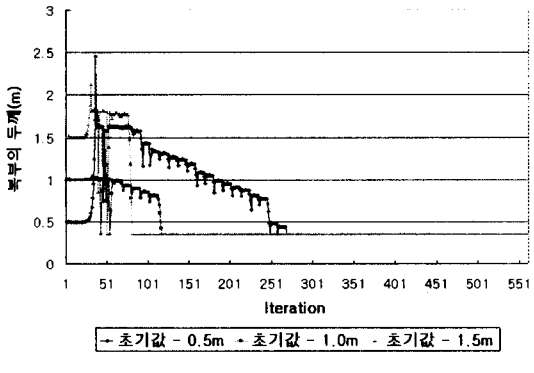

그림 6 초기값에 따른 지간 중앙부 복부 두께의 수렴추이

경우에는 매우 비경제적인 설계로 귀착될 수 있다. 그러므로 시방서상의 조건을 모두 만족시키면서 구조물 경비를 최소화 할 수 있는 최적 설계 기법은 PSC 박스 거더교의 경우, 설계의 효율성과 경제성을 제고시킬 수 있는 유용한 도구로 활용될 수 있다. 그러나 PSC 박스 거더교에 대한 최적설계 연구는 다른 강구조물에 비해 저조한 실정이다. 1975년에 Lacey와 Breen 등은 동바리 공법 및 캔틸레버 공법을 사용하는 PSC 박스 거더 교량에 대한 최적 설계 프로그램을 AASHTO 시방서를 기준으로 개발하였고 국내에서는 1990년에 한국 과학 기술원에서 도로교 표준 시방서를 근거로 횡방향 설계에 의한 동바리 공법 및 캔틸레버 공법을 적용하는 PSC 박스 거더교의 최적 설계 프로그램을 개발하였다. 그러나 횡방향 설계로 제한하였기 때문에 종방향 설계에 의해 지배되며 구조물의 경제성에 중요 요소가 되는 단면의 높이(형고)와 텐던 물량과 같은 설계 변수들에 대한 최적의 값들을 결정하기에 미흡하다. 또한 현재 PSC 박스 거더교에 대한 최적 설계 연구와 실무에서의 최적 설계에 대한 적용이 상당히 미흡한 실정이다. 이러한 가운데 본 연구에서는 목적함수(교량의 상부구조 건설비용)를 최소화시키는 설계 변수(횡단면 치수, 텐던 물량)를 결정하기 위하여 종방향 설계에 의한 최적 설계 프로그램을 개발하였으며 이를 이용하여 기 시공된 3경간 등단면 1실 PSC 박스 거더 교량에 대한 최적 설계를 실시하였고 그 결과를 비교, 검토하였다.

2.최적화 알고리즘

2.1 목적 함수의 정식화

PSC 박스 거더 교량에서는 PS 긴장재, 콘크리트, 거푸집 등 각기 다른 재료들이 필요하므로 항공 구조물이나 강구조물과 같이 최소 중량 설계나 최소 체적 설계와 같은 최적화는 큰 의미가 없다. 따라서 본 논문에서는 재료비 함수를 목적함수로 취하였다. 설계 변수로는 경제성에 가장 큰 영향을 미치는 단면의 높이(X1)와 PS 강선의 긴장력(X2)과 지점부의 복부의 두께(X3), 하부 플랜지의 두께(X4)와 지간 중앙부의 복부의 두께(X5), 하부 플랜지의 두께(X6)를 취하였다.

이러한 설계변수로 구성된 목적함수는 식(1)과 같이 박스 거더의 단위 길이당 재료비의 함수로 나타내었다. 여기서 C_c는 단위 체적당 콘크리트 재료비(7만원/m^3)이며 C_p는 단위 무게당 강재의 재료비(180만원/ton)이고 C_f는 단위 면적당 거푸집 재료비(6170원/m^2)로써 기 시공된 교량과 비교하기 위해 1990년 품셈 자료를 사용하였다.

$$\begin{aligned} Minimize\ Z &= C_c \cdot A_c^{mid} + C_p \cdot A_p^{mid} \cdot \gamma_p + C_f \cdot A_f^{mid} \\ &\quad + C_c \cdot A_c^{sup} + C_p \cdot A_p^{sup} \cdot \gamma_p + C_f \cdot A_f^{sup} \end{aligned} \tag{1}$$

: 지점부와 지간 중앙부의 박스 거더 단위 길이당 재료비 (단위 : 원)

A_c^{mid} : 지간 중앙부 단면 콘크리트 단면적　　A_p^{mid} : 지간 중앙부 강재의 소요 단면적

A_f^{mid} : 지간 중앙부 단면 소요 거푸집 면적　　A_c^{sup} : 지점부 단면 콘크리트 단면적

A_p^{sup} : 지점부 단면 강재의 단면적　　A_f^{sup} : 지점부 단면 소요 거푸집 면적

γ_p : 강재의 단위중량 (7.85ton/m^3)

2.2 제약 조건의 정식화

2.2.1 응력 제약 조건

PSC 박스 거더 교량은 긴장력 도입직후와 설계 하중이 작용할 때, 단면의 상·하단의 응력이 시방서 기준의 허용 응력 이하가 되어야 한다.

1) 프리스트레스 도입 직후 지간 중앙부와 지점부의 단면 상·하단에서의 응력 제약 조건

① 상단 :

$$\sigma_{ci} \geq \frac{P_i}{A_c} - \frac{P_i e}{S_t} + \frac{M_g}{S_t} \geq -\sigma_{ti} \tag{2}$$

② 하단 :

$$\sigma_{ci} \geq \frac{P_i}{A_c} + \frac{P_i e}{S_b} - \frac{M_g}{S_b} \geq -\sigma_{ti} \tag{3}$$

σ_{ci} : 프리스트레스 도입 직후 허용 휨 압축 응력 $= 0.55\sigma_{ci}'$

σ_{ti} : 프리스트레스 도입 직후 허용 휨 인장 응력 $= 0.75\sqrt{\sigma_{ci}'}$

P_i : 프리스트레스 도입 직후 긴장력 M_g : 자중에 의한 휨 모멘트 e : 편심 거리

A_c : 콘크리트 단면적 S_t , S_b : 상,하단 단면 계수 σ_{ci}' : Prestress 도입시 콘크리트 압축강도

2) 설계하중이 작용시 지간 중앙부와 지점부의 단면 상·하단에서의 응력 제약 조건

① 상단 :

$$\sigma_c \geq \frac{P}{A_c} - \frac{Pe}{S_t} + \frac{M_t}{S_t} \geq -\sigma_t \tag{4}$$

② 하단 :

$$\sigma_c \geq \frac{P}{A_c} + \frac{Pe}{S_b} - \frac{M_t}{S_b} \geq -\sigma_t \tag{5}$$

σ_c : 설계 하중이 작용시 허용 휨 압축 응력 $= 0.4\sigma_{ck}$

σ_t : 설계 하중이 작용시 허용 휨 인장 응력 $= 1.5\sqrt{\sigma_{ck}}$

P : 모든 손실이 일어난 후 유효 긴장력 M_t : 자중, 사하중과 활하중에 의한 휨모멘트

2.2.2 극한 휨강도 제약 조건

휨모멘트가 크게 발생하는 지간중앙부와 지점부에서 단면이 발휘하는 휨 강도가 외력에 의한 극한 강도보다 커야한다.

$$M_d = \phi A_p \sigma_{ps} d(1 - 0.59 p_p \frac{\sigma_{ps}}{\sigma_{ck}}) \geq M_u \tag{6}$$

2.2.3 전단 제약 조건

단면이 발휘하는 전단 강도가 외력에 의한 극한 전단력보다 커야한다.

$$V_u \leq \phi(V_c + V_s) \tag{7}$$

표 2 초기값에 따른 최적 설계 결과

	단면 높이 (m)	긴장력 (ton)	지점부		지간 중앙부		목적함수 (원)
			복부 두께(m)	하부 플랜지 두께(m)	복부 두께(m)	하부 플랜지 두께(m)	
초기값	1.0	1100.0	0.5	0.5	0.5	0.5	1362891
최적값	2.5	2996.95	0.39	0.32	0.35	0.2	1843879
초기값	1.5	2000.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1932124
최적값	2.5	3024.76	0.41	0.3	0.35	0.2	1844770
초기값	2.0	3000.0	1.5	1.5	1.5	1.50	2522606
최적값	2.5	3031.15	0.41	0.3	0.35	0.2	1845237

표 3 기존 교량 제원과 최적 설계 제원

	단면 높이 (m)	텐던 물량 (ton)	지점부		지간 중앙부	
			복부 두께(m)	하부 플랜지 두께(m)	복부 두께(m)	하부 플랜지 두께(m)
기존 교량 제원	2.5	40.62	0.5	0.4	0.45	0.3
최적 설계 제원	2.5	28.85	0.39	0.32	0.35	0.2

3.결 론

(1) 초기 설계값의 변화에 따라 최적 설계를 수행한 결과 목적 함수와 설계 변수들이 동일한 값들로 수렴함을 통해 경계 조건 내에서 전역적 최적해(Global optimum solution)에 도달했음을 알 수 있다.

(2) 지간 중앙부의 복부와 하부 플랜지의 두께는 최소 두께로 수렴하는데 시공성이 확보되면 외력에 대한 저항성이 만족됨을 알 수 있다.

(3) 최적화 기법을 이용하여 설계한 결과 기존 교량의 설계 제원과 비교했을때 재료 절감 측면에서 우수하다는 것을 알 수 있었다. 본 연구 결과에 의하면 콘크리트 단면적의 경우 지점부의 경우 9.8% 감소하였고 지간 중앙부의 경우 11.7% 감소하였다. 특히 텐던 물량의 경우 28.9% 감소함을 알 수 있다.

참고 문헌

(1) Lacey, G. C., and Breen, J. E., "The Design and Optimaization of Segmentally Precast Box Girder Bridges", Texas Univ., 1975

(2) 한국건설기술연구원, "교량의 계획 설계에 관한 연구" , 한국건설기술연구원 연구보고서 90-SE-111-2, 1990

(3) Vanderplaats, G. N., "ADS-Fortran Program for Automated Design Synthesis Ver2.0 1",1987