C17

일축 비등방성 자성체의 자기화의 방향을 나타내는 닫힌형태의 양함수

한국과학기술원 물리학과 허 진*, 신 성철

Explicit and closed-form expressions for the magnetization orientation of uniaxial magnetic material

KAIST Jeen Hur*, Sung-Chul Shin

본 논문에서는 일축 비등방성 자성체에서 자기화 역전기구 전환 이론 및 돌림힘 곡선의 개형에 대한 선행연구 결과를 근거로 하여, 일축 비등방성 자성체의 자기화의 방향을 실험적으로 구할 수 있는 양들에 대해 닫힌형태(closed-form)의 양함수(explicit function)로 구한다.

자기화량이 M인 시료의 단위 부피당 총 에너지 E는 다음과 같은 식 (1)로 나타낼 수 있다.

$$E = K\sin^2\theta - MH\cos(\phi-\theta)\ . \tag{1}$$

여기서, K는 형상비등방성과 고유비등방성을 함께 고려한 일차 일축 비등방성 에너지 상수이고, θ 및 ϕ는 각각 초기에 포화된 용이축 방향으로부터 반시계 방향으로 측정된 자기화와 자기마당의 방향들이다. 유효 비등방성 자기마당(1st-order effective anisotropy field, H_K)은 $H_K = 2K/M$로 정의되었다. 한편, 돌림힘 $\tau(=\vec{M}\times\vec{H})$는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau = MH\sin(\phi-\theta)\ . \tag{2}$$

여기서, $t = \tau/K$로 정의된 무차원(dimensionless) 돌림힘 t를 도입하면, 평형상태 조건 ($\partial E/\partial\theta = 0$)과 식 (2)로부터 t는 다음 식들 (3) 및 (4)로 나타낼 수 있다.

$$t = \sin 2\theta\ , \tag{3}$$

$$= 2h\,\sin(\phi-\theta)\ . \tag{4}$$

식 (3) 및 (4)는 Stoner와 Wohlfarth가 유도한 매개변수 연립방정식인데, 여기서 h는 $h = H/H_K$로 정의된 무차원 자기마당이다. 식 (3) 및 (4)로 표현되는 매개변수 연립방정식을 변형하여 다음과 같은 t에 대해 4차 방정식 (5)를 얻는다.

$$t^4 + 4h^2\sin 2\phi\, t^3 + 4h^2(h^2-1)\,t^2 - 8h^4\sin 2\phi\, t + 4h^4\sin^2 2\phi = 0\ . \tag{5}$$

이제, 4차식 (5)를 t에 대해 풀면 t를 ϕ 및 h에만 의존하는 양함수 $t(h,\phi)$로 얻을 수 있다. 4차 방정식의 일반해는 알려져 있는데, 4개의 수학적 해들은 $t_1 = -h^2\sin(2\phi)+\frac{1}{2}(\sqrt{A}-\sqrt{B+C})$, $t_2 = -h^2\sin(2\phi)+\frac{1}{2}(\sqrt{A}+\sqrt{B+C})$, $t_3 = -h^2\sin(2\phi)-\frac{1}{2}(\sqrt{A}+\sqrt{B-C})$, $t_4 = -h^2\sin(2\phi)-\frac{1}{2}(\sqrt{A}-\sqrt{B-C})$로 주어진다. A, B, C들은 ϕ 및 h의 매우 복잡한 양함수인데, 그 형태들은 다음과 같다.

$$A = \frac{a^4}{4} - \frac{2}{3}b + \frac{2^{\frac{1}{3}}x}{3(y+\sqrt{y^2-4x^3})^{\frac{1}{3}}} + \frac{(y+\sqrt{y^2-4x^3})^{\frac{1}{3}}}{3\cdot 2^{\frac{1}{3}}}\ , \tag{6}$$

$$B = \frac{a^2}{2} - \frac{4}{3}b - \frac{2^{\frac{1}{3}}x}{3(y+\sqrt{y^2-4x^3})^{\frac{1}{3}}} - \frac{(y+\sqrt{y^2-4x^3})^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{3}}}\ , \tag{7}$$

$$C = \frac{z}{4}\left(\frac{a^4}{4} - \frac{2}{3}b + \frac{2^{\frac{1}{3}}x}{3(y+\sqrt{y^2-4x^3})^{\frac{1}{3}}} + \frac{(y+\sqrt{y^2-4x^3})^{\frac{1}{3}}}{3\cdot 2^{\frac{1}{3}}}\right)^{-1} . \tag{8}$$

여기서, $a = 4h^2\sin 2\phi$, $b = 4h^2(h^2-1)$, $c = -8h^4\sin 2\phi$, $d = 4h^4\sin^2 2\phi$, $x = b^2 - 3ac + 12d$, $y = 2b^3 - 9abc + 27c^2 + 27a^2d - 72bd$, $z = -a^3 + 4ab - 8c$이다. 한편, 식 (5)의 대칭성으로부터 $t_1(n\pi - \phi, h) = -t_4(\phi, h)$ 및 $t_2(n\pi - \phi, h) = -t_3(\phi, h)$가 성립한다. 여기서, n은 정수이다. 4차 방정식 (5)를 풀면 수학적으로 4개의 해를 갖게 된다. 반면, 주어진 ϕ 및 h에 대해 물리적으로 합당한 t의 값은 초기에 포화된 용이축방향과 자기화역전이 고려된 자기화 상태에 의존하므로, 최대 2 개이다. 따라서 임의의 h 및 ϕ에 대해 얻을 수 있는 4개의 수학적 표현들로부터, 물리적으로 합당한 돌림힘 함수를 선택하면 자기화 역전기구 전환 이론에 따라 돌림힘 함수의 표현식은 다음과 같이 유일하게 정해진다.

$$t(\phi,h;h_0) = \begin{cases} t_h(\phi,h;h_0) & \text{for } h \geq \mathrm{Min}(\sqrt{2}\,h_0,\, h_x') , \\ t_m(\phi,h;h_0) & \text{for } \mathrm{Min}(h_0,\, \frac{1}{2}) \leq h \leq \mathrm{Min}(\sqrt{2}\,h_0,\, h_x') , \\ t_l(\phi,h;h_0) & \text{for } h < \mathrm{Min}(h_0,\, \frac{1}{2}) . \end{cases} \tag{9}$$

여기서, 자기화가 역전될 때의 조건들 $h \geq \mathrm{Min}(\sqrt{2}\,h_0,\, h_x')$와 $\mathrm{Min}(h_0,\, \frac{1}{2}) \leq h \leq \mathrm{Min}(\sqrt{2}\,h_0,\, h_x')$은 ϕ_c의 값이 각각 $3\pi/4$ 보다 작거나 클 조건이다. 이때, $t_h(\phi,h;h_0)$, $t_m(\phi,h;h_0)$, 및 $t_l(\phi,h;h_0)$은 h_0 및 h에 따라 각각 식들 (10), (11), 및 (12)으로 주어진다.

$$t_h(\phi,h;h_0) = \begin{cases} t_1 & \text{for } 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{4} , \\ t_2 & \text{for } \frac{\pi}{4} \leq \phi < \phi_c , \\ t_3 & \text{for } \phi_c \leq \phi \leq \frac{3\pi}{4} , \\ t_4 & \text{for } \frac{3\pi}{4} \leq \phi \leq \pi , \end{cases} \tag{10}$$

$$t_m(\phi,h;h_0) = \begin{cases} t_1 & \text{for } 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{4} , \\ t_2 & \text{for } \frac{\pi}{4} \leq \phi \leq \frac{3\pi}{4} , \\ t_1 & \text{for } \frac{3\pi}{4} \leq \phi < \phi_c , \\ t_4 & \text{for } \phi_c \leq \phi \leq \pi , \end{cases} \tag{11}$$

$$t_l(\phi,h;h_0) = \begin{cases} t_1 & \text{for } 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{4} , \\ t_2 & \text{for } \frac{\pi}{4} \leq \phi \leq \frac{3\pi}{4} , \\ t_1 & \text{for } \frac{3\pi}{4} \leq \phi \leq \pi , \\ t_4 & \text{for } \pi \leq \phi \leq \frac{5\pi}{4} , \\ t_3 & \text{for } \frac{5\pi}{4} \leq \phi \leq \frac{7\pi}{4} , \\ t_4 & \text{for } \frac{7\pi}{4} \leq \phi \leq 2\pi . \end{cases} \tag{12}$$

이제, 식 (3), (4), (9)들로부터 자기화방향 θ를 다음과 같은 양함수로 나타낼 수 있다.

$$\theta(\phi,h;h_0) = \begin{cases} \phi - \sin^{-1}\left(\frac{t(\phi,h;h_0)}{2h}\right) , & \text{for } h \geq h_0 , \\ \frac{1}{2}\sin^{-1}(t(\phi,h;h_0)) , & \text{for } h < h_0 . \end{cases} \tag{13}$$

본 연구에서 구한 닫힌형태의 양함수들은 자기화역전 기구 전환이론에 따르므로 Stoner-Wohlfarth의 결과와 비교하여 자벽이동에 의해 자기화가 역전되는 단자구 시료의 자기화 과정에도 적용될 수 있다. 돌림힘과 자기화방향을 나타내는 식들은 자기마당의 함수로 측정된 일축비등방성 단자구 자성체의 돌림힘, 자기화, 및 자기화감수율을 양함수들로 나타내어, 비선형 최소제곱맞춤법(least square fitting method)들을 제공하고, 양함수들의 선형 결합들은 상호작용이 없는 단자구 자성체들로 이루어진 자성집합체의 자기적 거동을 기술할 수 있다. 한편, 계산의 속도 향상으로 이론 측면에서도 크게 기여하리라 사료된다.