

# PID 제어기의 퍼지 Ziegler-Nichols 동조 방법

## The Fuzzy Ziegler-Nichols Tuning Method for PID Controller

최정내, 이원혁, 김진권, 황형수

원광대학교 제어계측공학과, 전라북도 익산시 신룡동 344-2 ☎570-749

Tel. : 0653-850-6345, Fax. : 0653-53-2196

Jeoung Nae Choi, Won Hyok Lee, Jin Kwon Kim, Hyung Soo Hwang

Dept. of Control & Instrumentation Engineering, Wonkwang Univ., Iksan, Korea

Tel. : 0653-850-6345, Fax. : 0653-53-2196

### Abstract

This paper presents a new parameter tuning method for PID controller. The Ziegler-Nichols parameter tuning has been widely known as a fairly heuristic method to good determine setting of PID controllers, for a wide range of common industrial processes.

It has a excessive overshoot in the set point response, set point weighting can reduced the overshoot to specified values. It will also be shown that set point weighting is superior to the conventional solution of reducing large overshoot by other method. In this paper, we will modified the Ziegler-Nichols tuning formula by fuzzy set.

These method will give appreciable improvement in the performance of PID controllers.

### 1. 서론

Ziegler-Nichols 동조법칙은 산업 공정에서 가장 많이 사용되고 있는 PID와 PI 제어기의 적합한 파라미터를 설정하기 위한 경험적인 방법으로 많이 알려져 있다. 그러나 실제적으로, 이 방법은 간단한 공정 모델을 사용하여 개발되었기 때문에 좋은 동조를 제공하지 못할 뿐만 아니라, 경험적이며, 수동적이기 때문에 특히 시정수가 큰 공정에 대해서는 시간이 많이 걸리고, 어렵다. 또한 Ziegler-Nichols 동조법칙을 사용하기 위해 공정의 임계이득과 임계주기를 측정하기 위해서는 공정이 거의 불안정하게 동작시켜야 하기 때문에 기술자들의 많은 주의가 필요하다. 최근에는 자동 동조와

적응제어에 관한 여러 상품들이 생산되고, 자동동조를 하기 위한 간단한 방법들이 개발되었다. 이것들은 임계이득과 임계주기의 자동적인 측정을 기초로 해서, Ziegler-Nichols 동조법을 사용하여 최적의 PID와 PI 제어기의 파라미터를 계산할 수 있다. 공정을 거의 불안정하게 동작시키지 않고 임계이득과 임계주기를 측정할 수 있는 릴레이 피드백, 근사 시스템 동조 그리고, 교차 상관과 같은 여러 가지 기법이 개발되었다.

Ziegler-Nichols 동조 법칙은 수동으로 할 때는 경험에 근거하여 보완할 수 있지만, 제어기 동조 절차를 자동으로 할 때는 수정하거나

보충하는 것은 더 많은 연구를 필요로 한다. 공정의 특성을 나타내는 정규화된 공정이득 ( $k$ )과 정규화된 지연시간 ( $\theta$ )을 이용하여 Ziegler-Nichols 동조법의 적합성,  $k$ 와 오버슈트와의 관계를 경험적으로 알 수 있다. 적합하지 않은 경우에는 다른 동조 법칙을 사용하여 더 좋은 제어를 설계해야 한다. 성능을 개선하는 다른 방법으로서, 제어 규칙에서 설정치에 가중인자( $\beta$ )를 포함하는 방법이 제시되었다.  $\beta$ 값은 공정에 따라 다르고,  $k$ 와  $\beta$ 의 관계를 경험적으로 알 수 있다.

본 논문에서는 경험적으로 구해진  $k$ 와  $\beta$ 로부터 퍼지 모델을 구축하여  $k$ 에 대한  $\beta$ 를 구할 수 있도록 하였다. 그림 1에 본 논문에서 제시된 퍼지 Ziegler-Nichols 튜너의 블록선도를 보인다.

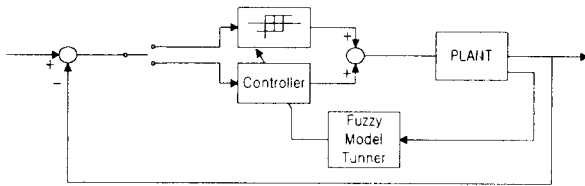


그림 1. 퍼지 Ziegler-Nichols tuner

## 2. 제어기의 동조

### 2.1 Ziegler-Nichols 법칙

Ziegler-Nichols 튜닝 법칙은 임계이득  $k_u$ 와 임계주기  $t_u$ 의 경험적 지식을 바탕으로 하며, 동조법칙은 Table 1과 같다.

Table 1 : Ziegler Nichols 동조법칙

	PID	PI
비례 이득	$k_c = 0.6k_u$	$k_c = 0.45k_u$
적분 시간	$T_i = 0.5t_u$	$T_i = 0.85t_u$
미분 시간	$T_d = 0.125t_u$	

PID 제어기는 일반적으로 다음처럼 구현된다.

$$u_c = k_c \left( e + \frac{1}{T_i} \int e dt - T_d \frac{dy_f}{dt} \right) \quad (1)$$

$$e = y_r - y$$

$$y_f = \frac{1}{1 + sT_d/N} y$$

여기서 제어기 출력, 공정출력 그리고 설정치는 각각  $u_c$ ,  $y$  그리고,  $y_r$ 이다

식 (1) 형태의 PID 제어기는 측정치 미분 선행형 PID 알고리즘으로 실제적으로 많이 사용되는 형태의 제어기이다. 측정치 미분 선행형 PID 알고리즘은 설정치 변화시에 미분 동작에 의한 조작량의 급속한 변화를 억제하고, 프로세서와 계측신호에 포함되어 있는 고조파 노이즈(실제의 제어상 유해한 성분)를 제거할 수 있다. 노이즈 필터링 상수 N은 일반적으로 3~10의 범위이고, 본 논문에서는 N=10을 사용하였다. Ziegler-Nichols 동조 법칙을 설명하고 해석하는데는 (2)의 공정을 사용하였다.

$$\frac{Y(s)}{U_c(s)} = \frac{e^{-\theta_d s}}{(1 + s)^2} \quad (2)$$

### 2.2 Ziegler-Nichols 동조 PID제어기

일반적으로, Ziegler-Nichols 동조 제어 시스템의 성능은 공정의 지연시간에 따라 변한다. PID 제어기에 대해서, 공정 지연시간이 작을 때 Ziegler-Nichols 동조법은 응답 속도와 감쇠율에 대해서는 좋은 성능을 보이는 반면에, 오버슈트는 50% 이상이 된다. 따라서, 오버슈트를 10%나 20% 이하로 개선시킬 필요성이 있다.

과도한 오버슈트를 줄이기 위한 방법중의 한 가지는 이득을 다시 튜닝하는 것인데, 이 방법은 응답속도의 저하를 가져오게 된다. 다른 대안으로서 설정치에 가중치를 주는 방법이 제시되었다. 이 경우에, 제어기는 비례기에서 설정치에 가중인자  $\beta$ 를 포함하도록 수정되고, 식 (3)처럼 표현된다.

$$u_c = k_c \left[ (\beta y_r - y) + \frac{1}{T_i} \int e dt - T_d \frac{dy_f}{dt} \right] \quad (3)$$

설정치에  $\beta$ 의 포함은 페루프 전달함수의 영점에 영향을 미치고, 이것은 영점을 조절하여 오버슈트와 상승시간을 개선할 수 있음을 의미한다.  $\beta$ 의 값은 경험적으로 구할 수 있다. 식 (2)의 공정에 대해서  $\beta$ 를 사용한 경우(RZN)와

그렇지 않은 경우에 대한 스텝응답을 그림 2에 보인다.

식 (2)의 공정에서 지연시간  $\theta_d$ 의 값에 대한 파라미터는 Table 2에 보인다.  $K_u$ ,  $T_u$ 는 릴레이 실험을 통해서 구하고, PID 파라미터는 Ziegler-Nichols 동조 법칙으로부터 그리고,  $\beta$ 는 경험적으로 구할 수 있다.

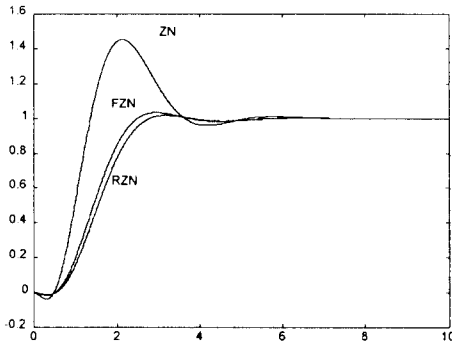


그림 2. PID 제어기에 대한 스텝응답

$\theta_d = 0.4$

ZN :  $K_c = 3.42, T_i = 1.45, T_d = 0.36, \beta = 1$

RZN :  $K_c = 3.42, T_i = 1.45, T_d = 0.36, \beta = 0.2$

Table 2.  $\theta_d$ 에 값에 따라 경험적으로 구한 파라미터

$\theta_d$	$K_u$	$T_u$	$K_c$	$T_i$	$T_d$	$k$	$\beta$
0.1	20.5	1.4	12.3	0.70	0.18	20.50	0.01
0.2	10.50	2.0	6.3	1.00	0.255	10.50	0.05
0.4	5.70	2.9	3.42	1.45	0.363	5.70	0.20
0.6	4.00	3.6	2.40	1.80	0.45	4.00	0.50
1.0	2.70	4.8	1.62	2.40	0.6	2.70	0.69
2.0	1.74	7.3	1.04	3.65	0.91	1.74	0.80
2.5	1.55	8.5	0.93	4.25	1.06	1.55	0.85

### 2.3 공정 특성

정규화된 공정이득  $k$ 는 임계이득  $k_u$ 와 공정의 정상상태 이득  $k_p$  곱으로서 정의된다.

$$k = k_p k_u$$

공정의 정상상태 이득은 폐루프에서 설정치를 변화함으로써 쉽게 구할 수 있으며 임계이득은 공정이 발진하기 시작하는 이득이다. 이것은 릴레이 실험으로부터 구할 수 있다. 정규화된 공정이득은 폐루프 특성을 나타내는 지표로 사

용된다.

### 3. 퍼지 모델의 동정

$\theta_d$ 의 변화에 따른 폐루프 특성을  $k$  값이 나타냄을 알 수 있다. Table 2에 있는  $k$ 에 따른  $\beta$ 를 이용하여 퍼지 모델을 구축하여, 임의의  $k$ 에 따른  $\beta$ 를 추론할 수 있다.

퍼지 추론 규칙은 전반부가 1변수이고 후반부가 단일의 상수항만을 가지는 간략추론법을 사용하였다. 이 퍼지 모델은 식 (4)의 형태를 가지는 구현 규칙들로 구성된다.

$$R_i : \text{IF } k \text{ is } A_i \text{ then } y \text{ is } c_i \quad (4)$$

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i c_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

여기서  $R_i$ 는  $i(i=1, \dots, n)$ 번째 규칙,  $k$ 는 입력 변수,  $A_i$ 는 퍼지집합의 멤버십 함수,  $c_i$ 는 상수이고,  $n$ 은 퍼지 규칙수, 그리고  $\hat{y}$ 는 추론된 값이다. 전반부 입력변수와 파라미터가 주어지면 성능지수 PI(Performance index)를 최소로 하는 최적의 후반부의 파라미터를 결정할 수 있다. PI는 식 (5)로 정의된다.

$$PI = \sum_{i=1}^m \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{m} \quad (5)$$

여기서  $\hat{y} = \sum_{i=1}^n w_i y_i / \sum_{i=1}^n w_i$ ,  $w_i = A_i(k)$ ,  $n$ 은 규칙수,  $m$ 은 데이터수이다.

후반부의 파라미터는  $c_i$ 로서 임출력 데이터가  $k_i, y_i (i=1, \dots, m: m$ 은 데이터수)로 주어졌을 때 최소 자승법에 의한 최소값은 식 (6)에 의해 구해진다.

$$\hat{C} = (W^T W)^{-1} W^T Y \quad (6)$$

여기서,  $Y = [y_1, \dots, y_m]^T$ ,  $x_j = [w_1, \dots, w_n]^T$

$W = [x_1, \dots, x_m]^T, j=1, \dots, m, m$ : 데이터수,  $n$ : 규칙수,  $W$ : 전반부의 적합도이다.

### 4. 시뮬레이션 및 결과

멤버십 함수는 행렬  $W$ 가 비정칙이 되지 않도록 가우스형을 사용하였고, 그림 3에 보인다.

규칙수는 3개, 그리고 테이블에 있는 7개의 입력 데이터  $k$ 와 출력 데이터  $\beta$ 를 이용하여 퍼지 모델을 구축하였다. 실제의 데이터로부터 구축한 모델이 그림 4에 있다. 이 모델의 학습 에러는 0.0024이다.

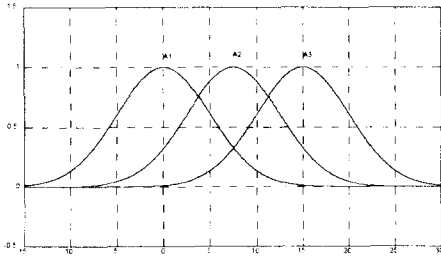


그림 3. 멤버십 함수

식 (2)에 있는 공정에서  $\theta_d = 1.5$ 인 경우에 앞에서 구축한 퍼지 모델을 사용했을 때,  $k = 2.1$ 이고  $\beta = 0.75$ 로 추론된다. 이 때의 스텝 응답을 그림 5에 보인다.

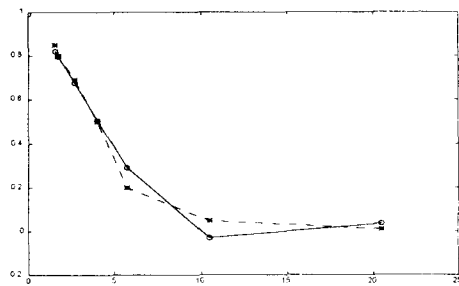


그림 4. 퍼지 추론법을 이용하여 구축한 모델  
 ---\*--- 실제의 데이터  
 ---o--- 구축된 퍼지 모델

시물레이션으로부터 퍼지 Ziegler-Nichols 튜닝을 했을 때 오버슈트가 20%에서 4%까지 감소됨을 볼 수 있다.

## 5. 결론

Ziegler-Nichols 동조 법칙을 개선하기 위한 방법으로서  $\beta$ 가 사용되는데,  $\beta$ 를 지식기반 규칙 베이스의 퍼지 모델을 사용하여 구하는 새로운 방법을 제시하고, 시물레이션 결과 오버슈트가 개선되었다.

그러나  $k$ 가 증가 함에 따라 오버슈트는 감소하고, 상승시간은 커지게 되어서,  $\beta$ 의 포함

만으로는 좋은 성능을 얻을수 없다. 퍼지 모델로부터  $\beta$  뿐만아니라,  $T_i$ 의 튜닝을 포함시키면 상승시간도 짧아 질 것으로 예측된다

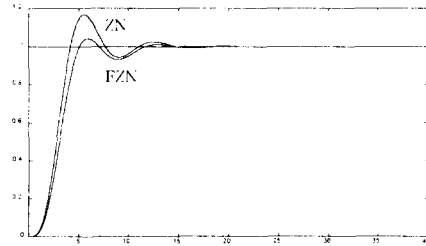


그림 5. 퍼지 Ziegler-Nichols 튜닝에 대한 스텝응답

$$\theta_d = 1.5$$

$$\text{ZN} : K_c = 1.26, T_i = 3.05, T_d = 0.76, \beta = 1$$

$$\text{RZN} : K_c = 1.26, T_i = 3.05, T_d = 0.76, \beta = 0.75$$

## 참고 문헌

1. ZIEGLER, J.G., and NICHOLS, N.B, "Optimum settings for automatic controllers", Trans. ASME, 1942, 65, pp. 433-444
2. HANG, C.C., LIM, C.C., and SOON, S.H., 'A new PID auto-tuner design based on correlation technique". Proc. 2nd Multinational Instrumentation Conf., China, 1986
3. HANG, C.C., and Åström K.J, "Refinements of the Ziegler Nichols tuning formula for PID auto-tunners". Proc. ISA Conf., USA
4. Åström, K.J, C.C. HANG, P. PERSSON, W.K. HO, "Towards Intelligent PID Control", 1991 International Federation of Automatic Control
5. Åström, K.J. and C.C. Hang and P. Persson (1988), "Heuristics for assessment of PID control with Ziegler-Nichols tuning", Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden.
6. Åström, K.J., and Hagglund, T, "Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins", Automatica, 1984, 20, pp.645-651
7. Åström, K.J., "Ziegler-Nichols auto-tuners", Report TFRT-3167, Dept. of Automatic Control, Lund Inst. of Tech., Lund, Sweden.
8. W. Pedrycz, "An identification algorithm in fuzzy relational system", Fuzzy Sets Syst., Vol.13, pp. 153-167, 1984
9. R. M. Tong., "Synthesis of fuzzy models for industrial processes", Int. J. Gen. Syst, Vol4, pp. 143-162, 1978.
10. J.-S. R. Jang, C.-T. Sun., E. Mizutani, "Neuro-Fuzzy Soft Computing", Prentice Hall.
11. M. sugeno and T. Yasukawa, "Linguistic Modeling Based on Numerical Data", IFSA'91 Brussels, Computer, Management & System Science, pp. 264-267, 1991
12. 오성권, 황형수, 안태천, "폐수처리 시스템의 자동화를 위한 제어규칙 퍼지 모델링" 원광논문집 제 29집, 1995. 7