

가변 사구간을 갖는 적응 퍼지 제어기

Adaptive Fuzzy Controller with Variable Deadzone

구근모

LG 종합기술원 정보기술연구소

서울 서초구 우면동 16번지

Keun-Mo Koo

MI Group, LG Corporate Institute of Technology

16 Woomyeon-Dong, Seocho-Gu, Seoul

ABSTRACT

This paper proposes an adaptive fuzzy control scheme for a class of continuous-time nonlinear dynamic systems for which an explicit linear parameterization of the uncertainty is either unknown or impossible. In order to improve robustness under approximation errors and disturbances the proposed scheme includes deadzone in adaptation laws which varies its size adaptively. The assumption of known bounds on the approximation errors and disturbances is not required since those are estimated using adaptation laws. The overall adaptive scheme is proven to guarantee uniform ultimate boundedness in the Lyapunov sense.

I. 서론

지난 몇년간 퍼지 제어기는 모델링되기 어려운 시스템의 제어에 성공적으로 적용되었다 [1]. 대부분의 경우, 경험자의 지식을 바탕으로 지식 기반을 추출하고, 이를 퍼지규칙으로 표현하며, 원하는 성능을 내도록 퍼지규칙을 조정하는 과정을 통해 고정된 제어기를 설계하였다. 그러나 지식기반을 추출하기 어려운 경우와 제어대상 특성이 시간에 따라 변화하는 경우, 위와 같은 과정을 통해 제어기를 설계하기 어렵다. 이러한 문제를 해결하기 위해 최근 몇가지 적응 퍼지 제어기가 제안되었다 [2], [3]. 이들은 퍼지시스템을 제어대상의 모르는 함수를 근사하는데 이용하고, 퍼지시스템의 매개변수들을 추정하는데 적응법칙을 사용한다.

적응 시스템에서 중요한 문제는 안정도이다. 퍼지 시스템은 근사오차를 가지며, 실제 적용환경은 여러 종류의 외란을 가지고 있다. 이러한 문제를 해결하기 위해 적응제어 분야에서는 많은 기법들이 제안되었다 (추정법칙에 사구간 이용, σ -수정법, e_1 -수정법 등) [4], [5], [6].

이러한 기법들 중에 추정법칙에 사구간을 사용하는 기법[4]은 산업현장에 적용할 경우 여러가지 장점이 있다. 사구간을 사용하게 되면 일정시간이 지난 후 추정이 멈추어 전체 시스템이 시불변 시스템으로 된다. 이 성질을 이용하면 제어기를 참조표(look-up table)형태로 구현할 수 있다. 또한 오차가 일정하게 유지되므로 다른(제어기 외적인) 오차 보상방법을 적용할 수도 있다.

추정법칙에 사구간을 적용하려면 사구간의 크기를 결정하여야 한다. 여태까지는 근사오차 및 외란의 크기를 미리 안다고 가정하여 사구간의 크기를 계산하고 이를 고정하여 사용하였다. 그러나 실제 적용환경에서 근사오차 및 외란의 크기를 미리 알아내는 것은 매우 어려우며, 사구간의 크기를 필요 이상으로 크게 잡는 결과를 초래하기 쉽다.

본 연구에서는 근사오차와 외란의 크기를 추정하여 사구간의 크기를 자동으로 조절하는 적응 퍼지 제어기

를 제안하고자 한다. 제안된 제어기에서는 제어대상 시스템의 모르는 함수 뿐만 아니라 근사오차와 외란의 크기도 추정법칙을 이용하여 추정한다. 추정된 근사오차와 외란의 크기는 사구간의 크기를 조절하는데 사용된다. 자동적으로 조절된 사구간을 추정법칙에 적용함으로써 시스템의 강건성을 유지할 수 있다. 전체 시스템은 리아푸노프 안정도 이론을 이용하여 설계된다.

II. 제어목적

다음 식으로 표현되는 SISO 비선형 시스템을 제어 대상으로 고려하였다:

$$x^{(n)}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t). \quad (1)$$

여기서 $f(\cdot)$ 와 $g(\cdot)$ 는 상태벡터 $x(t) \triangleq [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T$ 의 비선형 함수이며 $u(t)$ 는 제어입력이다. 위 시스템에서 $g(x)$ 는 양의 함수이며, 모든 x 에 대해 $g(x) \geq g_l > 0$ 인 성질을 만족한다고 가정한다. 제어목적은 상태벡터 $x(t)$ 가 원하는 궤적 $x_d(t) \triangleq [x_d, \dot{x}_d, \dots, x_d^{(n-1)}]^T$ 를 추종하도록 하는 것이다. 추종오차는 다음과 같이 정의된다:

$$\tilde{x}(t) \triangleq x(t) - x_d(t). \quad (2)$$

만약 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 를 알고 있다면 다음과 같은 케환 선형화 기법을 사용하여 정확한 제어를 할 수 있다:

$$u(t) = \frac{-f(x) + v(t)}{g(x)}. \quad (3)$$

여기서

$$v(t) = x_d^{(n)}(t) - \alpha_n \tilde{x}^{(n-1)}(t) - \dots - \alpha_1 \tilde{x}(t) \quad (4)$$

이며 계수 α_i 는 $\Gamma(s) = (s^n + \alpha_n s^{n-1} + \dots + \alpha_1)$ 가 Hurwitz 다항식이 되도록 결정된다.

본 논문에서는 $f(x)$ 와 $g(x)$ 를 모르며 선형 매개변수 화도 불가능하다고 가정한다. 모르는 각 함수는 퍼지시스템에 의해 근사된다.

III. 퍼지 시스템

퍼지규칙기반은 “IF - THEN”형식으로 이루어진 언어규칙들의 집합으로 다음과 같은 형태를 가진다:

R_j : If z_1 is F_1^j and z_2 is F_2^j and \dots and z_r is F_r^j ,
Then y is G^j .

여기서 $\mathbf{z} = [z_1, z_2, \dots, z_r]^T$ 는 퍼지시스템의 입력벡터, y 는 출력변수, j 는 j 번째 규칙을 가리킨다. 또한 F_i^j ($i = 1, \dots, r$)와 G^j 는 퍼지집합이며 멤버쉽함수는 각각 $\mu_{F_i^j}(z_i)$ 와 $\mu_{G^j}(y)$ 로 정의된다. 만약 퍼지시스템이 m 개의 퍼지규칙, 싱글톤 퍼지화와 중심평균 비퍼지화를 가진다면, 퍼지시스템의 출력은 다음 식으로 나타난다:

$$\begin{aligned} y &= \frac{\sum_{j=1}^m w_j (\mathbf{T}_{i=1}^r \mu_{F_i^j}(z_i))}{\sum_{j=1}^m (\mathbf{T}_{i=1}^r \mu_{F_i^j}(z_i))} \\ &= \sum_{j=1}^m w_j b_j(\mathbf{z}) \\ &= \mathbf{w}^T B(\mathbf{z}). \end{aligned} \quad (5)$$

여기서

$$\mathbf{T}_{i=1}^r \mu_{F_i^j}(z_i) = \mu_{F_1^j}(z_1) \star \dots \star \mu_{F_r^j}(z_r) \quad (6)$$

$$\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_m]^T \quad (7)$$

$$B(\mathbf{z}) = [b_1(\mathbf{z}), b_2(\mathbf{z}), \dots, b_m(\mathbf{z})]^T. \quad (8)$$

윗 식에서 w_j 는 퍼지 집합 G^j 의 중심점, \star 는 T -norm을 나타낸다. T -norm으로는 곱셈과 min연산이 널리 쓰인다.

입력 퍼지 집합이 결정되어 있다면, 적응 퍼지시스템의 출력은 선형 매개변수 형태로 표시됨을 알 수 있다. 본 논문에서는 (5)식으로 나타난 적응 퍼지시스템을 사용하여 제어대상의 모르는 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 를 근사한다. 모르는 매개변수 w_j 는 적응법칙에 의해 추정된다.

IV. 적응 퍼지시스템을 이용한 제어

퍼지 시스템은 전체 상태공간의 부분집합인 콤팩트 영역에서 연속 함수를 근사할 수 있는 국소 근사기(local approximator)이다. 퍼지 시스템이 함수를 근사할 콤팩트 영역을 Ω 로 정의하고, Ω 상에서 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 유한하다고 가정한다. 앞 절에서 언급된 퍼지시스템은 모르는 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 를 다음과 같이 표현할 수 있다:

$$f(x) = \mathbf{w}_f^T B_f(x) + f_o(x) + \rho_f(x, t) \quad (9)$$

$$g(x) = \mathbf{w}_g^T B_g(x) + g_o(x) + \rho_g(x, t). \quad (10) \quad \text{이 된다.}$$

여기서 $f_o(x)$ 와 $g_o(x)$ 는 각각 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 미리 알고 있는 부분을 함수로 표현한 것이며, ρ_f 와 ρ_g 는 근사오차와 외란의 영향을 나타내는 유한한 함수이다. \mathbf{w}_f 와 \mathbf{w}_g 는 ρ_f 와 ρ_g 를 최소화하는 m 차의 이상적인 매개변수 벡터로 미리 알 수 없다. $B_f(x)$ 와 $B_g(x)$ 는 m 차의 베이시스 함수 벡터이다. 모르는 \mathbf{w}_f 와 \mathbf{w}_g 는 적응법칙을 이용해 추정될 수 있다. 추정치는 각각 $\hat{\mathbf{w}}_f$ 와 $\hat{\mathbf{w}}_g$ 로 정의된다.

모든 $\mathbf{x} \in \Omega$ 에 대해 다음을 가정한다:

$$|\rho_f(\mathbf{x}, t)| \leq \epsilon_f \quad (11)$$

$$|\rho_g(\mathbf{x}, t)| \leq \epsilon_g. \quad (12)$$

여기서 ϵ_f 와 ϵ_g 는 모르는 양의 상수로 적응법칙을 이용해 추정될 것이다. ϵ_f 와 ϵ_g 의 추정치는 각각 $\hat{\epsilon}_f$ 와 $\hat{\epsilon}_g$ 로 정의된다.

따라서, $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 근사함수는

$$\hat{f}(x) = \hat{\mathbf{w}}_f^T B_f(x) + f_o(x) \quad (13)$$

$$\hat{g}(x) = \hat{\mathbf{w}}_g^T B_g(x) + g_o(x) \quad (14)$$

로 표시되며, 윗 식을 이용하면 제어법칙 (3)을 다음과 같이 나타낼 수 있다:

$$u(t) = \frac{-\hat{f}(x) + v(t)}{\hat{g}(x)}. \quad (15)$$

제어법칙 (15)를 (1)에 대입하면

$$\Gamma(s)\bar{x} = -\tilde{f}(x) - \tilde{g}(x)u(t) \quad (16)$$

를 얻을 수 있다. 여기서 $\tilde{f} \triangleq \hat{f} - f$ 이고 $\tilde{g} \triangleq \hat{g} - g$ 이다.

다음과 같이 혼합 추종오차 $e_1(t)$ 을 정의하자:

$$\begin{aligned} e_1(t) &= \beta_n \bar{x}^{(n-1)} + \dots + \beta_1 \bar{x} \\ &= \Psi(s)\bar{x}(t). \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 $\Psi(s)$ 는 Hurwith 다항식으로 $\Psi\Gamma^{-1}(s)$ 를 다음과 같은 1차 전달함수로 만든다:

$$\Psi\Gamma^{-1}(s) = \frac{1}{s + k_d}, \quad k_d > 0. \quad (18)$$

따라서 (16), (17), (18)로부터

$$\dot{e}_1(t) = -k_d e_1(t) - \tilde{f}(x) - \tilde{g}(x)u(t) \quad (19)$$

을 얻을 수 있다. (9), (10), (13)과 (14)를 이용하면, (19)는

$$\begin{aligned} \dot{e}_1(t) &= -k_d e_1(t) - \tilde{\mathbf{w}}_f^T B_f(x) - \tilde{\mathbf{w}}_g^T B_g(x)u(t) \\ &\quad + \rho_f(x, t) + \rho_g(x, t)u(t) \end{aligned} \quad (20)$$

다음과 같이 사구간을 포함하는 연속함수 $e_{1\Delta}(t)$ 를 정의하자:

$$e_{1\Delta}(t) = \begin{cases} e_1 - \phi(t)\text{sign}(e_1) & \text{if } |e_1| > \phi(t) \\ 0 & \text{if } |e_1| \leq \phi(t) \end{cases} \quad (21)$$

여기서 $\phi(t)$ 는 사구간의 크기를 나타내는 함수로 초기 값은 0으로 설정되며 근사오차 및 외란의 크기에 따라 자동적으로 조절된다.

적응법칙들을 유도하기 위해 다음과 같은 리아푸노프 함수를 고려하자:

$$V = \frac{1}{2}e_{1\Delta}^2 + \frac{1}{2\eta_f}\tilde{\mathbf{w}}_f^T\tilde{\mathbf{w}}_f + \frac{1}{2\eta_g}\tilde{\mathbf{w}}_g^T\tilde{\mathbf{w}}_g + \frac{1}{2\eta_1}\tilde{\epsilon}_f^2 + \frac{1}{2\eta_2}\tilde{\epsilon}_g^2 \quad (22)$$

여기서 $(\dot{\cdot}) \triangleq (\dot{\cdot}) - (\cdot)$ 이고, $\eta_f, \eta_g, \eta_1, \eta_2$ 들은 적응 이득(adaptation gain)인 양의 상수들이다.

$|e_1| > \phi(t)$ 일 때, (20)식을 이용하면

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -k_d e_{1\Delta}^2 - |e_{1\Delta}|[k_d\phi + \dot{\phi}] - e_{1\Delta}[\tilde{\mathbf{w}}_f^T B_f(\mathbf{x}) \\ & + \tilde{\mathbf{w}}_g^T B_g(\mathbf{x})u(t) - \rho_f(\mathbf{x}, t) - \rho_g(\mathbf{x}, t)u(t)] \\ & + \frac{1}{\eta_f}\tilde{\mathbf{w}}_f^T\dot{\tilde{\mathbf{w}}}_f + \frac{1}{\eta_g}\tilde{\mathbf{w}}_g^T\dot{\tilde{\mathbf{w}}}_g \\ & + \frac{1}{\eta_1}\tilde{\epsilon}_f\dot{\tilde{\epsilon}}_f + \frac{1}{\eta_2}\tilde{\epsilon}_g\dot{\tilde{\epsilon}}_g \end{aligned} \quad (23)$$

이 된다. (11)과 (12)로부터 다음을 얻는다:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -k_d e_{1\Delta}^2 - |e_{1\Delta}|[k_d\phi + \dot{\phi}] + [\epsilon_f + \epsilon_g|u(t)|]|e_{1\Delta}| \\ & - e_{1\Delta}[\tilde{\mathbf{w}}_f^T B_f(\mathbf{x}) + \tilde{\mathbf{w}}_g^T B_g(\mathbf{x})u(t)] + \frac{1}{\eta_f}\tilde{\mathbf{w}}_f^T\dot{\tilde{\mathbf{w}}}_f \\ & + \frac{1}{\eta_g}\tilde{\mathbf{w}}_g^T\dot{\tilde{\mathbf{w}}}_g + \frac{1}{\eta_1}\tilde{\epsilon}_f\dot{\tilde{\epsilon}}_f + \frac{1}{\eta_2}\tilde{\epsilon}_g\dot{\tilde{\epsilon}}_g. \end{aligned} \quad (24)$$

적응법칙들을

$$\dot{\tilde{\mathbf{w}}}_f = \eta_f e_{1\Delta}(t) B_f(\mathbf{x}) \quad (25)$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{w}}}_g = \eta_g e_{1\Delta}(t) B_g(\mathbf{x})u(t) \quad (26)$$

$$\dot{\tilde{\epsilon}}_f = \eta_1 |e_{1\Delta}(t)| \quad (27)$$

$$\dot{\tilde{\epsilon}}_g = \eta_2 |e_{1\Delta}(t)| |u(t)| \quad (28)$$

와 같이 선택하고, 사구간의 크기 $\phi(t)$ 를 다음 식과 같이 조절하자:

$$\dot{\phi}(t) = -k_\phi \phi(t) + [\hat{\epsilon}_f + \hat{\epsilon}_g |u(t)|]. \quad (29)$$

여기서 k_ϕ 는 $k_d > k_\phi$ 를 만족하는 양의 상수로 정의된다. 그러면 $\phi(t) \geq 0$ 이므로 다음 결과를 얻을 수 있다:

$$\dot{V} \leq -k_d e_{1\Delta}^2 - (k_d - k_\phi)\phi(t)|e_{1\Delta}| < 0. \quad (30)$$

$|e_1| \leq \phi(t)$ 일 때는 \dot{V} 이 0이다.

위 결과는 $e_{1\Delta}, \tilde{\mathbf{w}}_f, \tilde{\mathbf{w}}_g, \tilde{\epsilon}_f, \tilde{\epsilon}_g$ 의 유한성을 의미한다. 따라서 \dot{e}_1 와 $\phi(t)$ 도 유한하다. 그러므로 $\dot{e}_{1\Delta}$ 가 유한하

며, $e_{1\Delta}$ 는 단조 연속(uniformly continuous)이다. $e_{1\Delta}$ 와 ϕ 가 단조 연속이므로, \dot{V} 도 단조 연속이다. Barbalat의 lemma를 이용하면 $t \rightarrow \infty$ 일 때 $e_{1\Delta} \rightarrow 0$ 이고, $|e_1(t)| \leq \phi(t)$ 임을 보일 수 있다. 따라서 제안된 적응 퍼지 제어기는 모든 신호와 매개변수들의 유한성을 보장하며, 혼합 추종오차 $e_1(t)$ 가 유한시간내에 $\pm\phi(t)$ 안에 들어 가도록 할 수 있다.

주 1: 위 결과는 상태변수 \mathbf{x} 가 콤팩트 영역 Ω 내에 있을 경우에만 해당되는 국소 안정도를 보장한다. 그러나 [2], [7], [8]에서와 같이 \mathbf{x} 가 Ω 를 벗어날 때 동작하는 별도의 슬라이딩 모드 제어를 사용함으로써, 광역적 안정도를 만족하는 제어기로 쉽게 확장될 수 있다.

주 2: [8]와 같이 $\hat{g}(\mathbf{x}) \geq g_l$ 이 보장되도록 매개변수 재설정(parameter resetting) 기법을 사용할 수 있다:

$$\hat{g}(\mathbf{x}) < g_l \quad (31)$$

인 시간 t 에

$$\hat{\mathbf{w}}_g(t^+) = \hat{\mathbf{w}}_g(t) + (g_l - \hat{g})\|B_g(\mathbf{x})\|^{-2}B_g(\mathbf{x}). \quad (32)$$

여기서 t^+ 는 재설정이 이루어진 직후의 시간을 나타낸다.

V. 시뮬레이션 예

다음과 같은 비선형시스템을 고려하였다:

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}) + g(x, \dot{x})u. \quad (33)$$

여기서

$$f(x, \dot{x}) = 16 \frac{\sin(4\pi x)}{4\pi x} \left(\frac{\sin(\pi \dot{x})}{\pi \dot{x}} \right)^2 \quad (34)$$

$$g(x, \dot{x}) = 2 + \sin(x\dot{x}) \quad (35)$$

이다. $x(t)$ 가 추종하여야 할 원하는 궤적으로

$$x_d(t) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right) \quad (36)$$

를 사용하였다. 근사함수 \hat{f} 와 \hat{g} 는 각각 (13)와 (14)로 표현되며, $f_o(\mathbf{x}) = 0, g_o(\mathbf{x}) = 2$ 로 설정하였다. \hat{f} 와 \hat{g} 를 위한 퍼지 시스템은 그림 1에 나타난 삼각형 멤버십 함수를 이용하여 구성되었다. x 와 \dot{x} 에 각각 7개의 변수를 사용하였으므로, \hat{f} 와 \hat{g} 을 위한 퍼지 시스템은 각각 49개의 퍼지규칙들로 이루어진다. T -norm으로는 min연산을 사용하였다.

제어법칙 (15)에서

$$v(t) = \ddot{x}_d - 15\dot{x} - 50\ddot{x} \quad (37)$$

로 정하였고, 혼합 추종오차 $e_1(t)$ 은

$$e_1(t) = \dot{x}(t) + 10\ddot{x} \quad (38)$$

로 주어진다. 시뮬레이션에 사용된 상수값들은 표 1에 정리되어 있다.

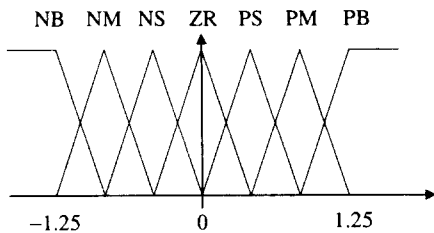
η_f	η_g	η_1	η_2	k_ϕ
100	10	0.02	0.02	1.0

표 1. 시뮬레이션에 사용된 상수값

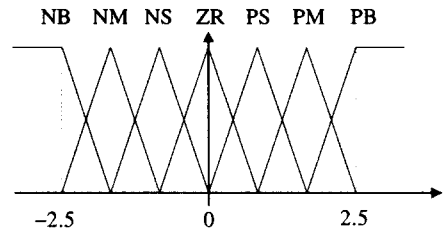
그림 2는 혼합 추종오차 $e_1(t)$ (실선)와 사구간의 크기 $\pm\phi(t)$ (점선)를 나타낸다. $e_1(t)$ 가 $\pm\phi(t)$ 로 한정된 영역 안으로 수렴함을 알 수 있다. 이것은 $e_{1\Delta}(t)$ 가 0으로 수렴함을 나타낸다. 모르는 매개변수들은 $e_{1\Delta}(t)$ 가 포함된 추정법칙을 이용하여 추정되므로, $e_{1\Delta}(t)$ 가 0으로 수렴하면 이러한 매개변수들이 상수값으로 수렴하게 된다. 그림 3과 그림 4를 통해 위 사실을 확인할 수 있다.

참고 문헌

- [1] C. C. Lee, "Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller: Part I & II," *IEEE Trans. Syst. Man Cyber*, vol.SMC-20, no.2, pp.404-435, 1990.
- [2] C.-Y. Su and Y. Stepanenko, "Adaptive control of a class of nonlinear systems with fuzzy logic," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol.2, no.4, pp.285-294, Nov. 1994.
- [3] L.-X. Wang, *Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis*, Prentice-Hall, 1994.
- [4] B. B. Peterson and K. S. Narendra, "Bounded error adaptive control," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.AC-27, pp. 1161-1168, Dec. 1982.
- [5] S. Sastry and M. Bodson, *Adaptive control: Stability, convergence, and robustness*, Prentice-Hall, 1989.
- [6] K. S. Narendra and A. Annaswamy, *Stable Adaptive Systems*, Prentice-Hall, 1989.
- [7] R. M. Sanner and J.-J. E. Slotine, "Gaussian networks for direct adaptive control," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol.3, no.6, pp.837-863, Nov. 1992.
- [8] E. Tzirkel-Hancock and F. Fallside, "Stable control of nonlinear systems using neural networks," *Int. J. Robust Nonlinear Contr.*, vol.2, pp.63-86, May 1992.



(a) x 의 퍼지 멤버쉽 함수.



(b) \dot{x} 의 퍼지 멤버쉽 함수.

Fig. 1. $x(t)$ 와 $\dot{x}(t)$ 의 퍼지 멤버쉽 함수.

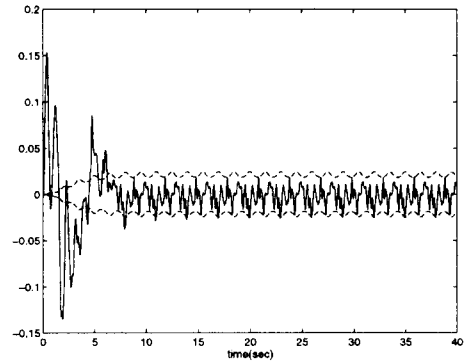


Fig. 2. $e_1(t)$ (실선)과 $\pm\phi(t)$ (점선).

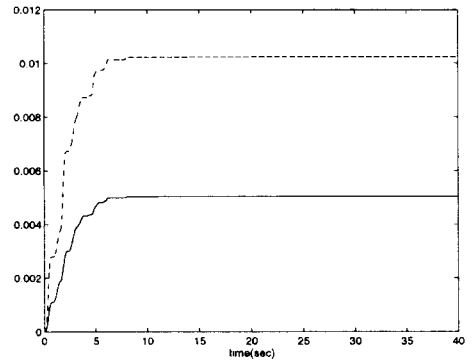


Fig. 3. $\hat{e}_f(t)$ (실선)과 $\hat{e}_g(t)$ (점선).

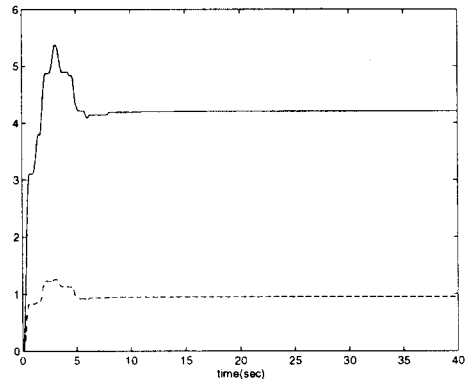


Fig. 4. $\|\hat{w}_f(t)\|$ (실선)과 $\|\hat{w}_g(t)\|$ (점선).