

응답스펙트럼해석의 오차특성에 관한 연구

A Study on the Error Characteristics in Response Spectrum Analysis

최형철* 배익주* 강병두** 김재웅***
Choi, Hyung-Chul Bae, Ik-Joo Kang, Pyeong-Doo Kim, Jae-Ung

ABSTRACT

Response spectrum analysis method(RSA) rather than time history analysis method(THA) continues to be used by the profession for evaluating maximum dynamic responses of structures subjected to earthquake excitations. Nevertheless, this simple and practical method can cause significant errors in some cases with unproper modal combination method and so on. To obtain more exact responses based on RSA, many studies have been carried out considering displacement of top story, base shear and overturning moment.

The purpose of this study is to verify error characteristics in RSA with respect to various responses including displacement, shear force and overturning moment of each story. It's shown that RSA appears to yield underestimated responses when compared to THA calculations. Also, errors involved in RSA computations grow with an increase in total number of stories.

1. 서론

내진규준들에서는 지진을 받는 구조물의 해석방법으로서 등가정적해석법과 동적해석법을 규정하고 있다. 우리 나라 내진규준의 경우, 정적해석법에 대하여 비교적 상세히 설명되고 있으며, 이에 대한 많은 연구가 이루어지고 있다.^{(1),(2)} 그러나 동적해석법에 대해서는 다소 모호하게 규정되고 있으며, 관례적으로 모드해석법이 주로 사용되고 있다.^{(3),(4)}

지진을 받는 구조물의 동적해석은 일반적으로 시각이력해석(THA : Time History Analysis)과 응답스펙트럼해석(RSA : Response Spectrum Analysis)으로 분류될 수 있다. 입력된 지진가속도에 대한 모드별 응답이력을 산정한 후 모드중첩하여 최종응답을 구하는 시각이력해석은 다소 복잡하고 많은 노력이 요구되나 가장 정확한 결과를 산정하는 방법이다. 이에 반해, 기 발생된 지진기록에 대한 응답스펙트럼(response spectrum)으로부터 각 모드별 응답의 최대치를 산정한 후 적절한 조합법에 따라 최종응답을 구하는 응답스펙트럼해석은 상대적으로 적은 노력으로도 비교적 정확한 결과를 얻을 수 있는 것으로 알려지고 있다.

위와 같은 이유로 지진해석을 위한 동적해석법으로 응답스펙트럼해석법(모드해석법)이 많이 선호되고 있으나, 모드조합방법이나 사용스펙트럼 등의 성격에 따라 응답결과에 큰 오차가 포함될 수 있다.⁽⁵⁾ 이에 따라 보다 정확한 응답스펙트럼해석을 위한 연구들이 많이 진행되고 있으나, 대부분의 연구들은 최상층변위, 밀면전단력,

* 동아대학교 건축공학과 석사과정

** 거창전문대학 건축과 전임강사 박사과정

*** 동아대학교 건축공학과 교수 공학박사

전도모멘트와 같은 외부응답들을 연구대상으로 하고 있다.^{(6),(7),(8)}

본 연구에서는 응답스펙트럼해석과 시각이력해석의 비교 검토에서 보다 다양한 응답들을 대상으로 하고, 시각이력해석에 의한 응답을 기준으로 응답스펙트럼해석에 의한 응답 성격을 검토함으로써, 응답스펙트럼해석의 응답 및 오차특성을 살펴보고자 한다.

검토응답으로는 층변위, 층전단력, 층전도모멘트(이하 “외부응답”이라 함)와 기둥의 축력 및 휨모멘트, 보의 전단력 및 휨모멘트(이하 “내부응답”이라 함)를 대상으로 하고, 각 응답들은 해석모델의 모든 층에 대해 검토하기로 한다. 해석모델로는 2차원 정형구조물로서 지간이 1개인 5, 15, 30층 전단진물(shear building)을 선정하여 구조물의 층수에 따른 응답의 특성을 검토하고, 지간이 1개와 4개인 30층 전단진물에 대하여 지간수의 변화에 따른 응답의 특성을 살펴보고자 한다. 입력지진가속도로는 일반적으로 많이 사용되고, 그 성격이 다양한 10개의 지진기록을 선정하고, 최대 크기는 1.0 g로 통일하여 사용하기로 한다.

2. 시각이력해석

지반가속도 $\ddot{u}_g(t)$ 를 받고 횡방향으로 n 개의 자유도를 갖는 구조물의 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -\bar{m}\ddot{u}_g(t); \dot{u}(0), u(0) \quad (1)$$

위에서 m , c , k 는 각각 구조물의 질량, 감쇠 및 강성행렬이고, $\ddot{u}(t)$, $\dot{u}(t)$, $u(t)$ 는 가속도, 속도, 변위벡터를, $\dot{u}(0)$, $u(0)$ 는 초기속도, 초기변위벡터를 나타낸다. 또한 \bar{m} 와 $-\bar{m}\ddot{u}_g(t)$ 는 각각 층질량벡터와 유효지진력(effective earthquake forces)벡터를 의미한다.

운동방정식 (1)의 해를 $r(\leq n)$ 개 모드의 모드진폭 $q(t)$ 와 모드벡터 Φ 의 선형결합으로 가정할 때, 해는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$u(t) = \Phi q(t) \quad (2)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_1 & & \phi_j & & \phi_r \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \quad \phi_j = \begin{pmatrix} \phi_{1j} \\ \vdots \\ \phi_{ij} \\ \vdots \\ \phi_{nj} \end{pmatrix} \quad q(t) = \begin{pmatrix} q_1(t) \\ \vdots \\ q_j(t) \\ \vdots \\ q_r(t) \end{pmatrix} \quad (3)$$

위에서 m , k 가 대칭행렬이고 비례감쇠(classical damping)인 경우, 직교성(orthogonality)을 적용하면 각 모드별로 분리된(uncoupled) 모드방정식(modal equations)을 유도할 수 있고, $j(\leq r)$ 차 모드에 대한 모드방정식은 다음과 같이 된다.

$$\ddot{q}_j(t) + 2\omega_j\xi_j\dot{q}_j(t) + \omega_j^2q_j(t) = -\frac{L_j}{M_j}\ddot{u}_g(t) \quad (j = 1, \dots, r) \quad (4)$$

$$L_j = \phi_j^T \bar{m} \quad M_j = \phi_j^T m \phi_j \quad (5)$$

위에서 ω_j 와 ξ_j 는 각각 j 차 모드에 대한 고유진동수와 감쇠비를 나타낸다. 모드방정식 (4)의 해를 구하면 식(6)~(9)와 같이 j 차 모드에 대한 각종 응답을 구할 수 있다.

$$\mathbf{u}_j(t) = \boldsymbol{\phi}_j q_j(t) \quad (6)$$

$$\mathbf{f}_j(t) = \mathbf{k}\mathbf{u}_j(t) = \mathbf{k}\boldsymbol{\phi}_j q_j(t) \quad (7)$$

$$V_{bj}(t) = \hat{\mathbf{1}}\mathbf{f}_j(t) = \sum_{i=1}^n f_{ij}(t) \quad (8)$$

$$M_{oj}(t) = \hat{\mathbf{h}}\mathbf{f}_j(t) = \sum_{i=1}^n h_i f_{ij}(t) \quad (9)$$

위에서 $\mathbf{u}_j(t)$, $\mathbf{f}_j(t)$, $V_{bj}(t)$ 및 $M_{oj}(t)$ 는 각각 j 차 모드에 의한 층변위벡터, 등가수평력벡터, 밀면전단력 및 전도모멘트를 나타낸다. $f_{ij}(t)$ 는 j 차 모드에 의한 i 번째 자유도의 등가수평력을, h_i 는 밀면으로부터 i 번째 질량(또는 자유도)까지의 높이를 나타내며, 기타 기호는 다음과 같다.

$$\hat{\mathbf{1}} = (1, 1, \dots, 1), \quad \hat{\mathbf{h}} = (h_1, h_2, \dots, h_n) \quad (10)$$

이상과 같은 j 차 모드에 대한 응답들은 $j=1 \sim r$ 차 모드까지 중첩(superposition)하면 전체응답을 구할 수 있다.

3. 응답스펙트럼해석

모드방정식 (4)의 $q_j(t)$ 의 최대치를 \bar{q}_j 라 할 때, \bar{q}_j 는 j 차 모드의 고유진동수(또는 진동주기)와 감쇠비에 대한 변위 응답스펙트럼 $S_{\bar{a}_j}$ 를 구하여 L_j/M_j 로 조정(scaling)함으로써 산정될 수 있다. 아울러 j 차 모드에 대한 다른 응답의 최대치들도 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$\bar{\mathbf{u}}_j = \boldsymbol{\phi}_j \bar{q}_j = \boldsymbol{\phi}_j \frac{L_j}{M_j} S_{\bar{a}_j} = \boldsymbol{\phi}_j \frac{L_j}{M_j} \frac{S_{\bar{a}_j}}{\omega_j^2} \quad (11)$$

$$\bar{\mathbf{f}}_j = \mathbf{k} \bar{\mathbf{u}}_j = \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_j \frac{L_j}{M_j} S_{\bar{a}_j} \quad (12)$$

$$\bar{V}_{bj} = \hat{\mathbf{1}} \bar{\mathbf{f}}_j = \hat{\mathbf{1}} \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_j \frac{L_j}{M_j} S_{\bar{a}_j} \quad (13)$$

$$\bar{M}_{oj} = \hat{\mathbf{h}} \bar{\mathbf{f}}_j = \hat{\mathbf{h}} \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_j \frac{L_j}{M_j} S_{\bar{a}_j} \quad (14)$$

위에서 $\bar{\mathbf{u}}_j$, $\bar{\mathbf{f}}_j$, \bar{V}_{bj} 및 \bar{M}_{oj} 는 각각 j 차 모드에 의한 최대층변위벡터, 최대등가수평력벡터, 최대밀면전단력 및 최대전도모멘트를 나타내며, $S_{\bar{a}_j}$ 는 j 차 모드에서의 유사가속도 응답스펙트럼(pseudo-acceleration response spectrum)값을 나타낸다.

각 모드에서의 최대응답들은 발생시각이 일치하지 않기 때문에 그대로 합산하면 응답의 상한치는 되지만 실제보다 큰 값을 얻게되므로 보통 SRSS(Square-Root-of-Sum-of-Squares)로 조합된다. SRSS는 모드별 진동수가 잘 분리된 경우에는 비교적 정확한 응답을 산정하나, 그렇지 않은 경우에는 응답을 과소평가하게 된다. 근래에는 모드별 상관관계를 반영할 수 있는 보다 개선된 CQC(Complete Quadratic Combination) 방법이 사용되기도 하며, 각 조합식을 정리하면 다음과 같다.

(1) SRSS 조합법

$$\bar{R} = \left(\sum_{j=1}^r \bar{R}_j^2 \right)^{1/2} \quad (15)$$

(2) CQC 조합법(모드별 감쇠비가 동일한 경우)

$$\bar{R} = \left(\sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^r \rho_{jk} \bar{R}_j \bar{R}_k \right)^{1/2} \quad (16)$$

$$\rho_{jk} = \frac{8\xi^2(1 + \beta_{jk})\beta_{jk}^{3/2}}{(1 - \beta_{jk}^2)^2 + 4\xi^2\beta_{jk}(1 + \beta_{jk})^2}, \quad \beta_{jk} = \frac{\omega_j}{\omega_k} \quad (17)$$

위에서 \bar{R} , \bar{R}_j , ρ_{jk} 는 각각 1~r 차 모드를 고려한 최대응답, j 차 모드에 의한 최대응답, j 와 k 차 모드의 상관계수(correlation coefficient)를 나타낸다.

4. 오차해석 및 검토

4.1 오차해석

해석모델로는 그림 1 및 2와 같은 2차원 전단건물(shear building)로서 지간이 1개인 5, 15, 30층과 지간이 4개인 30층 정형구조물을 고려하기로 한다. 응답스펙트럼해석과 시각이력해석의 비교 분석을 위해 본 연구에서 사용된 10개의 기 발생된 입력지진 자료는 표 1과 같고, 일관된 비교, 검토를 위하여 모든 입력지진들의 최대가속도는 1.0 g로 통일하여 사용하였다. 입력지진자료 중 한 예로 El Centro(1940, NS)의 지반가속도 시각이력은 그림 3과 같다. 각 해석모델의 구조적 특성과 고려된 모드수 등은 표 2와 같고, 탄성계수는 518,400 kips/ft², 모드별 감쇠비는 0.05로 가정하였다.

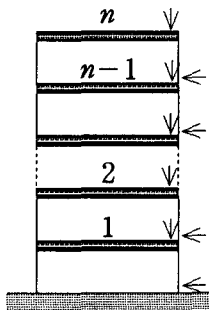


그림 1. 1지간
(n=5,15,30층)

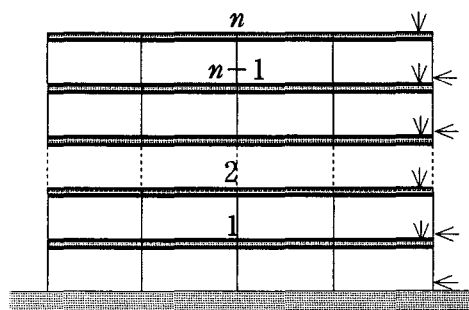


그림 2. 4지간 (n=30층)

주어진 해석모델과 선정된 지진자료에 대하여 ETABS(CSI, V6.13) 및 MATHEMATICA(Wolfram Research, V2.3)를 사용하여 시각이력해석 및 응답스펙트럼해석을 수행하였고, 응답스펙트럼해석시 CQC 방법에 따라 모드별 응답들을 조합하였다. 응답검토에서는 외부응답으로는 층변위, 층전단력, 층전도모멘트를, 내부응답으로는 기둥의 축력 및 휨모멘트, 보의 전단력과 휨모멘트를 대상으로 하였고, 응답들은 모든 층에 대해 검토되었다. 응답 검토위치는 그림 1과 그림 2에서의 화살표(“←” 또는 “↓”)로 나타내었다.

응답스펙트럼해석의 오차특성을 계량화하기 위해, 시각이력해석 결과를 기준으로 다음과 같은 응답오차식을 사용하였고, 앞으로 “평균오차”는 10개의 지진에 대한 응답오차들의 평균을 나타내기로 한다.

$$\text{응답오차(\%)} = \frac{||R_{THA}| - |R_{RSA}||}{|R_{THA}|} \times 100 \quad (18)$$

위에서 R_{THA} 와 R_{RSA} 는 각각 시각이력해석과 응답스펙트럼해석에 의한 최대응답을 나타낸다.

표 1. 입력지진자료

번호	발생지역	발생연월일	최대가속도 (ft/sec ²)
1	HACHINOHE	1968/05/16	6.00
2	OSAKA	1963/03/27	0.82
3	SENDAI	1962/04/30	1.89
4	TOKYO	1956/02/14	2.43
5	TOHOKU	1978/06/12	8.47
6	EL CENTRO	1940/05/18	10.26
7	TAFT	1952/07/12	5.77
8	LOMA PRIETA	1989/10/17	9.11
9	SAN FERNANDO	1971/02/09	3.92
10	SIERRA MADRE	1991/06/28	4.42

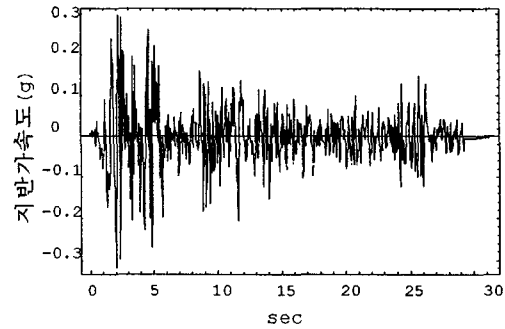


그림 3. El Centro 지반가속도

표 2. 해석모델의 특성

번호	지간수	층수	층고 (ft)	층질량 (kips · sec ² /ft)	수평 층강성 (kips/ft)	기둥의 2차 모멘트 단면 (ft ⁴)	1차 모드의 진동주기 (sec)	고려된 모드수
1	1	5	12	1	1,940.00	0.2694	0.50	5
2		15	12	1	3,500.00	0.5000	1.03	15
3		30	12	1	3,600.00	0.4861	2.06	10
4	4	30	12	1	1,458.33	0.2025	2.02	10

4.2 오차검토

4개의 해석모델과 10개의 지진자료를 적용한 해석결과들 중 대표적인 것들을 예시하면 그림 4~6과 같고, 검토결과를 분석하면 다음과 같다.

- 1) 전반적으로 응답스펙트럼해석에 의한 응답이 시각이력해석에 의한 응답보다 작게 나타난다. 그림 4는 Loma Prieta 지진에 대한 것이나, 다른 지진들에 대해서도 유사한 결과가 나타난다. 결과적으로 응답스펙트럼해석에 의한 응답이 과소평가된다고 볼 수 있다.
- 2) 각 해석모델에 대한 응답오차들은 입력지진에 따라 그 성격 및 크기가 다르게 나타난다(그림 5).
- 3) 입력지진이 동일한 경우, 고려하는 구조물의 층수가 증가할수록 응답오차는 커진다.
- 4) 입력지진이 동일한 경우, 지간수의 증가에 따른 응답오차의 변화는 크지 않다
- 5) 층변위 평균오차는 전반적으로 층전단력, 층전도모멘트 평균오차보다 작게 나타난다.
- 6) 응답 평균오차의 최대치는 5, 10, 30층에 대해 각각 약 8, 10, 15%이다.
- 7) 외부응답인 층전도모멘트와 내부응답인 기둥의 축력 오차는 거의 동일한 성격과 크기를 갖는다.
- 8) 외부응답인 층전단력과 내부응답인 기둥의 휨모멘트, 보의 전단력 및 휨모멘트 응답오차는 거의 동일하다.
- 9) 최하층에서는 층변위와 층전단력(=밀면전단력) 응답오차가 일치하고, 최상층에서는 층변위를 제외한 외부응

답들과 내부응답들의 오차가 일치한다.

5. 결론

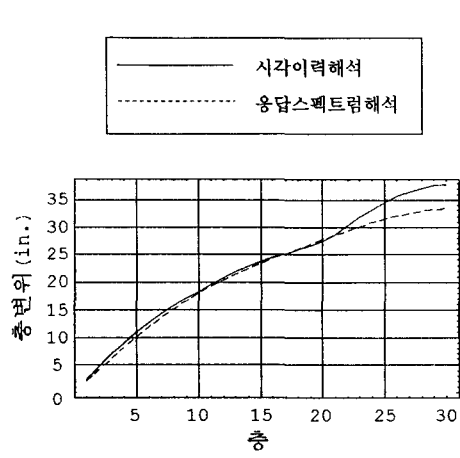
지진해석을 위한 실용적 동적해석법으로 응답스펙트럼해석(모드해석법)이 선호되고 있으나, 응답조합방식이나 스펙트럼의 성격 등에 따라 응답결과에 큰 오차가 발생할 수 있다. 이에 따라 보다 정확한 응답스펙트럼해석을 위한 많은 연구들이 진행되고 있으나, 대부분의 연구들은 최상층변위, 밀면전단력, 전도모멘트 등 외부응답을 연구대상으로 하고 있다.

본 연구에서는 지간이 1개인 5, 15, 30층 전단건물과 지간이 4개인 30층 전단건물 각각에 대하여 기 발생된 10개의 지진자료를 적용하여 시각이력해석 및 응답스펙트럼해석을 수행하였다. 기존의 외부응답과 함께 다양한 내부응답들에 대한 오차도 검토하였으며, 연구결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

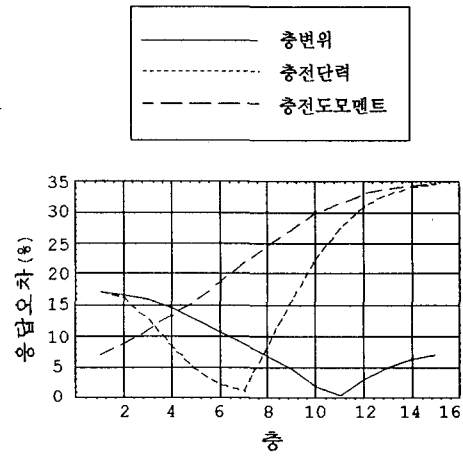
- 1) 전반적으로 응답스펙트럼해석에 의한 응답은 시각이력해석에 의한 결과보다 작게 산정되므로, 주요부위에 대해서는 시각이력해석에 의한 확인이 필요할 것으로 판단된다.
- 2) 응답오차의 특성은 입력지진에 따라 다르게 나타나므로, 시각이력해석시 다양한 입력지진을 사용하여 교차 확인하는 것이 바람직하다.
- 3) 층수가 증가할수록 응답오차는 증가하나, 지간수의 영향은 작은 것으로 나타난다.
- 4) 정형구조물의 경우, 충전도모멘트와 축력의 오차성격은 동일하고, 충전단력의 오차성격은 전단력 및 휨모멘트의 성격들과 거의 동일한 것으로 나타난다.

참고문헌

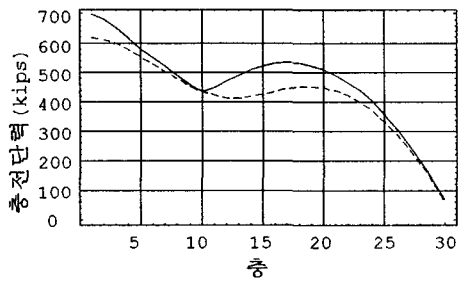
1. 금대하, 노필성, 김재웅, “내진설계 기준의 개선에 관한 연구”, 대한건축학회 학술발표 논문집, 제14권, 제2호, 1994.10, pp.435~438
2. 오윤승, 주경재, “층수가 다른 구조물에 있어서 등가정적해석법과 동적해석법의 비교연구”, 대한건축학회 학술발표 논문집, 제16권, 제2호, 1996.10, pp.449~452
3. 건설부, 건축물의 내진구조 및 방재기준에 관한 연구, 1987.01, p.527
4. 건설부, 내진설계 지침서 작성에 관한 연구, 1987.12, p.416
5. 현창현, “응답스펙트럼해석을 위한 모우드 응답 조합방법 비교연구”, 한국전산구조공학회 봄학술발표회 논문집, 1992, pp.19~25
6. 김명환, 김상대, “耐震構造解析을 위한 Design Spectrum의 研究”, 대한건축학회논문집, 제8권, 제5호, 1992.05, pp.159~168
7. 김명환, 홍원기, 김상대, “토질조건을 고려한 증진 및 약진의 설계 스펙트럼”, 대한건축학회논문집, 제13권, 제8호, 1997.08, pp.137~145
8. 이채복, 주경재, “지진하중을 받는 고층건물의 동적해석”, 대한건축학회 학술발표 논문집, 제15권, 제2호, 1995.10, pp.423~426



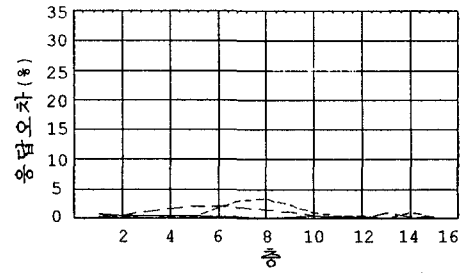
(a) 층변위 응답



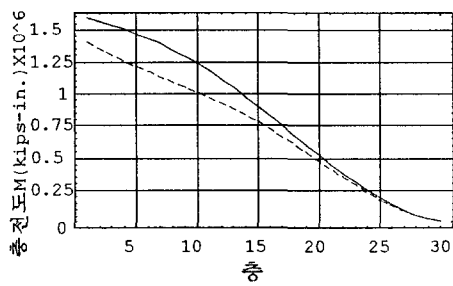
(a) Tokyo 지진의 외부응답오차



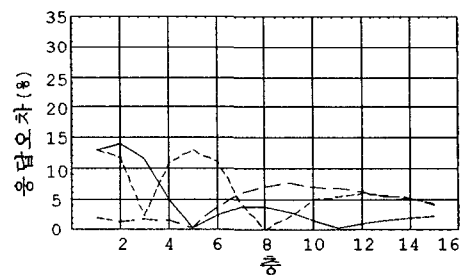
(b) 층전단력 응답



(b) El Centro 지진의 외부응답오차



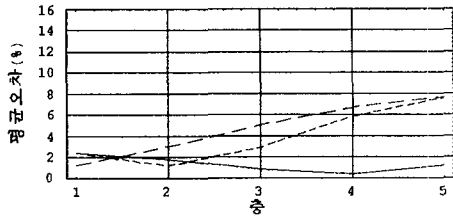
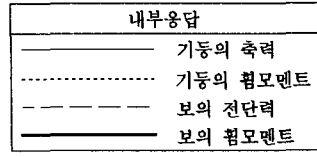
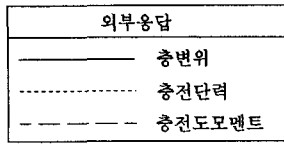
(c) 층전도모멘트 응답



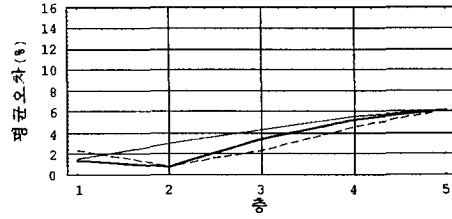
(c) Sierra Madre 지진의 외부응답오차

그림 4. 시각이력해석과 응답스펙트럼해석의 비교 (Loma Prieta 지진, 30층 1지간인 경우)

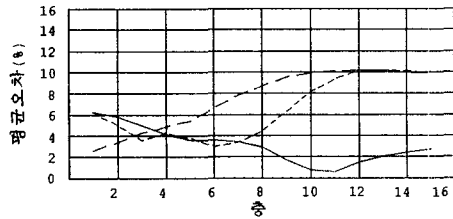
그림 5. 각 지진에 대한 외부응답오차들 (15층 1지간인 경우)



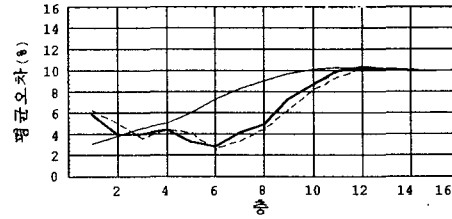
(a) 5층 1시간 외부응답의 평균오차



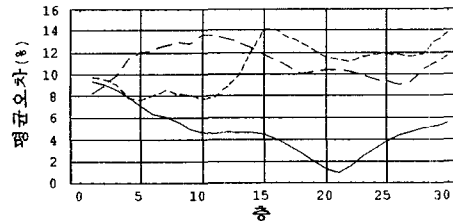
(b) 5층 1시간 내부응답의 평균오차



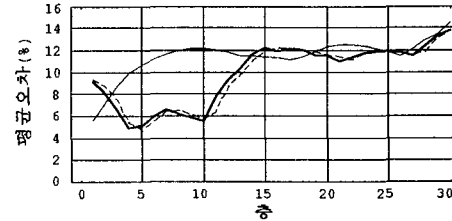
(c) 15층 1시간 외부응답의 평균오차



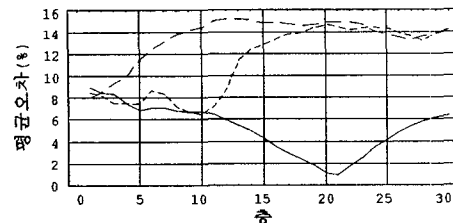
(d) 15층 1시간 내부응답의 평균오차



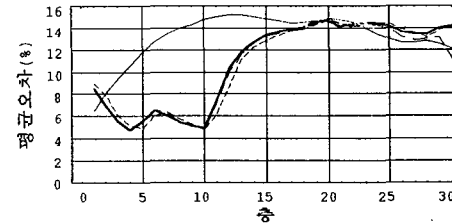
(e) 30층 1시간 외부응답의 평균오차



(f) 30층 1시간 내부응답의 평균오차



(g) 30층 4시간 외부응답의 평균오차



(h) 30층 4시간 내부응답의 평균오차

그림 6. 각 해석모델에 대한 응답의 평균오차