

단위부재 모델화에 따른 단층 래티스 돔의 탄소성 좌굴하중의 산정에 관한 연구

A Study on the Estimation of Elasto-Plastic Buckling Loads for Single Layer Latticed Domes by Unit Member Modeling Technique.

한 상 울* 이 상 주** 유 용 주** 이 경 수**
Han, Sang-Eul Lee, Sang-Ju Yoo, Yong-Ju Lee, Keyoung-Su.

ABSTRACT

In this paper, we propose to a method to estimate the elasto-plastic buckling loads for single layer latticed domes. First, we assume that each member consists of the rigid zone and elastic spring at both end joint, the elastic element and three elasto-plastic spring to judge for yeilding the member. Next, the member which has most influence on buckling for structures is determined by a distributed pattern of the strain energy which is calculated through linear eigenvalue analysis. And then, normalized slenderness ratio of the element is derived considering the axial force at elastic buckling load. Later, we execute elasto-plastic nonlinear analysis that based on loading increasement method and displacement increasement method.

From this results, we discusses the effect of the joint rigidity and the half open angle θ_0 on the buckling strength of single layer lattice domes ; (1) how the joint rigidity contributes to the reduction of buckling loads, (2) how the reduction can be interrelated to compressive strength curves in terms of the generalized slenderness for the member most relevant to the overall buckling of domes.

1. 서 론

단층 래티스 돔을 설계하는 경우에 대스팬으로 인한 불안정현상을 규명하기 위해서는, 돔의 좌굴형태를 파악하는 것이 필요불가결하며, 좌굴형태는 평면형상, 지지조건, 부재의 접합방법, 하중조건, 형상초기불완전에 크게 영향을 받는다. 특히, 접합부 휨강성의 영향을 많이 받으며, 실제 래티스 돔의 접합부는 강접합과 편접합의 중간적인 것이 많고, 그것의 부재 접합 상태에 주목한 연구로서, 접합부의 회전강성에 의한 좌굴형태의 변화를 분석한 포만(S.E. Forman), 허친슨(J.W. Hutchinson)의 연구, 볼 조인트로 접합된 입체트러스의 거동을 분석한 사카(Saka), 헤키(Heki)의 연구, 사각형평면상의 단층 래티스 돔의 탄성좌굴하중의 산정법을 다룬 우에키(Ueki)의 연구, 육각형평면 돔에 있어서 탄소성좌굴형상을 분석한 다카시마(Takashima)의 연구 등이 있다. 이 결과 단층 래티스 돔의 역학적 거동은 많이 파악되고 있지만, 접합부 휨강성에 의한 구조내력은 연구자마다 상이하다.

따라서, 본 논문에서는 원형평면의 반강접합 단층 래티스 돔을 대상으로 해서, 그것의 좌굴하중 산정법을 제안한다. 이를 위해 먼저 돔의 좌굴특성을 규명하기 위한 해석조건으로서 1) 부재양단 회전스프링의 휨강성, 2) 경계조건, 3) 돔정부의 부재반개각, 4) 돔을 구성하는 부재의 세장비, 5) 형상초기불완전, 6) 하중분포를 변수로 설정하고, 탄소성 거동을 고려하기 위하여 부재를 모델링한다. 다음으로 선형고유치 해석을 수행하여 돔을 구성하는 부재중에서 돔의 내력에 가장 크게 영향을 미치는 부재를 선정하고, 탄성좌굴해석과 탄소성좌

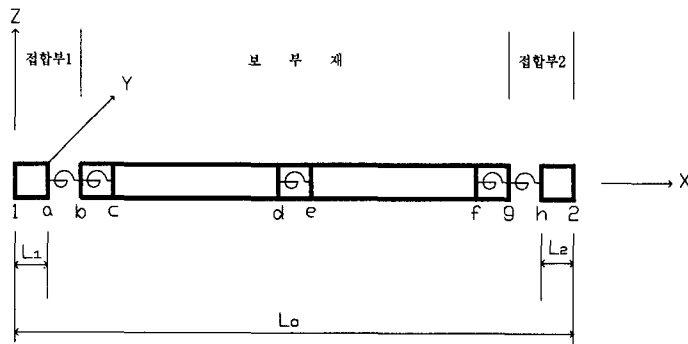
* 정회원, 인하대 건축공학과 교수
** 학생회원, 인하대 건축공학과 석사과정

굴해석을 수행하여 선정된 부재의 내력에 따른 단층래티스들의 좌굴하중을 산정하는 방법을 제시한다.

2. 반강접합을 고려한 단일부재의 모델링 및 정식화

2.1 단일부재모델

해석에 이용되는 부재는 그림 2.1과 같이 모델화한다. 이 부재 모델은 접합부를 표현한 양단의 강역과 탄성 스프링, 부재를 표현한 탄성부재 및 부재의 항복거동을 나타내기 위한 3개의 탄소성스프링으로 구성한다. 또한, 부재모델을 탄성부재와 구별하기 위하여 단일 부재로 표현한다.



접합부1 : 강역[1-a] + 탄소성스프링[a-b]
 보부재 : 탄소성스프링[b-c] + 탄성부재[c-d] +
 탄소성스프링[d-e] + 탄성부재[e-f] +
 탄소성스프링[f-g]
 접합부2 : 탄소성스프링[g-h] + 강역[h-2]
 ※ 단, 보부재에는 비틀림모멘트가 생기지 않는다고 가정한다.

그림 2.1 반강접합을 고려한 부재모델

2.2 단일부재의 정식화

스프링을 포함한 탄성부재로 구성된 단일 부재의 증분 변형도에너지와 외력의 증분 포텐셜에너지의 합은 0이 되어야하므로 단일 부재에 대해서 다음식을 얻을 수 있다.

$$\delta \{ d_1^T, d_b^T, d_c^T, d_d^T, d_e^T, d_f^T, d_g^T, d_2^T \} \begin{bmatrix} k_{s1} \\ k_{s2} \\ k_{b1} \\ k_{s3} \\ k_{b2} \\ k_{s4} \\ k_{s5} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_b \\ d_c \\ d_d \\ d_e \\ d_f \\ d_g \\ d_2 \end{Bmatrix} - \delta \{ d_1^T, d_2^T \} \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.1)$$

여기에서, $[k_{s1}]$, $[k_{s2}]$, $[k_{b1}]$, $[k_{s3}]$, $[k_{b2}]$, $[k_{s4}]$, $[k_{s5}]$ 는 각각 그림 2.1의 스프링 또는 탄성부재의 강성매트릭스이며, d_i 는 i 점의 변위이다. 이것을 단일부재 양단의 절점 1, 2와 내부절점 b, c, d, e, f, g로 분리하여 나타내면 다음과 같다.

$$\delta \{ d_{12}^T, d_{bg}^T \} \begin{bmatrix} A & B \\ B^T & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{12} \\ d_{bg} \end{Bmatrix} - \delta \{ d_{12}^T, d_{bg}^T \} \begin{Bmatrix} f_{12} \\ 0 \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.2)$$

단일 부재의 응력-변위관계식 식(2.2)를 증분변위에 대하여 표현하면 다음과 같다.

$$\delta\{\Delta d_{12}^T, \Delta d_{bg}^T\} \begin{bmatrix} A & B \\ B^T & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta d_{12} \\ \Delta d_{bg} \end{Bmatrix} + \delta\{\Delta d_{12}^T, \Delta d_{bg}^T\} \begin{Bmatrix} G_{12} \\ G_{bg} \end{Bmatrix} - \delta\{\Delta d_{12}^T, \Delta d_{bg}^T\} \begin{Bmatrix} \Delta f_{12} \\ 0 \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.3)$$

식(2.3)을 다음의 두식으로 표현할 수 있다.

$$[A]\{\Delta d_{12}\} + [B]\{\Delta d_{bg}\} + \{G_{12}\} = \{f_{12}\} \quad (2.4)$$

$$[B]^T\{\Delta d_{12}\} + [C]\{\Delta d_{bg}\} + \{G_{bg}\} = \{0\} \quad (2.5)$$

식(2.5)으로부터 다음식이 얻어지며,

$$\{\Delta d_{bg}\} = -[C]^{-1}[B]^T\{\Delta d_{12}\} - [C]^{-1}\{G_{bg}\} \quad (2.6)$$

식(2.6)을 식(2.4)에 대입하고, 정리하면 다음과 같다.

$$[[A] - [B][C]^{-1}[B]^T]\{\Delta d_{12}\} + \{G_{12}\} - [B][C]^{-1}\{G_{bg}\} = \{f_{12}\} \quad (2.7)$$

여기에서, $[K]$ 와 $\{F\}$ 를 다음과 같이 가정하면,

$$[K] = [A] - [B][C]^{-1}[B]^T \quad (2.8)$$

$$\{F\} = \{G_{12}\} - [B][C]^{-1}\{G_{bg}\} \quad (2.9)$$

식(2.7)은 식(2.10)과 같이 표현된다.

$$[K]\{\Delta d_{12}\} + \{F\} = \{f_{12}\} \quad (2.10)$$

3. 해석모델 및 해석방법

3.1 해석모델

그림 3.1에 나타난 원형단면의 구형단층 돔을 해석모델로 한다. 래티스돔의 규모는 사선의 부재 수 n 으로 나타내고, 본 논문에서는 $n = 12$ 로 한다. 또한 사선의 부재길이 l_0 은 300cm가 되도록 결정한다. 래티스돔의 높이/스팬비의 정도를 나타내는 부재반개각 θ_0 은 2도, 3도, 4도에 대해서 검토한다. 래티스 돔 구조물의 형상제원과 부재제원을 표 3.1과 표 3.2에 나타낸다.

해석모델에서는 반강접합을 고려하기 위하여 앞에서 언급한 것과 같이 부재를 모델화하고, 중앙부와 양단부의 탄소성스프링에 의하여 부재의 항복을 식(3.1)로 평가하며, 항복후에는 항복곡면상을 움직인다고 가정한다.

$$f = \left(\frac{N}{N_y}\right)^2 + \sqrt{\left(\frac{M_y}{M_p}\right)^2 + \left(\frac{M_z}{M_p}\right)^2} = 1 \quad (3.1)$$

여기에서, N 은 스프링의 축력, M_y, M_z 은 스프링의 y, z 축 회전의 휨 모멘트, N_y 는 부재의 항복축력, M_p 는 부재의 y, z 축 회전의 전소성모멘트이다. 본 해석에서는 정규화된 휨강성 $\alpha = 0.01, 1, 4, 1000$ 의 4종류에 대하여 그 영향을 조사한다. 단, 집합부의 축방향 스프링강성 K_x 는 부재축강성 EA/l_0 의 1000배로 설정한다. 그리고 부재의 비틀림강성은 없는 것으로 하며, 구조물의 경계조건은 주변 핀지지인 경우에 대하여 고려하고, 하중형태는 수직방향으로 작용하는 등분포상의 절점하중을 고려한다.

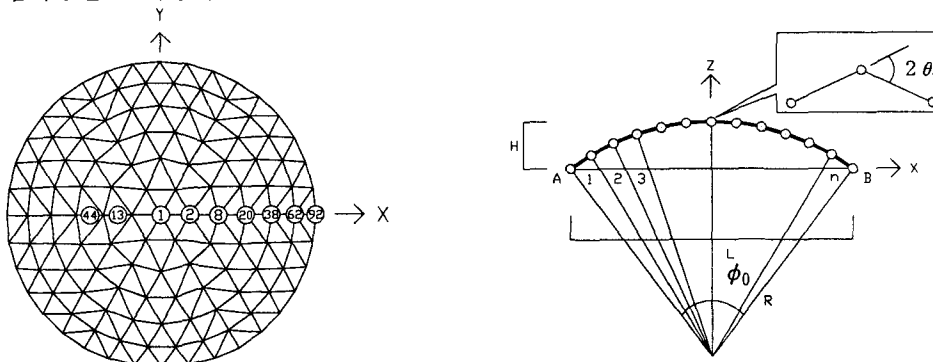


그림 3.1 해석모델

표 3.1 래티스 돔의 스펠 L, 높이 H,

표 3.2 부재재원

꼭률반경 R				pipe	$A(\text{cm}^2)$	$I(\text{cm}^4)$	λ_0	$N_y(\text{tf})$	$M_p(\text{tf} \cdot \text{cm})$
θ_0 (deg)	L(cm)	H(cm)	R(cm)						
2	3496.35	371.59	4298.06	$\phi 165.2 \times 4.5$	22.72	734	52.7	54.53	278.98
3	3369.30	547.38	2866.10	$\phi 139.8 \times 4.0$	17.07	394	62.5	40.97	177.09
4	3196.03	711.48	2150.34	$\phi 89.1 \times 2.8$	7.591	70.7	98.4	18.22	50.07
				$\phi 60.5 \times 2.3$	4.205	17.8	145.6	10.09	18.71

3.2 해석방법

본 논문에서는 단층래티스돔의 좌굴하중과 거동을 분석함에 있어서 좌굴전 변형을 무시한 선형고유치 해석인 선형좌굴해석, 기하학적 비선형성을 고려한 탄성좌굴해석 및 재료적·기하학적 비선형성을 고려한 탄소성좌굴해석을 실시한다. 선형좌굴해석은 주로 래티스돔을 구성하는 부재 가운데서 돔의 좌굴에 크게 영향을 미치는 부재를 선정하기 위해 사용하며, 탄소성좌굴해석은 선형좌굴해석에서 선정된 특정부재의 좌굴축력과 좌굴하중을 산정하기 위해 적용한다. 또한 수치해석법으로는 부재항복 전까지는 뉴턴-랩슨법에 기초한 하중증분법, 그 이후는 변위증분법을 적용한다.

4. 해석결과 및 고찰

4.1 특정부재의 선정

래티스돔의 좌굴하중을 산정하기 위하여, 우선 돔의 좌굴에 가장 큰 영향을 미치는 부재를 결정해야 한다. 이를 위해 본 논문에서는 좌굴형상에 따른 각 부재의 변형에너지 밀도를 식(4.1)로 계산하고 특정부재(m) 선정의 지표로 이용한다.

$$E_m = \frac{1}{2A_m l_m} (d_m)^T [k_{mcr}] (d_m) \quad (4.1)$$

여기에서, $[k_{mcr}]$ 는 선형좌굴시 부재강성매트릭스, $\{d_m\}$ 는 부재단의 좌굴모드이다. A_m , l_m 는 각각 부재의 단면적, 부재길이이다.

그림 4.1은 선형좌굴 해석결과이며, 최소 좌굴하중을 고려한 모드(a)와 좌굴모드에 의한 변형에너지 밀도분포(b)를 나타낸다. 또한 그림중 정(+)은 실선, 부(-)는 파선으로서 그것의 절대값이 큰 값일수록 비례적으로 두껍게 나타낸다. 해석결과에 따르면, 좌굴모드에 대응하는 변형에너지 분포는 좌굴변형이 큰 부재에 집중한다. 따라서 선형좌굴해석에 따른 좌굴모드를 이용해서 식(4.1)에 따라 부재의 변형에너지 밀도를 계산하고, 결과 값의 절대값이 최대인 부재를 특정부재로 선정한다.

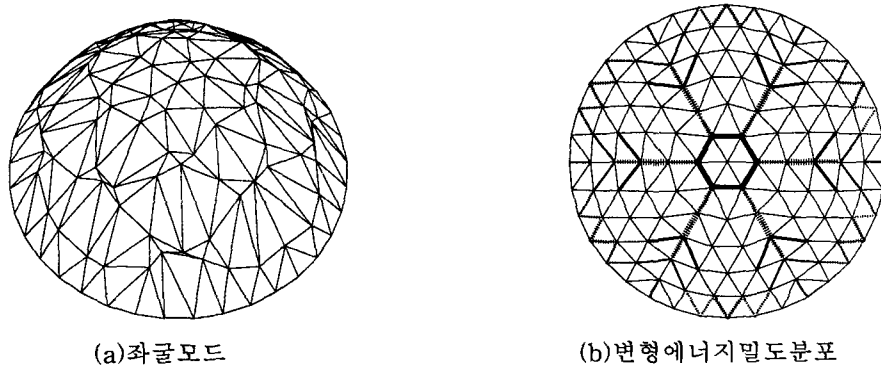


그림 4.1 좌굴모드와 변형에너지 밀도

4.2 정규화세장비

선형좌굴해석과 탄소성좌굴해석으로 래티스돔의 좌굴하중을 비교하기 위하여 특정부재의 정규화세장비를 다음식으로 정의한다.

$$\Lambda = \sqrt{N_y / N_{cr}^{lin}} \quad , \quad N_{cr}^{lin} = \frac{P_{cr}^{lin}}{P_d} N_d \quad (4.2)$$

단, N_y 는 특정부재의 항복축력, N_{cr}^{lin} 은 선형고유치해석에 의한 래티스돔의 좌굴하중 P_{cr}^{lin} 인 때의 특정부재의 선형축력, P_d 는 설계하중, N_d 는 설계하중시 선형탄성해석에서 얻어지는 특정부재의 축력이다.

4.3 해석결과

표 4.1에는 해석에서 얻어진 정규화 세장비 Λ 와 식(4.4)로 계산된 좌굴축력을 나타내며, 그림 4.2~4.5 에 해석결과를 도시한다. 그림의 횡축 값은 선정된 부재의 축력을 구하기 위한 정규화세장비 Λ 이며, 종축은 다음 식으로 구해지는 축력 N_{cr}^{pl} 의 항복축력 N_y 에 대한 비 ζ 이다.

$$N_{cr}^{pl} = \frac{P_{cr}^{pl}}{P_d} N_d \quad (4.3)$$

$$\zeta = \frac{N_{cr}^{pl}}{N_y} \quad (4.4)$$

또한, 탄소성좌굴해석에 의한 래티스돔의 좌굴하중 P_{cr}^{pl} 는 해석에 의해 얻어진 최대하중이며, N_{cr}^{pl} 은 최대하중까지 부재축력이 선형적으로 증가하는 것으로 가정한 경우의 값이다. 단 부재가 항복하고 돔의 강성이 현저하게 저하하기 때문에 항복 후 내력의 상승이 있는 경우도, 부재항복시의 하중을 래티스돔의 좌굴하중으로 한다. 그림 중의 상한선은 식(4.5)를 나타내며, Λ 가 1.0 이하에서 부재의 축항복, 1.0 이상에서는 탄성좌굴을 나타낸다. 하한선은 식(4.6)에 강구조 한계상태 설계법에서 사용한 저감계수를 곱한 값을 나타낸다.

$$\zeta = \begin{cases} 1.0 & (\Lambda < 1.0) \\ 1/\Lambda^2 & (\Lambda \leq 1.0) \end{cases} \quad (4.5)$$

$$\zeta = \begin{cases} 1.0 & (\Lambda < \rho\lambda_c) \\ 1.0 - 0.5\{(\Lambda - \rho\lambda_c)/(e\lambda_c - \rho\lambda_c)\} & (\rho\lambda_c < \Lambda \leq e\lambda_c) \\ 1/\{1.2\Lambda^2\} & (\Lambda > e\lambda_c) \end{cases} \quad (4.6)$$

여기에서, $\rho\lambda_c$ 는 소성한계세장비, $e\lambda_c$ 는 탄성한계세장비이며, 각각의 값은 $\rho\lambda_c = 0.15$, $e\lambda_c = 1/\sqrt{0.6}$ 이다.

표 4.1 수치해석결과 [특정부재번호(No.), 정규화세장비(Λ), 탄소성좌굴축력(N_{cr}^{pl}/N_y)]

θ_0	x	2.0				3.0				4.0			
		0.01	1	4	1000	0.01	1	4	1000	0.01	1	4	1000
$\phi 165$	No.	44	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
	Λ	1.462	0.906	0.728	0.771	0.981	0.718	0.687	0.567	0.740	0.657	0.618	0.611
	N_{cr}^{pl}/N_y	0.338	0.753	0.944	0.733	0.729	0.973	0.752	0.992	0.746	0.749	0.740	0.741
$\phi 139$	NO.	44	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
	Λ	1.465	0.983	0.794	0.849	0.982	0.848	0.758	0.738	0.671	0.636	0.726	0.719
	N_{cr}^{pl}/N_y	0.329	0.658	0.882	0.715	0.726	0.767	0.750	0.754	0.978	0.981	0.734	0.739
$\phi 89$	No.	44	44	44	44	44	44	44	13	44	13	13	13
	Λ	1.320	1.150	1.174	1.149	1.303	1.157	1.147	0.974	1.056	0.988	0.982	0.971
	N_{cr}^{pl}/N_y	0.413	0.501	0.487	0.604	0.559	0.672	0.693	0.945	0.882	0.976	0.984	0.986
$\phi 60$	No.	44	44	44	44	44	44	44	44	44	44	44	44
	Λ	1.567	1.738	1.707	1.447	1.864	1.486	1.458	1.439	1.567	1.484	1.455	1.434
	N_{cr}^{pl}/N_y	0.348	0.304	0.333	0.475	0.267	0.451	0.472	0.483	0.405	0.453	0.474	0.487

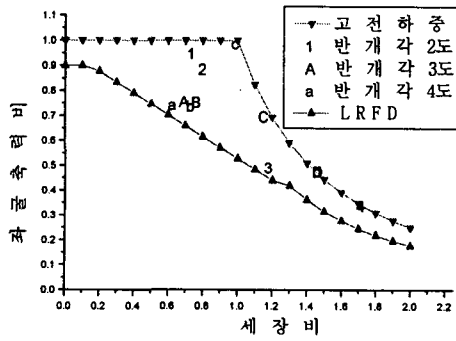


그림 4.2 부재반개각과 좌굴축력의 관계

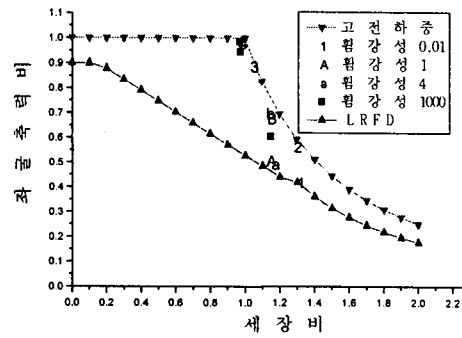


그림 4.3 접합부 휨강성과 좌굴축력의 관계

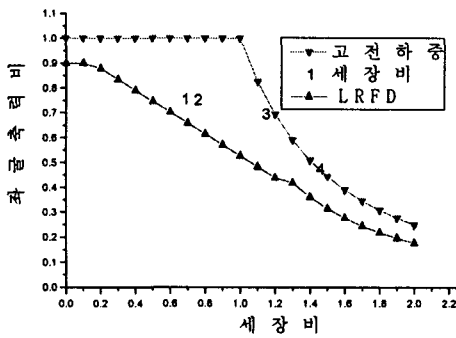


그림 4.4 세장비와 좌굴축력의 관계

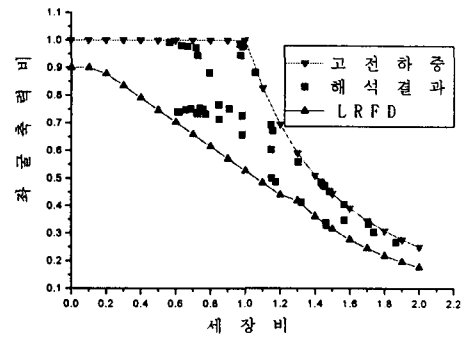


그림 4.5 정규화 세장비에 따른 좌굴축력의 분포

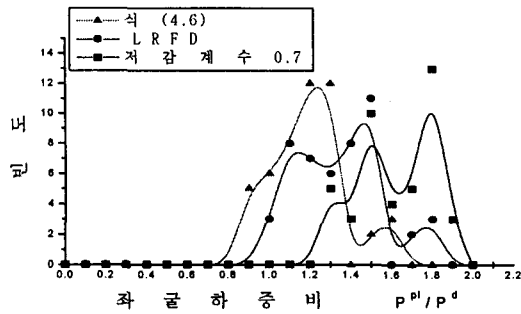
4.4 좌굴하중의 산정

래티스돔의 좌굴하중 산정방법은 선형좌굴해석에서 선정된 특정부재의 정규화세장비 λ 에 대응하는 압축강도 N_{cr}^d 을 정의된 식으로 결정하고, 다음식에 따라 좌굴하중 P_{cr}^d 을 산정한다.

$$P_{cr}^d = N_{cr}^d \cdot \frac{P_d}{N_d} \quad (4.7)$$

여기에서, P_{cr}^d 는 래티스돔의 산정된 좌굴하중, P_d 는 설계하중, N_d 는 설계하중시의 선형축력이 다. 본 논문에서는 부재의 강도(좌굴축력)을 산정하는 식으로서 식(4.6)과 계산된 부재의 압축강도 N_{cr} 에 저감계수 α 를 곱한 값 N_{cr}^d 을 이용한다.

이 방법으로 구한 돔의 좌굴하중과 탄소성좌굴해석의 좌굴하중의 관계를 그림 4.6에 보인다. 횡축에 래티스돔의 탄소성좌굴해석에 의해 좌굴하중과 산정좌굴하중의 비 (P_{cr}^d / P_{cr}^d)을 취한다. 종축에 빈도를 취한다. 그림에서 알 수 있듯이 식(4.6)에 의해 산정된 좌굴하중비는 1보다 작은 값을 가질 수 있어 구조물이 불안정하게 될 수 있다. 하지만 강구조 한계상태 설계식과 저감계수 0.7을 사용할 경우 안정된 좌굴하중값을 얻을 수 있음을 알 수 있다.



삼각형표시는 식 (4.6)에 의한 분포이며
평균이 1.14, 표준편차가 0.18이다.

원형표시는 강구조한계상태설계식에 의한 분포이며
평균이 1.29, 표준편차가 0.20이다.

사각형표시는 저감계수 0.7[3]를 사용한 분포이며
평균이 1.62, 표준편차가 0.25이다.

그림 4.6 산정된 좌굴하중의 분포도

5. 결론

본 논문에서는 원형평면의 단층 래티스 돔을 해석모델로 하여 부재 반개각, 접합부 휨강성, 세장비를 변수로 설정하고, 단층래티스돔의 좌굴상태를 평가하는 데 주목되는 부재를 선정하여 부재의 압축강도에 기초해서 돔의 내력 및 좌굴하중을 산정하였다. 결과를 요약하면 다음과 같다.

- 1) 단일 부재 모델화에서는 재료적 비선형성을 고려하여 정식화하였다.
- 2) 선정부재의 정규화세장비는 래티스 돔의 내력을 평가하는 지표로 이용할 수 있다.
- 3) 계산된 좌굴내력은 강구조 한계상태 설계식값을 초과하므로 래티스 돔에 이 식의 적용 가능성을 보여주었다.
- 4) 3)번 결과에 의해 좌굴하중을 결정할 수 있음을 보여주었다.

감사의 글

본 연구수행에 도움을 주신 초대형 구조시스템 연구센터(STRESS)에 감사 드립니다.

6. 참고문헌

1. 植木隆司, 向山洋一, 加藤史郎, 兩端に回転ばねのある部材で構成される単層ラチスドームの線形および弾性座屈荷重 -矩形平面形状をした裁断球殻状ドームについて-, 日本建築学会構造系論文報告集, No.411, pp.117-129, 1990. 5
2. 植木隆司, 加藤史郎, 向山洋一, 松榮泰男, 兩端に回転ばねのある部材で構成される単層ラチスドームの弾塑性座屈荷重 -矩形平面形状をした裁断球殻状ドームについて-, 日本建築学会構造系論文報告集, No.448, pp.47-58, 1993. 6
3. 加藤史郎, 単層ラチスドームの座屈に関する研究成果の報告 その3 -半剛接单層ラチスドームの座屈応力度とその耐力推定への応用に関する解析的研究-, 豊橋技術科学大学建設工学系構造工学講座, 1996. 4
4. Robert Levy, William R. Spillers, ANALYSIS OF GEOMETRICALLY NONLINEAR STRUCTURES, CHAPMAN & HALL, 1995.
5. W. F. Chen, I. Sohal, Plastic Design and Second-Order Analysis of Steel Frames, Springer-Verlag New York Inc., 1995.
6. 한상을, LATTICE돔의 기하학적 비선형 좌굴거동에 관한 연구, 초대형구조시스템 연구센터, 1995. 5.
7. 김진기, 모드중첩법에 의한 단층래티스돔의 기하학적 비선형좌굴거동에 관한 연구, 인하대학교, 1998. 2.