

공정출력의 오차 및 오차 변화율을 이용한 퍼지 동조 PID 제어기

Fuzzy Tunned PID Controller Using Error And Error rate of Plant Output

최정내, 이원혁, 김진권, 황형수

원광대학교 제어계측공학과, 전라북도 익산시 신룡동 344-2 51710-71419

Tel. : 0653-850-6345, Fax. : 0653-853-2196

Jeoung Nae Choi, Won Hyok Lee, Jin Kwon Kim, Hyung Soo Hwang

Dept. of Control & Instrumentation Engineering, Wonkwang Univ., Iksan, Korea

Tel. : 0653-850-6345, Fax. : 0653-853-2196

PID 제어기는 산업현장에 가장 널리 운영되는 제어알고리즘이지만 지금까지 보편적으로 사용되고 있는 PID 파라미터 동조방법인 Ziegler-Nichols 동조법으로는 화학공정 같은 비선형 특성이 크거나, 시정수가 큰 플랜트에서는 좋은 성능을 얻을 수 없다. 본 논문에서는 릴레이 동조 실험을 통하여 임계 이득과 발진주기를 구하고, 이 값들로부터 Z-N 동조법을 적용하여 초기 동조값을 구한다. 이 값에 의해서 얻어진 공정 출력의 오차와 오차변화율을 입력으로 한 퍼지 동조기를 통하여 PID 제어기의 비례이득과 적분시간을 구하는 동조 방법을 제시한다.

제 1 장 서 론

PID 제어기는 현재까지 산업현장에 가장 널리 운영되는 제어알고리즘이며, 대부분의 제환루우프들은 이 알고리즘이 내장된 PID 제어에 의하여 제어된다.

그러나 최적의 성능을 얻을 수 있는 PID 제어기의 파라미터를 동조하는 방법에 대하여 많은 연구가 이루어지고 있다. 현재까지도 1940년대 Ziegler와 Nichols에 제시된 Ziegler-Nichols 동조법 및 Ziegler-Nichols 동조법을 개선한 몇몇 방법들이 보편적으로 사용되고 있다.

Ziegler-Nichols 동조법은 시정수가 적은 공정을 대상으로 하여 실험적으로 유추해낸 방법이기 때문에 시정수가 크거나, 파라미터가 변하는 비선형 플랜트에는 적합하지 않다. 본 논문에서는 이러한 문제점을 보완하기 위해 비선형 제어에 많이

사용되는 퍼지이론을 도입하였다. 본 논문에서 제안한 퍼지 동조기는 공정출력으로부터 오차와 오차의 변화율을 퍼지 동조기의 입력변수로 사용하고, PID 제어기의 파라미터의 변화량을 추론한다. PID 제어기의 파라미터의 값이 일정한 기존의 방법에 비해 본 논문에서는 공정의 출력에 따라 PID 파라미터의 값을 적당한 값으로 변화시킨다. 본 논문에서는 퍼지이론을 사용하여 퍼지 동조기를 구성하고 여러 형태의 PID 제어기에 대하여 Ziegler-Nichols 동조법과 퍼지 동조기를 시뮬레이션을 통하여 비교하였다.

제 2 장 제어기의 형태

2.1 이상형 PID 제어기

이상형 PID 제어기는 P, I, D 세 가지의 제어기를 결합한 형태이며, 일반식이 식 (1)에 있다.

$$u_c(t) = K_c \left[e(t) + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t e(t) dt + \tau_D \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (1)$$

2.2 측정치 미분선행형 PID 제어기

이상형 PID 제어기는 미분항이 완전미분으로 구성되어 있다. 이 때문에 계측신호에 포함되어 있는 고조파 노이즈는 완전미분 동작에 의해 증폭되어 공정이 불안정하게 되는 요인이 됨과 동시에 설정 값의 갑작스런 변화에 대해서 완전미분의 출력은 매우 커진다. 이런 문제점을 보완하기 위한 제어기의 형태가 측정치 미분선행형 PID 제어기의 일반식을 식 (2)에 보인다.

$$u_c = K_c \left(e(t) + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t e(t) dt - \tau_D \frac{dy_f}{dt} \right) \quad (2)$$

$$e(t) = y_r(t) - y(t)$$

$$Y_f(s) = \frac{1}{1 + \tau_D s / N} Y(s)$$

$Y_f(s)/Y(s)$ 는 필터의 전달함수 이고, N 은 잡음 필터링 상수이며 보통 3에서 10의 범위에서 사용된다.

제 3 장 제어기의 파라메터 동조

Ziegler-Nichols(Z-N) 동조법을 사용하여 제어기의 파라메터를 동조하였다. 이 방법은 비례기의 이득 K_p 의 값을 증가시키면서 진동하게 되는 값을 찾는다. 이 값이 임계이득 K_{cu} 가 되고 이때 진동하는 주기가 임계주기 P_u 이다. 이렇게 구해진 값을 이용하여 표 1의 Z-N 동조관계식으로부터 계산된다.

	K_c	τ_I	τ_D
P	$0.5K_{cu}$		
PI	$0.45K_{cu}$	$0.85P_u$	
PID	$0.6K_{cu}$	$0.5P_u$	$0.125P_u$

표 1 Z-N 동조 관계식

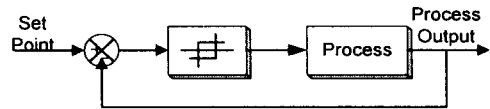
임계이득을 구하기 위해서 공정이 진동하게 될

때까지 이득을 계속 증가시켜야 하는데, 이 방법은 엔지니어들의 많은 주의를 요구하며, 공정이 발산하게 될 우려가 많다. Åström과 Hägglund는 임계이득과 임계주기를 자동적으로 구하기 위한 방법으로서 릴레이 동조법을 제안하였다[6].

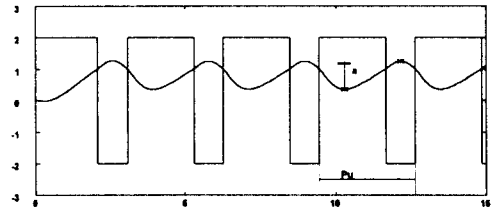
릴레이 동조 실험은 그림 1 (a)에 보인 것과 같이, 공정진동을 생성하기 위해 불감영역을 갖는 릴레이를 사용한다. 릴레이는 공정출력의 오차가 설정 값보다 크면 최소 값을 가지고, 오차가 설정 값보다 적으면 최대 값을 가지도록 동작한다. 릴레이 동조 실험결과 공정의 출력과 릴레이의 출력은 그림 1 (b)과 같다. 이 출력 파형으로부터 임계주기 P_u , 그리고 식 (3)을 이용하여 임계이득을 구할 수 있다.

$$K_{cu} = \frac{4d}{\pi a} \quad (3)$$

여기서 d 는 릴레이의 진폭이고, a 는 측정된 공정진동의 진폭이다.



(a). 릴레이동조 실험 블록선도



(b). 릴레이동조 실험곡선

그림 1. 릴레이 동조실험

제 4 장 퍼지 동조기

본 논문에서 제안한 방법은 릴레이 동조실험을 통하여 임계이득과 발진주기를 구하고, 이 두 가지의 값으로부터 Z-N 퍼지 동조기는 Z-N 동조법에 의해 구해진 파라메터를 초기 값으로 하여, 공정출력으로부터 오차와 오차의 변화율을 입력으로 가지는 퍼지 동조기를 통하여 비례이득과 적분시간을 구한다. 본 논문에서 사용한 퍼지 동조기는 비례이득의 변화량 $\Delta K_c(k)$ 와 적분시간의 변화량 $\Delta \tau_I(k)$ 를 추론하여 이전의 값과 더하여 새로운 $K_c(k)$ 와 $\tau_I(k)$ 를 구한다.

이 퍼지 동조기는 그림 2와 같다.

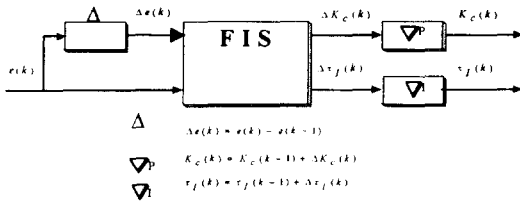


그림 2. 퍼지 동조기의 구조

4.1 퍼지규칙 정의

$\Delta K_c(k)$ 에 대한 추론 규칙은 식 (4)와 같다.

R^i : If $e(k)$ is A_i and $\Delta e(k)$ is B_i ,
Then $\Delta K_c(k)$ is $C_{i,1}$ (4)

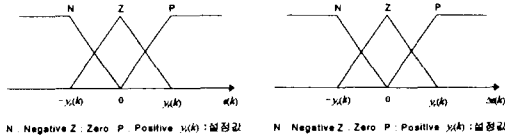
$i (i = 1, \dots, 9)$ 는 규칙수

$\Delta \tau_I(k)$ 에 대한 추론 규칙은 식 (5)와 같다.

R^i : If $e(k)$ is A_i and $\Delta e(k)$ is B_i ,
Then $\Delta \tau_I(k)$ is $D_{i,1}$ (5)

4.2 전반부 소속함수의 정의

전반부의 소속함수는 $e(k)$ 와 $\Delta e(k)$ 에 대해서 각각 그림 3 (a)와 그림 3 (b)와 같이 삼각형 형태를 가지도록 정의하였다.



(a) 오차 (b) 오차 변화율

그림 3. 전반부 소속함수

4.3 후반부 파라미터의 정의

후반부 파라미터는 PID 제어기에서 비례이득 K_c 가 증가하면 오버슈트가 증가하고, 상승시간이 감소하게 되며, 적분시간 τ_I 가 증가하면 상승시간(rising time)이 감소하게 되는 특징을 이용하여 퍼지 언어변수로 정의하였다.

K_c 와 τ_I 에 대한 후반부 변수는 그림 4의 공정의 오차 곡선으로부터 각 구간에 대하여 규칙을 정의하였다

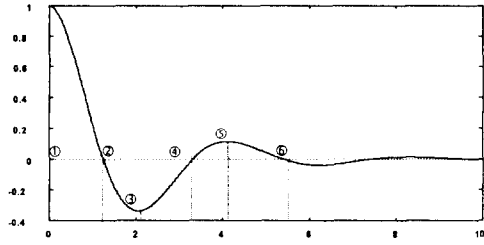


그림 4. 공정의 오차곡선

K_c 에 대한 후반부 변수를 각 구간에 대하여 다음처럼 정의하였다.

이득 동조규칙

① - ② 구간 : $e(k)$ is P and $\Delta e(k)$ is N 이며, 출력이 설정치 보다 적으므로 $K_c(k)$ 값을 크게 하여 출력을 증가하도록 한다.

② - ③ 구간 : $e(k)$ is N and $\Delta e(k)$ is N 이며, 출력이 설정치 보다 크고, 계속 증가하는 추세이므로 $K_c(k)$ 를 작게 하여 출력을 감소하도록 한다.

③ - ④ 구간 : $e(k)$ is N and $\Delta e(k)$ is P 이며, 출력이 설정치 보다 크고, 감소하는 추세이다. 이 구간에서는 $K_c(k)$ 를 적게 하여 출력을 감소하도록 한다.

④ - ⑤ 구간 : $e(k)$ is P and $\Delta e(k)$ is P 이며, 출력이 설정치 보다 적고 계속 감소하는 추세이다. 이 구간에서는 $K_c(k)$ 를 크게 하여 출력이 증가하도록 한다.

위의 규칙을 표 2와 같다.

	$\Delta e(k)$	N	Z	P
$e(k)$	N	N	P	N
	Z	P	Z	N
	P	P	N	P

표 2. K_c 에 대한 후반부 변수

τ_I 에 대한 후반부 변수는 그림 14에 의해서 각 구간에 대하여 다음과 같이 정의하였다.

적분시간(τ_I)의 동조규칙

① - ② 구간 : $e(k)$ is P and $\Delta e(k)$ is N 이

며, 출력이 설정치 보다 적으므로 $\tau_I(k)$ 값을 적게 하여 출력을 증가하도록 한다.

② - ③ 구간 : $e(k)$ is N and $\Delta e(k)$ is N 이며, 출력은 설정치 보다 크고, 계속 증가하는 추세이므로 $\tau_I(k)$ 를 크게 하여 출력을 감소하도록 한다.

③ - ④ 구간 : $e(k)$ is N and $\Delta e(k)$ is P 이며, 출력은 설정치 보다 크고, 감소하는 추세이다. 이 구간에서는 $\tau_I(k)$ 를 커지도록 하여 출력을 감소하도록 한다.

④ - ⑤ 구간 : $e(k)$ is P and $\Delta e(k)$ is P 이며, 출력은 설정치 보다 적고 계속 감소하는 추세이다. 이 구간에서는 $\tau_I(k)$ 를 작아지도록 하여 출력이 증가하도록 한다.

위의 규칙은 표 3과 같다.

$\Delta e(k) \backslash e(k)$	N	Z	P
N	P	N	P
Z	N	Z	P
P	N	P	N

표 3. τ_I 에 대한 후반부 변수

4.4 추론 방법

본 논문에서 사용한 추론방법은 후반부에 선형식을 이용한 추론법의 특수한 경우인 후반부를 간략화한 추론법을 사용하였다.

$\Delta K_c(k)$ 의 추론식은 식 (6)과 같다.

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n w_i C_{j,l}}{\sum w_i} \quad (6)$$

n 은 규칙 수이고, $C_{j,l}$ 는 $\Delta K_c(k)$ 의 무게 중심값이며, w_i 는 i 번째 규칙에 대한 전반부 적합도이면 식 (7)처럼 구할 수 있다.

$$w_i = \mu_{A_i}(e(k)) \times \mu_{B_i}(\Delta e(k)) \quad (7)$$

$j = 1, 2, 3, \quad l = 1, 2, 3$

$\Delta \tau_I(k)$ 의 추론식은 식 (8)과 같고, $\Delta K_c(k)$ 와 같은 방법으로 추론한다.

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n w_i D_{j,l}}{\sum w_i} \quad (8)$$

제 5 장 모터의 수학적 모델링

시뮬레이션을 하기 위한 플랜트를 DC 서보 모터를 대상으로 하였으며, 전달함수를 식 (9)처럼 구할 수 있다.

$$\frac{\Theta(s)}{V(s)} = \frac{K}{LJs^3 + (RJ + BL)s^2 + (K^2 + RB)s} \quad (9)$$

여기서, L : 아마추어 인덕턴스, R : 아마추어 저항, K : 모터 상수, J : 인너셔의 모멘트, B : 기계적 마찰계수

제 6 장 시뮬레이션 및 결과

시뮬레이션은 Matlab을 사용하여 프로그램 하였으며, 모터의 상수는 다음 값을 가진다.

$$J = 0.042, \quad B = 0.01625 \quad K = 0.9,$$

$$L = 0.025, \quad R = 5$$

플랜트의 전달함수는 다음과 같다.

$$P(s) = \frac{0.9}{0.00105s^3 + 0.2104s^2 + 0.8913s}$$

6.1 릴레이 동조법

앞에서 정의한 모터에 대하여 릴레이 동조실험을 한 결과 $a=0.0361$, $P_u=0.26$, $d=4$ 가 구해졌다. 세 가지의 값으로부터 임계이득과 발진주기를 구하면 다음과 같다.

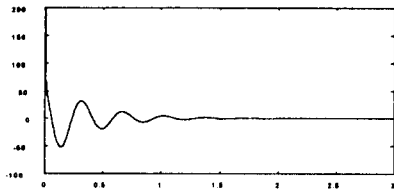
$$K_{cu} = \frac{4d}{a\pi} = 141.1525 \quad P_u = 0.26$$

이 값으로부터 Ziegler-Nichols 동조 테이블을 이용하여 PID 제어기의 파라미터를 구하면

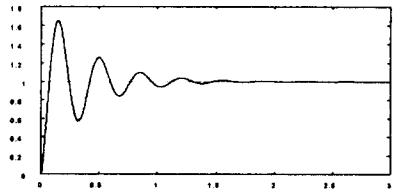
$$K_c = 84.6915, \quad \tau_I = 0.1300, \quad \tau_D = 0.0325 \text{ 이다.}$$

6.2 이상형 PID 제어기에 Z-N 동조법 적용

이상형 PID 제어기의 파라미터를 Z-N 동조법에 의하여 구한 값을 사용했을 때, 시뮬레이션 결과를 그림 5에 보인다. 그림 5 (b)에서 오버슈트는 64.62%, 상승시간 0.0508초이다. 그림 5 (a)에서는 제어기의 출력이며, 설정치가 변하는 순간 제어기의 출력은 매우 큰 값을 가짐을 알 수 있다.



(a) 제어기 출력

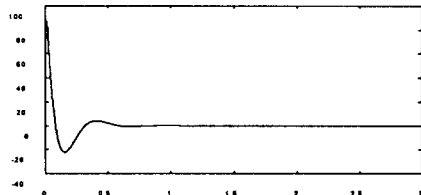


(b) 공정출력

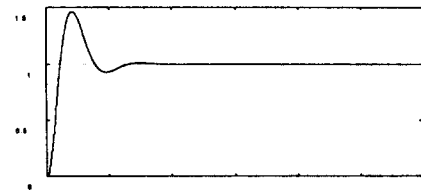
그림 5. 이상형 PID 제어기에 Z-N 동조법 적용결과

6.3 측정치 미분선행형 PID 제어기에 Z-N 동조법 적용

측정치 미분선행형 PID 제어기에 Z-N 동조법을 이용하여 구한 파라미터를 적용하였을 경우 시뮬레이션 결과를 그림 19에 보인다. 그림 6 (b)의 공정출력을 보면 오버슈트는 46.21%, 상승시간은 0.0697초가 되어 이상형 PID 제어기보다 오버슈트가 개선되었고, 그림 6 (a)의 제어기 출력을 보면, 설정 값의 변화시 제어기의 출력이 90이 되어, 이상형 PID 제어기에 비하여 설정치 변화시 제어기 출력이 더 적음을 알 수 있다.



(a) 제어기 출력

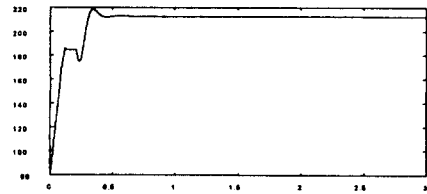


(b) 공정출력

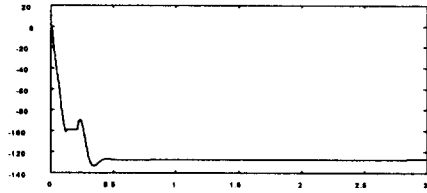
그림 6. 측정치 미분선행형 PID 제어기에 Z-N 동조법 적용결과

6.5 이상형 PID 제어기에 퍼지 동조기 적용

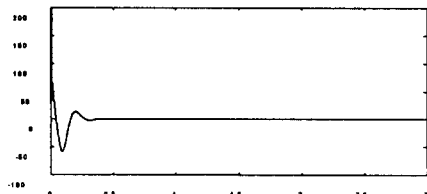
이상형 PID 제어기에 퍼지 동조기를 사용했을 경우, 시뮬레이션 결과가 그림 7과 같다. 그림 7 (d)의 공정출력은, 오버슈트 20.67%, 상승시간은 0.053초가 되어 Z-N 동조법보다 오버슈트는 40% 이상 개선되었고, 상승시간은 거의 변화가 없고 정정시간 또한 매우 작아짐을 알 수 있다. 그림 7 (c)는 제어기의 출력이고, 그림 7 (a)와 그림 7 (b)는 퍼지 동조기에 의해서 구해지는 PID 제어기의 파라미터의 값으로서 Z-N 동조법을 이용하여 구해진 값을 초기 값으로 하여, 적합한 값으로 변해간다.



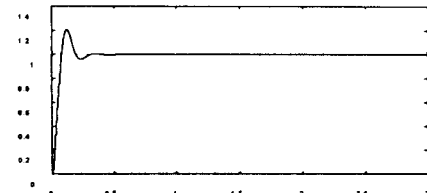
(a) K_c



(b) τ_I



(c) 제어기 출력

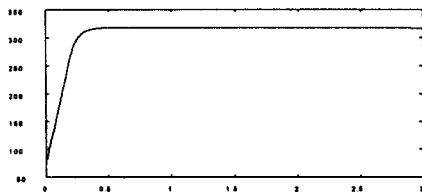


(d) 공정출력

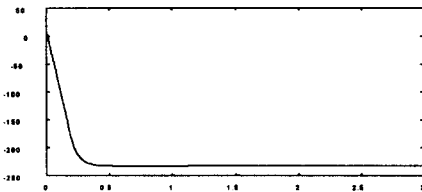
그림 7. 이상형 PID 제어기에 퍼지 동조기 적용결과

6.6 측정치 미분선행형 PID 제어기에 퍼지 동조기 적용

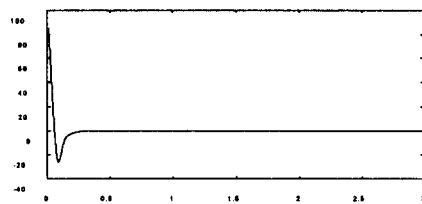
측정치 미분선행형 PID 제어기에 퍼지 동조기를 사용했을 경우, 시뮬레이션 결과는 그림 8과 같다. 그림 8 (d)의 공정출력을 보면 오버슈트는 0%이고, 상승시간은 0.125초가 된다. Z-N 동조법만을 사용했을 때 보다 상승시간은 0.056초가 증가하지만 오버슈트는 발생하지 않는다. 그림 8 (c)에는 제어기의 출력을 나타내고, 그림 8 (a)와 그림 8 (b)에는 퍼지 동조기에 의한 PID 파라미터의 변화이다.



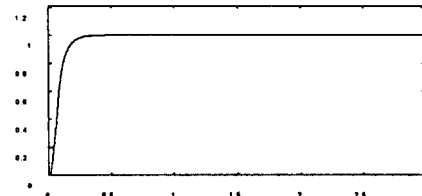
(a) K_c



(b) τ_I



(c) 제어기 출력



(d) 공정출력

그림 8. 측정치 미분선행형 PID 제어기에 퍼지 동조기 적용결과

PID 제어기의 동조법은 아직까지도 많은 연구를 요구하는 분야이다. 현재까지도 경험에 의한 방법들을 많이 사용하고 있으며, 좋은 성능을 요구하는 경우에는 Ziegler-Nichols 동조법 등의 이론을 통하여 동조하는 것이 대부분이다.

본 논문에서는 PID 제어기의 파라미터를 동조하기 위한 방법으로 퍼지이론을 도입하였다. 이 방법은 Ziegler-Nichols 동조법에 의한 PID 파라미터를 퍼지 동조기의 초기 값으로 사용하여, 성능을 개선하도록 계속 변화시키게 된다. 시뮬레이션 결과 본 논문에서 제시한 퍼지 동조기는 Ziegler - Nichols 동조법보다 오버슈트와 정정시간에 있어서 우수한 특성을 보인다.

참 고 문 헌

- [1] ZIEGLER, J.G.. and NICHOLS, N.B, "*Optimum settings for automatic controllers*", *Trans. ASME*, 1942, 65, pp. 433-444
- [2] HANG, C.C., LIM, C.C., and SOON, S.H., "*A new PID auto-tuner design based on correlation technique*". *Proc. 2nd Multinational Instrumentation Conf., China*, 1986
- [3] HANG, C.C., and Åström K.J, "*Refinements of the Ziegler Nichols tuning formula for PID auto-tuners*". *Proc. ISA Conf., USA*
- [4] Åström, K.J, C.C. HANG, P. PERSSON, W.K. HO, "*Towards Intelligent PID control*", 1991 *International Federation of Automatic Control*
- [5] Åström, K.J. and C.C. Hang and P. Persson (1988), "*Heuristics for assessment of PID control with Ziegler-Nichols tuning*", *Automatic Control*, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden.
- [6] Åström, K.J., and Hagglund, T, "*Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins*", *Automatica*, 1984, 20, pp.645-651
- [7] M. sugeno and T. Yasukawa, "*Linguistic Modeling Based on Numerical Data*", *I FSA'91 Brussels, Computer, Management & System Science*, pp. 264-267, 1991
- [8] W. Pedrycz, "*An identification algorithm in fuzzy relational system*", *Fuzzy Sets Syst.*, Vol.13, pp. 153-167, 1984
- [9] R. M. Tong,, "*Synthesis of fuzzy modes for industrial processes*", *Int. J. Gen. Syst.*, Vol4, pp. 143-162, 1978
- [10] Dale E. Serborg, Thomas F. Edgar, Duncan A. Mellichamp, "*Process Dynamics And Control*", *Hohn Wiley & Sons*, 1995