

# 최대유통문제에서 유전알고리즘을 적용한 치명호 결정방법

정호연\*, 김은영\*, 안재근\*\*, 박순달\*\*\*

\* 전주대학교 산업공학과, \*\* 안성산업대학교 컴퓨터공학과, \*\*\* 서울대학교 산업공학과

## Abstract

The purpose of this study is to present a method for determining the  $k$  most vital arcs in the maximum flow problem using a heuristic method. Generally, the problem which determine the  $k$  most vital arcs in maximum flow problem has known as NP-hard. Therefore, in this study we propose a method for determining all the  $k$  most vital arcs in maximum flow problem using a genetic algorithm. The proposed algorithm found all alternatives within shorter time than other heuristic methods. The method presented in this study can determine all the alternatives when there exists other alternative solutions.

## 1. 서론

최대 유통문제에서  $k$ 개의 호의 제거로 최대유통량을 가장 많이 감소시키는  $k$ 개의 호집합을 찾는 문제를  $k$ -치명호를 찾는 문제라고 한다. 이러한 연구는 적의 공격 하에 처해 있는 이해상충의 상황이나 물류 또는 통신 네트워크에서 어느 호가 가장 치명적인지 알아내어 적의 공격으로부터 경계를 강화하거나 어떤 호를 파괴시켜야 적의 시스템의 효율성을 가장 크게 저하시킬 수 있는지 알고자 하는 문제에 적용될 수 있다.

$k$ 개의 치명호를 결정 문제에 대해서 Wollmer는 무방향이고 평면(planer)인 네트워크에 대한 쌍대 네트워크를 통해  $k$ -치명호를 찾는 방법을 제시하였고, Ratliff 등은  $k$ -치명호 문제의 해를 구하기 위해 작은 용량상한의 절단을 순차적으로 만들어가면서 네트워크를 변형 (유통량을 계속 줄여서 만

† 본 연구는 1997년도 정보통신 연구관리단 대학기초연구지원사업 비에 의해 수행되었음

들어진 변형된 네트워크) 하는 해법을 제시하였다. 정호연[4] 등은 최대유통량 문제에서 오름차순으로 절단용량을 나열한 다음 이 절단에 속한 호 중 용량이 큰  $k$ 개의 호를 제외한 호들의 절단용량이 작은 호에 해당하는 절단집합에  $k$ -치명호가 존재한다는 사실을 이용하여  $k$ -치명호를 구하는 방법을 제시하였다. 그러나 최대유통문제에서  $k$ -치명호를 결정하는 문제는 NP-hard 이기 때문에 최적화 알고리즘이 존재하더라도 문제의 크기가 커짐에 따라 컴퓨터 용량과 계산시간의 한계를 갖게 된다. 이러한 유형에 속한 문제는 최적해를 구하기 보다는 발전적 해를 구하는 것이 여러 면에서 경제적이다. 더구나 실용성을 강조하는 문제에서  $k$ -치명호를 찾기 위해서는 최적해는 보장되지 않더라도 빠른 시간내에 해를 구하는 방법이 필요하다. 따라서 본 연구에서는 이러한 점을 고려하여 유전 알고리즘을 적용하여 최대유통문제에서  $k$ -치명호를 결정하는 알고리즘을 개발하고자 한다.

## 2. 최대유통문제에서 유전알고리즘을 적용한 치명호 결정 방법

본 논문에서는 최대유통문제에서  $k$ -치명호를 결정하기 위해서 다음과 같은 절차에 따라 유전 알고리즘을 수행한다.

단계1. (초기 모집단 구성) 초기모집단의 개체들은 임의의 생성법을 사용하여 구성

단계2. (적응도 평가) 초기모집단의 개체들이 나타내는 호의 용량을 0으로 놓고 네트워크의 최대유통량을 평가

단계3. (선별) 모집단  $P(t)$ 에서 토너먼트 선별을 사용하여 다음 세대의 모집단  $P(t+1)$ 을 생성

단계4. (교차) 교차율에 따라 부모개체를 선택하여 일 점 교차를 통하여 자손 개체를 생산한다.

단계5. (돌연변이) 돌연변이율에 따라 인자를 선택하여 임의로 생성된 값으로 인자값을 수정

단계6. 모집단  $P(t+1)$ 의 적응도 평가

단계7 (종료조건검사) 종료조건을 만족하면 끝내고, 그렇지 않으면  $t=t+1$ 로 두고 단계3으로 간다.

• 개체표현 방법

본 연구에서 사용하는 개체표현 방법은 네트워크의 호 집합 중 용량이 0인 호 즉, 절단된 호를 개체의 인자로 표현했다. 또한  $k$  개의 치명호는  $k$  개의 호의 제거를 의미하게 된다. 하지만 호의 용량을 0으로 정의하게 되면 이것 역시 호가 제거됨을 의미하게 되므로 본 논문에서는 개체 표현을 위해 네트워크의 각 호들 중에서 구하고자 하는  $k$  개의 개수 만큼 호들을 조합하여 호들의 집합으로 개체를 구성하고 개체를 구성하는 인자들의 용량은 0값을 가지게 된다.

• 적응도 평가 및 계산

치명호는 최대유통량값의 가장 많은 변화량을 가져오는 호를 결정하는 문제이므로 치명호가 없는 경우와 비교하여 적응도 평가값이 가장 적은 경우가 좋은 해가 된다.

개체의 적응도 계산은 Ford & Fulkerson의 표지법(labeling Method)을 사용하였다.

• 선별 방법

선별 방법으로는 개체간의 직접적인 비교를 통하여 우수한 개체를 선별하고, 다음 세대에 생존시키는 토너먼트 선별 방법을 사용한다.

• 유전연산자

유전 연산자는 교차와 돌연변이로 구성되는데, 본 논문에서는 일점(one-point)교차를 사용하여 개체의 마디를 한 단위로 하는 원소 사이의 임의의 한 점을 기준으로 절단하여 두 부모로부터 각각 절단된 한 부분의 스트링씩을 상속받아 자손을 생산하게 된다.

$$p_1 = \{(i|j), (k, l)\} \quad p_2 = \{(a|b), (c, d)\}$$

$$o_1 = \{(i, b), (c, d)\} \quad o_2 = \{(a, j), (k, l)\}$$

그러나 일점 교차에 의해 생성된 자손은 호의 시발점과 종착점이 바뀌어 비가능해(infeasible solution)가 존재할 수도 있으며 새로이 생산된 자손개체에서 다음 경우와 같이 가능해(feasible solution)영역이 아닐 경우가 발생하기도 한다.

- 겹침 인자 발생
- 역방향 발생
- 존재하지 않는 호 발생

따라서 이 때에는 교차에 의해 생성된 자손을 수정해 주어야 한다. 수정(repair)은 개체가  $V(i, j), (i, j)$ 로 표현되었을 때 호  $(i, j)$ 를 시발점  $(s)$  또는 종착점  $(t)$ 와 연결되어 있는 호 중에서 용량이 가장 큰 호로 바뀌주면 된다. 즉, 새로 생성된 자손 개체  $o_1$ 의 호  $(i, b)$ 가 비가능해 일 경우  $s$ 는 시발점,  $t$ 는 종착점,  $i, j$ =시발점과 종착점을 제외한 모든 마디라 정의 될 때

$$(i, b) \rightarrow \max \{f(s, j), f(i, t)\} \text{로 교체한다.}$$

최대유통량 네트워크에서 치명호는 용량이 큰 호일 확률이 크다. 따라서 본 논문의 돌연변이 규칙은 마디와 연결된 용량이 큰 호의 마디로 돌연변이 되는 마디를 교체한다. 그러나 선택된 마디를 돌연변이 했을 때 새로 구성된 개체가 비가능해 영역일 경우가 있을 경우에는 돌연변이 역시 수정을 해야 한다. 비가능해 영역의 돌연변이에 대해서는 교차와 마찬가지로 시발점 또는 종착점과 연결된 호들의 집합 중에서 용량이 큰 호로 돌연변이 과정에서 생성된 비가능해를 수정한다. 유전연산의 또 다른 과정인 돌연변이는 넓은 해공간에서 다양한 변화를 통해 해를 찾는 방법으로 돌연변이 시킬 각 원소들은 돌연변이율에 의해 임의적으로 선택되며, 선택된 원소는 개체를 구성하는 마디중의 하나를 임의로 발생한다. 본 논문에서의 돌연변이의 규칙은 다음과 같다.

$$v(i, j), (k, l)$$

마디  $i$ 가 돌연변이 될 경우:

$$(i, j) \rightarrow \max \{f(i, j), i = 1, \dots, n\}, i \text{로 교체}$$

마디  $j$ 가 돌연변이 될 경우:

$$(i, j) \rightarrow \max \{f(i, j), j = 1, \dots, n\}, j \text{로 교체}$$

• 유전 파라미터

유전 알고리즘에 사용된 초기 모집단은 임의로 발생시켜 사용한다.

교차율은 일점 교차를 사용하여 부모세대가 가지는 우수한 성질을 자손 세대에 물려주는데 교차율이 너무 낮게 설정되면 개체간의 정보교환이 활발하지 않아 효율적인 탐색이 이루어지지 않고 너무 높으면 가능해의 유지가 어렵게 되므로 적당한 교차율을 정해야 한다.

돌연변이율은 완전히 새로운 유전자를 생성하는 단계로써 본 논문에서는 원소단위로 행하게 되어 개체를 구성하고 있는 원소 각각에 난수를 발생시켜 돌연변이 되는 원소를 선택하게 된다.

### 3. 실험 및 분석

$k$ -치명호를 결정하기 위한 유전 알고리즘의 실험은 Turbo-C 컴퓨터 언어를 사용하였으며, 150MHz의 32M 메모리의 Pentium CPU를 장착한 IBM PC 호환기종에서 수행되었다.

본 장에서 실험한 문제는  $k$ 의 개수가 2인 2-치명호를 구하는 문제로 가장 적은 적응도 값을 가지는 개체가 30세대 이상 발생하면 종료하며, 유전 연산자의 유전 파라미터값은 다양하게 변경해 가며 반복실험을 통하여 최적 유전 파라미터 값을 설정하였다.

<표3>의 9\_50\_100\_100.dat의 네트워크에 대한 유전 알고리즘을 적용하여 문제를 풀기 위한 적정

한 유전 파라미터 값은 반복실험을 통하여 다음 <표1>과 같이 결정되었다.

<표1> 최적 유전파라미터 값

유전 파라미터	값
모집단 크기	15
교차율	0.45
돌연변이율	0.1
종료조건	30회 반복

이 최적 유전파라미터 값을 사용하여 실험한 결과 <표3>의 9\_50\_100\_100.dat의 네트워크에 대한 2-치명호는  $\{(1, 2), (1, 50)\}$ 로 구해졌다. 20회 반복 실험하였을 때 해의 정확도는 대략 95%의 정확도를 보였고, 나머지 5%도 최적에 가까운 근사 최적해 임을 확인할 수 있었다.

<표3>은 실험 대상 문제인 DIMACS에서 문제 생성기인 Washington의 문제와 Goldberg가 제시한 문제 생성기인 ak를 이용한 15개의 문제에 유전 파라미터들의 값(모집단의 크기, 교차율, 돌연변이율, 종료세대수)인 다음 <표2>를 적용하여 각 문제 당 10번의 반복 실험을 통하여 치명호를 구하였으며, Ratliff 등[8,10]이 제안한 알고리즘과 비교한 결과를 정리한 것이다.

<표2> 비교실험을 하기 위한 유전 파라미터

유전 파라미터	호의 개수		
	~20	21~100	101~
모집단의 수	15	20	25
교차율	0.45	0.45	0.45
돌연변이율	0.1	0.1	0.1
종료조건	30	30	30

<표3>에서 3열과 8열은 mfkmlva와 Ratliff의 알고리즘을 사용한 기존의 발견적 해법에 의해 찾아진 해이다. 6, 7, 8, 9열은 제안된 유전 알고리즘과 수정 유전 알고리즘에 의해 10회 반복했을 때 나온 결과와 종료조건을 만족하는 세대수와 치명호가 제거된 후의 최대유통량을 보여준다. 이 논문에서 제안된 알고리즘은 1개를 제외한 모든 문제에서 최적해를 찾았으며 문제의 크기에 관계없이 평균 31세대 만에 해를 찾아 문제의 크기가 커져도 짧은 시간 안에 해를 찾을 수 있음을 보였다.

#### 4. 결론

본 논문은 최대유통문제에서  $k$ -치명호를 결정하는 문제를 다루고 있다. 이러한  $k$ -치명호를 결정하는 문제는 조합 최적화 문제로 문제의 크기가 커지면 시간과 기억 용량이 지수적으로 증가하는 NP-hard 문제에 속한다.

따라서 본 연구에서는 발견적 해법을 사용하여 해를 결정하기 위해 해의 모집단의 운용을 통해 해의 좋은 우성 형질만을 진화시키고 계속된 수정과 반복을 통해 해를 찾는 유전 알고리즘을 적용하여 최대유통문제에서  $k$ 개의 치명호를 결정하는 방법을 제시하였다.

유전 알고리즘의 실험 결과 네트워크에  $k$ -치명호를 가진  $k$ 개의 대안해가 있을 경우에 그 대안해를 모두 찾을 수 있으며, 최적해, 또는 최적해에 가까운 근사 최적해를 짧은 시간 안에 찾을 수 있다는 점에서 기존의  $k$ -치명호를 결정하는 해법을 다른 다른 발견적 해법들 보다 우수하였다.

#### 참고문헌

- [1] 고재상, 신뢰성을 고려한 ATM네트워크의 복구 최적화 : 유전 알고리즘 적용, 전남대학교 박사학위논문, 1997
- [2] 김여근, 윤복식, 이상복, 메타휴리스틱 - 유전알고리즘, 시뮬레이티드 어닐링, 타부서치, 초판, 영지문화사, 1997
- [3] 안재근, 네트워크에서의 치명호에 대한 연구, 서울대학교 박사학위논문, 1997
- [4] 정호연, 최대유통문제에서 MVA를 결정하는 방법에 관한 연구, 공업경영학회지, 19(40) 1996, pp263-269
- [5] Ahuja.R.J., Magnanti.T.L., Orin.J.B., Network Flows : Theory, Algorithms, and Applications, Prentice-Hall, 1992,
- [6] Bar-Noy A.,S.khuller, B.Schieber, The Complexity of Finding Most Vital Arcs and Nodes, Univ. of Maryland Technical Reports, CS-TR-3539, 1995
- [7] Goldberg.A.V.,http : // www.neci.nj.nec.com/homepages / avg
- [8] Lubore S.H.,H.D.Ratliff, G.T.Sicilia, Determining The Most Vital Link in a Flow Network, NRLQ, Vol.18, No.4, 1971, pp497-502
- [9] Munakata and Hashier.D.J.,A Genetic Algorithm Applied to the Maximum Flow Problem, ICGA, 1993, pp488-493
- [10] Ratliff H.D., S.H.Lubore, G.T.Sicilia, Finding the n Most Vital Links in a Flow Network, Management Sci, vol.21, no.5, 1975, pp531-539
- [11] Wollmer Richard, Some Methods for Determining the Most Vital Link in a Railway Network, Memorandum, RM - 3321 - ISA, 1963

<표3> 최대유통문제에서 k-치명호의 최적해의 해법간 비교

문제	마디수, 호의 수		치명호			
			mfkmva	mfk-ga		ratliff
1_2_2_10.dat	6	8	(1,2),(1,3) (4,6),(5,6)	(1,2),(1,3) (4,6),(5,6)	31,0	(1,3),(1,2)
1_2_2_2.dat	6	8	(1,2),(1,3) (4,6),(5,6)	(1,3),(1,2)	31,0	(1,3), (1,2)
1_3_3_10.dat	11	24	(1,2),(1,3) (4,6),(5,6) (1,2),(1,4)	(1,2),(1,4) (4,8)(5,8) (1,2),(1,3)	31,17	(1,4),(1,2)
1_3_3_3.dat	11	24	(1,3),(1,4)	(1,4),(1,3)	31,3	(1,4),(1,3)
9_10_20_10. dat	10	17	(1,2),(1,10)	(1,2),(1,10)	30,0	(1,2),(1,10)
9_20_50_50. dat	20	37	(1,2),(1,20)	(1,2),(1,20)	31,0	(1,2),(1,20)
9_50_100_100.dat	50	97	(1,2),(1,50)	(1,2),(1,50)	31,0	(1,2),(1,50)
9_500_1000_ 1000.dat	500	997	(1,2),(1,500)	(1,2),(1,500)	32,0	(1,2),(1,500)
ak10.dat	46	67	(1,3),(1,25) (1,3),(46,2)	(1,3),(1,25) (1,3),(46,2)	31,0	(1,3), (1,25)
ak20.dat	86	127	(1,3),(1,45) (1,3),(86,2)	(1,3),(1,45) (1,3),(86,2)	31,0	(1,3), (1,45)
ak30.dat	126	187	(1,3),(1,65) (1,3),(126,2)	(1,3),(1,65) (1,3),(126,2)	33,0	(1,3), (1,65)
ak40.dat	166	247	(1,3),(1,85) (1,3),(166,2)	(1,3),(1,85) (1,3),(166,2)	31,0	(1,3), (1,85)
ak50.dat	206	307	(1,3),(1,105) (1,3),(206,2)	(1,105),(1,3) (1,3),(206,2)	32,0	(1,3),(1,105)
ak100.dat	406	607	(1,3),(1,205) (1,3),(406,2)	(1,3),(1,205) (1,3),(405,2)	31,0	(1,3),(1,205)
ak200.dat	806	1207	(1,3),(1,405) (1,3),(806,2)	(280,281), (798,799)	34,9	(1,3),(1,405)

여기서 ratliff는 Ratliff 등이 제안한 변형네트워크 절차.  
mfkmva는 안재근이 제시한 해법,  
mfk-ga는 본 논문에서 제시한 해법임