

막구조의 초기형상 및 재단도 결정알고리즘에 관한 연구

A Study on the Shape Finding and Patterning Procedures for Membrane Structures

한 상 을* 이 경 수** 이 상 주** 유 용 주**
Han, Sang-Eul Lee, Keyung-Su Lee, Sang-Ju Yoo, Yong-Ju

ABSTRACT

The purpose of this study is to propose the method of determining the initial fabric membrane structures surface and membrane patterning procedures. Tension structure, such as, fabric membrane structures and cable-net, is stabilized by their initial prestress and boundary condition. The process to find initial structural overall shape of tension structures produced by initial prestress called Shape Finding or Shape Analysis. One of the most important factor for the design of membrane structures is to search initial smooth surface, because unlike steel or concrete building elements which resist loads in bending, all tension structure forces are carried within the surface by membrane stress or cable tension. To obtain initial surface of fabric membrane element in large deformation analysis, the membrane element is idealized as cable using a technique with Force-density method. and that result is compared with well-known nonlinear numerical method, such as Newton-raphson method and Dynamic relaxation method. The shape resulting from Force-density method has been dealt with as the initial membrane shape and used patterning procedures.

1. 서 론

막구조물 설계과정은, 초기장력에 의해 초기형상을 결정하고 결정된 구조물형상에 외부하중을 적용하여, 구조적 거동을 파악하고 안정된 막구조물 형상으로 인정될 경우, 막의 초기형상에 대한 재단도를 결정하는 것이다. 강성구조시스템에서는 모멘트에 의해 외력에 저항하는 반면 막구조나 케이블망은 형태저항형 구조시스템으로서 표면내의 인장력에 의해 외력에 저항한다. 따라서 외력이 표면으로 효율적으로 전달되는 이중곡률의 매끄러운 표면형상을 결정해주어야 하는 문제가 제기되며, 막구조나 케이블망의 형상은 외력에 의한 응력의 크기정도나 처짐의 양을 지배하는 가장 중요한 요소가 된다. 인장구조물은 압축력에 저항할 수 없고, 모든 단면에 대해 균일한 인장력이 분포되도록 초기형상을 결정해 주어야 하기 때문에, 구조물형상과 응력분포의 관계가 복잡한 구조시스템이다. 막구조 설계의 마지막 과정은 3차원 공간상의 막구조 형상에서 평면의 재단도¹²⁾를 결정하는 것이다.

인장구조는 대변형에 의한 기하학적 비선형성을 나타내는 구조시스템으로, 초기형상을 결정하기 위해 비선형 수치해석기법인 뉴튼랩슨법¹⁾, 동적이완법(dynamic relaxation method)^{7),8),9),10)}에 의한 비선형 수치해석법이 사용되며, 쉘(Schek)²⁾에 의해 제안된 내력밀도법(force-density method)은 케이블망의 평형상태를 결정하는 수치해석기법으로, 막구조 초기형상 결정방법으로 널리 사용된다^{3),4),5),6)}. 내력밀도법은 비선형성을 나타내는 케이

* 정회원, 인하대학교 건축공학과, 교수

** 학생회원, 인하대학교 건축공학과, 석사과정 - 298 -

불요소의 형상을 복잡한 반복계산 없이 선형적으로 계산하는 수치해석기법으로, 구조물의 평형상태를 고정절점과 자유절점의 관계에 의해 내력밀도의 크기에 따라 자유절점 좌표값을 찾는 수치해석방법이다. 따라서, 인장구조물 설계에서 특히 중요한 3차원의 매끄러운 곡면을 내력밀도법에 의해 효과적으로 얻을 수 있다.

2. 형상탐색 알고리즘

강성구조물은 구조물의 강성이 크므로, 외부하중에 대한 초기형상의 변형정도가 전체 구조물의 형상을 변화시킬 만큼 크지 않다. 따라서, 초기구조물 형상결정기법에 의해 구조물형상이 결정되고, 초기형상 결정기법의 체계적 정립 과정이, 전체구조물 형상결정 단계에서 필수적인 요소로 작용한다. 반면, 인장력의 도입을 통해 구조물의 강성이 부여되어, 안정화된 구조적 특성을 나타내는 연성구조(인장구조)는, 초기 인장력 및 외부하중에 대한 변형의 정도가 전체구조형상을 변화시킬 만큼 커다란 영향을 끼친다. 특히 초기 인장력의 도입으로 초기 구조물형상이 결정되기 때문에, 강성구조물의 초기형상결정기법과 상이한 특징이 있다. 이와 같이, 외부하중이 없는 상태에서 인장구조물의 초기형상을 결정하는 것을 형상탐색(shape finding)이라 한다.

구조물의 평형방정식은 다음과 같다.

$$[A]\{\sigma\} = \{W\} \quad (1)$$

평형매트릭스 $[A]$ 는 다음과 같이 표현되며

$$[A] = [C^*]^t \cdot [F] \quad (2)$$

$[C^*]$: 연결상태 매트릭스(connection matrix)

$[F]$: 형상 매트릭스(form matrix)

따라서, 평형방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[C^*]^t \cdot [F] \cdot \{\sigma\} = \{W\} \quad (3)$$

내력밀도법은 막요소를 케이블요소로 대체하여 케이블요소의 형상탐색을 통해 막구조의 초기형상을 결정하는 수치해석기법이다.

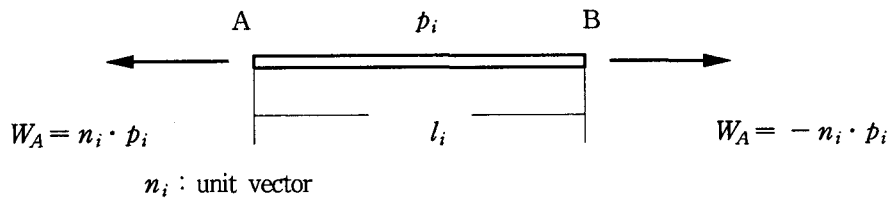


그림1. 단일 부재의 평형

위 그림 1에서 부재내력과 외력이 평형을 이루므로 평형관계식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$W_A = n_i \cdot p_i = p_i \frac{x_A - x_B}{l_i}, \quad W_B = -n_i \cdot p_i = p_i \frac{-x_A + x_B}{l_i} \quad (4)$$

위 평형식을 매트릭스로 표현하면 다음과 같다.

$$[C]' [Q] [C] \{X\} = \{W\} \quad (5)$$

[C]는 연결매트릭스로서 각 부재에 대하여 부재 시작점과 끝점에 대해서는 각각 1, -1의 값을 가지고, 그 외에 대해서는 0의 값을 가지며, [Q]는 내력밀도매트릭스로서, 부재 내력밀도값을 표현하는 대각행렬로 정의된다. 식(5)에서, 매트릭스 [C]와 절점좌표벡터 {X}를 고정절점과 자유절점에 대해 각각 분리하면 다음과 같다.

$$[C] = [C_F : C_X] \{X\}' = \{X_F : X_X\}' \quad (6)$$

식(6)을 식(5)에 대입하여 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$[C_F : C_X]' [Q] [C_F : C_X] \{X_F : X_X\} = \{W\} \quad (7)$$

식(7)을 다시 정리하면,

$$[C_F]' [Q] [C_F] \{X_F\} + [C_F]' [Q] [C_X] \{X_X\} = \{W\} \quad (8)$$

$$[D_F] = [C_F]' [Q] [C_F] \quad (9)$$

$$[D_X] = [C_F]' [Q] [C_X]$$

로 나타낼 수 있다. 식(9)을 식(8)에 대입하고 정리하면 다음 식과 같다.

$$[D_F] \{X_F\} = \{W_X\} - [D_X] \{X_X\} \quad (10)$$

따라서, 식(10)에 의해 식(11)을 풀면, 자유절점의 좌표벡터를 고정절점을 기준으로 구할 수 있다.

$$\{X_F\} = [D_F]^{-1} \{W_X\} - [D_F]^{-1} [D_X] \{X_X\} \quad (11)$$

초기형상탐색의 과정에서는, 외부하중벡터 {W}를 zero로 하여 위 식(11)을 풀게 된다.

3. 재단도결정(Patterning)

막구조는 얇은 막으로 이루어진 3차원 구조물이다. 3차원 공간상의 형상을 평면형상인 재단도로 구현하기 위해서는 평면상으로 3차원형상을 정확히 투영시키는 과정이 필수적이며, 평면상에서 재단한 막의 조각(strip)을 공간상에서 결합(welding)하기 위해서는 결합선 두께(welding line width)를 미리 재단도상에서 구현시켜야 하고, 신장율을 고려한 막조각의 축소를 고려해야만 한다. 그리고, 롤(roll)가공 시 재료의 최소 낭비를 위해서는 막요소가 최소폭(minimum strip width)이 될 때까지 막요소를 회전시켜주어야 하는 과정이 요구된다.

3.1 평면투영(Projection to plan)

전체 막구조 형태를 구성하는 요소는 몇 개의 막요소로 이루어진 여러개의 막조각(strip)으로 나누어 생각할 수 있다. 재단도 결정과정은 막형상을 이루는 막조각을 결정하고, 막조각의 재단도를 결정하는 과정을 말한다. 따라서, 실제 막구조물 형상에 대한 정확한 평면형상을 결정해 주어야 한다. 아래 그림 2는 3차원 막구조 초기형상의 막조각을 뽑아내고, 뽑아낸 막조각을 평면으로 투영시키는 과정을 보이고 있다.

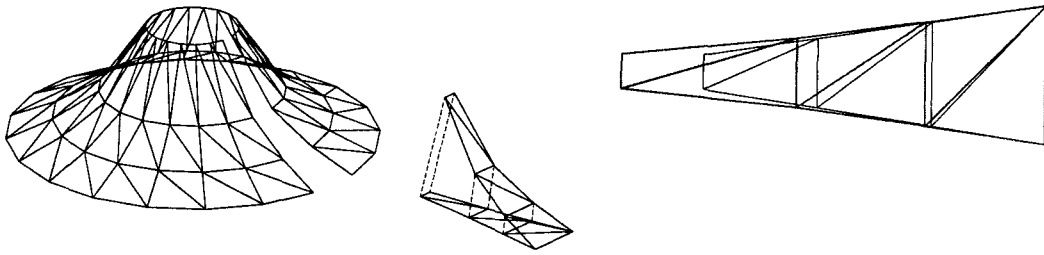


그림 2. 3차원 형상과 평면투영

3.2 막조각의 수정

막구조는 초기장력에 의해 초기형상이 결정된다. 따라서, 재단도 결정시 초기장력의 영향을 고려해주어야 하는데, 케이블에 초기장력이 가해진 상태에서 조립되도록 하기 위해 케이블부재를 원래 길이보다 작게 해주는 것과 같이, 막조각을 본래형상보다 적당한 정도로 작게 만들어, 막표면에 초기장력을 주는 과정을 신장을 고려(compensation)이라 한다. 평면에 투영시킨 막조각의 시작, 중간, 끝점을 신장율(compensation factor)에 의해 수정해주어야 하는데 일반적으로 횡방향(warp-direction)에 대해서는 1%, 종방향(fill-direction)방향에 대해서는 2%정도로 막조각의 외각선을 축소시킨다. 그 후 이웃한 막조각 간의 결합선 두께(welding ling width)와 경계부분의 정착선두께(folding line width)만큼 막조각 외각선을 후퇴(offset)시킨다.

3.3 막요소의 회전

물가공시 막재료의 낭비를 최소화하기 위해서, 재단도폭이 최소(minimum width)가 될 때까지 막조각을 회전시키는 과정이 필요하다. 아래 그림 3 (b)는 그림 3 (a)의 막조각을 회전시키는 과정을 보이고 있다.

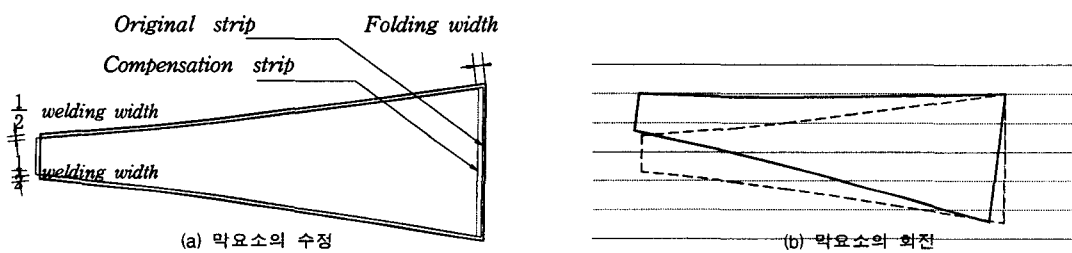


그림 3. 막요소의 수정과 회전

4. 수치해석 예

4.1 형상해석 예

그림 4의 예는 다양한 해석방법에 의한 형상해석 결과를 나타낸 것이다. 내력밀도법에서는 재료성질인 탄성계수가 고려되지 않기 때문에, 아주 작은 탄성계수를 사용하여¹³⁾ 뉴튼랩슨법과 동적이완법을 수행한 결과 아래

그림 4 (c), (d)와 같은 형상을 얻었다.

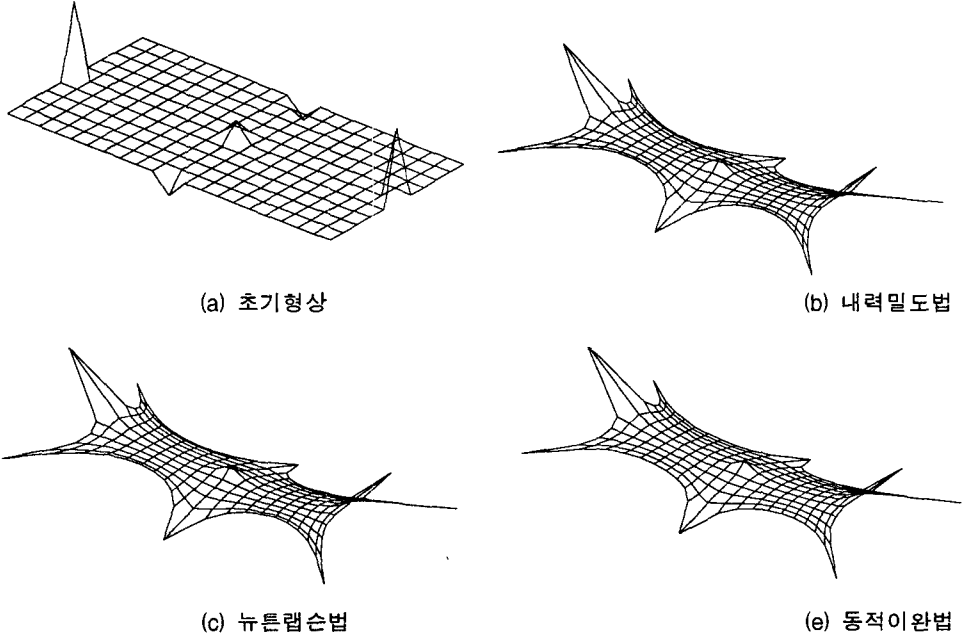


그림 4. 다양한 해석방법에 의한 형상해석

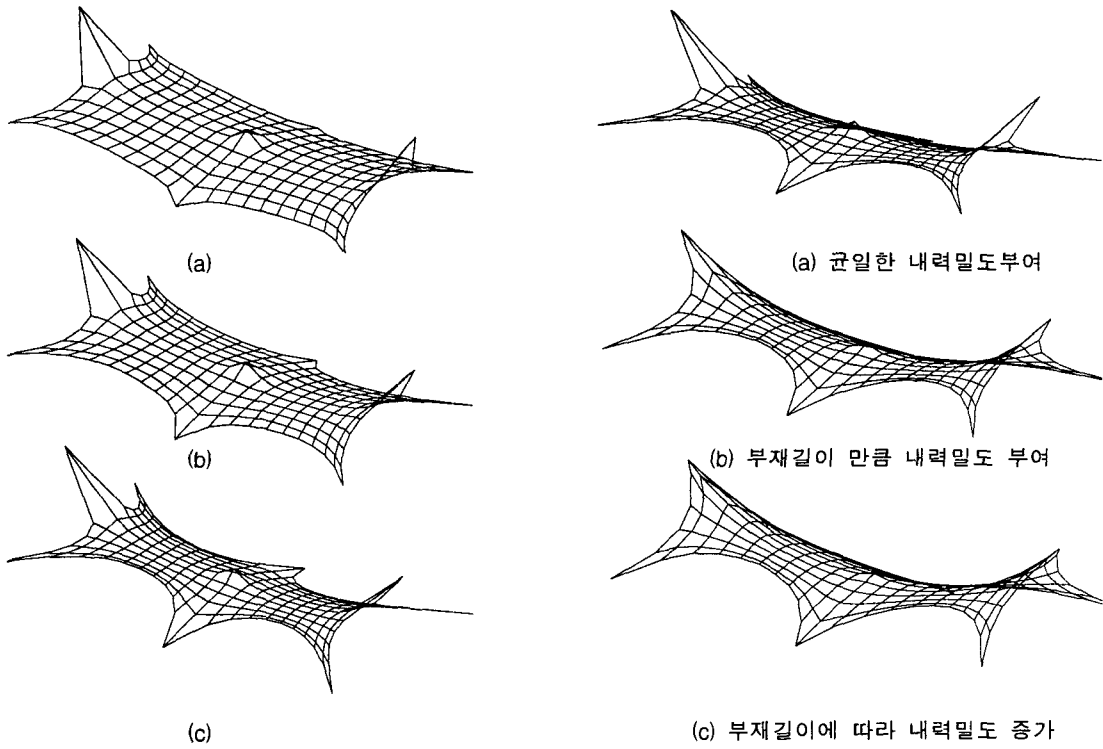


그림 5. 탄성계수에 따른 형상변화

그림 6. 내력밀도 모드에 따른 형상

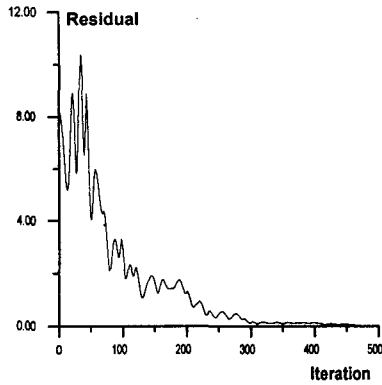


그림 7. 동적이완법의 수렴과정

그림5는 뉴턴랩슨법을 이용해 탄성계수값에 따른 형상해석 결과를 도시하고 있다. 탄성계수값이 가장 작은 그림 5(c)의 형상이 그림 4(c)의 형상이다. 그림 4(d)의 형상은 막구조해석에서 자주 사용되는 동적이완법을 이용해 형상해석한 결과인데, 옆의 그림 7과 같은 반복계산을 수행한 결과 수렴하게 되었다. 따라서 그림 4의 결과에서 알 수 있듯이 케이블요소를 해석할 때에는 반복계산이 필요한 비선형 수치해석방법보다는 반복계산이 필요 없는 내력밀도법이 효과적임을 알 수 있다.

위 그림6은 내력밀도의 변화에 따른 형상을 보여준다. 케이블의 초기형상에서 절점을 이동시키고 고정절점을 정해주면, 내력밀도에 따라 그림 6(a), (b), (c)와 같은 케이블망의 형상을 얻을 수 있다. 내력밀도법은 선형 수치해석방법이므로, 위

의 형상을 얻기 위해 반복 수치해석의 과정이 필요 없으며, 내력밀도에 따라 다양한 형상을 얻을 수 있다. 그림 6(a)는 모든 부재에 동일한 내력밀도를 부여했을 경우의 형상이고, 그림 6(b), 그림 6(c)는 부재의 길이에 따라 내력밀도를 증가시켜주었을 때의 형상이다.

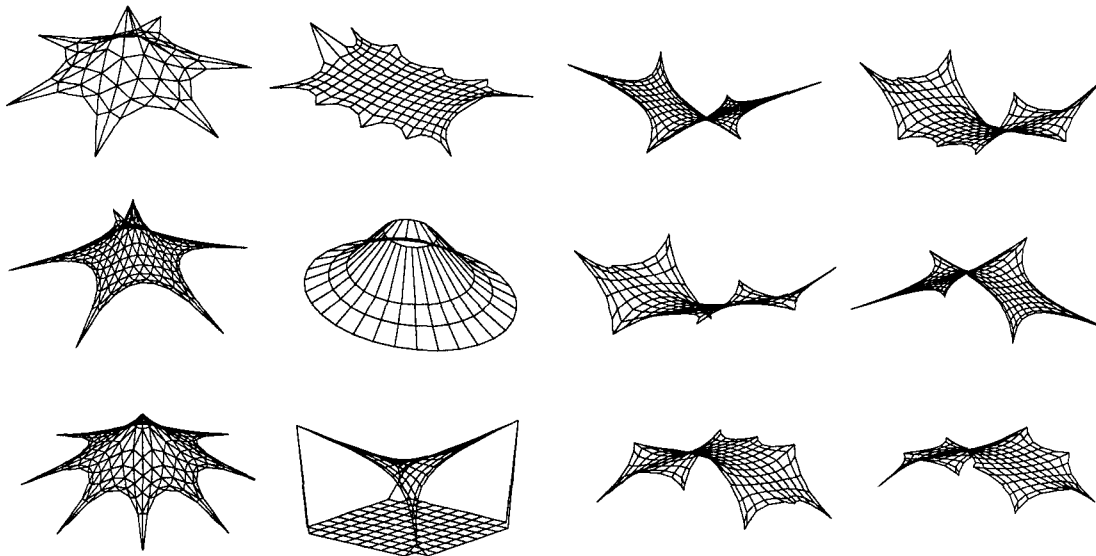


그림 8. 내력밀도법에 의한 다양한 형상해석결과

그림 8은 내력밀도법을 이용한 다양한 형상결정 예를 보여준다. 복잡한 수치해석기법을 이용하지 않고도 그림과 같은 형상을 쉽게 얻을 수 있음을 알 수 있다. 따라서 막구조물과 같이 매끄러운 곡면 형상을 얻기 위한 방법으로 내력밀도법이 효과적으로 쓰일 수 있다.

4.2 재단도 결정 예

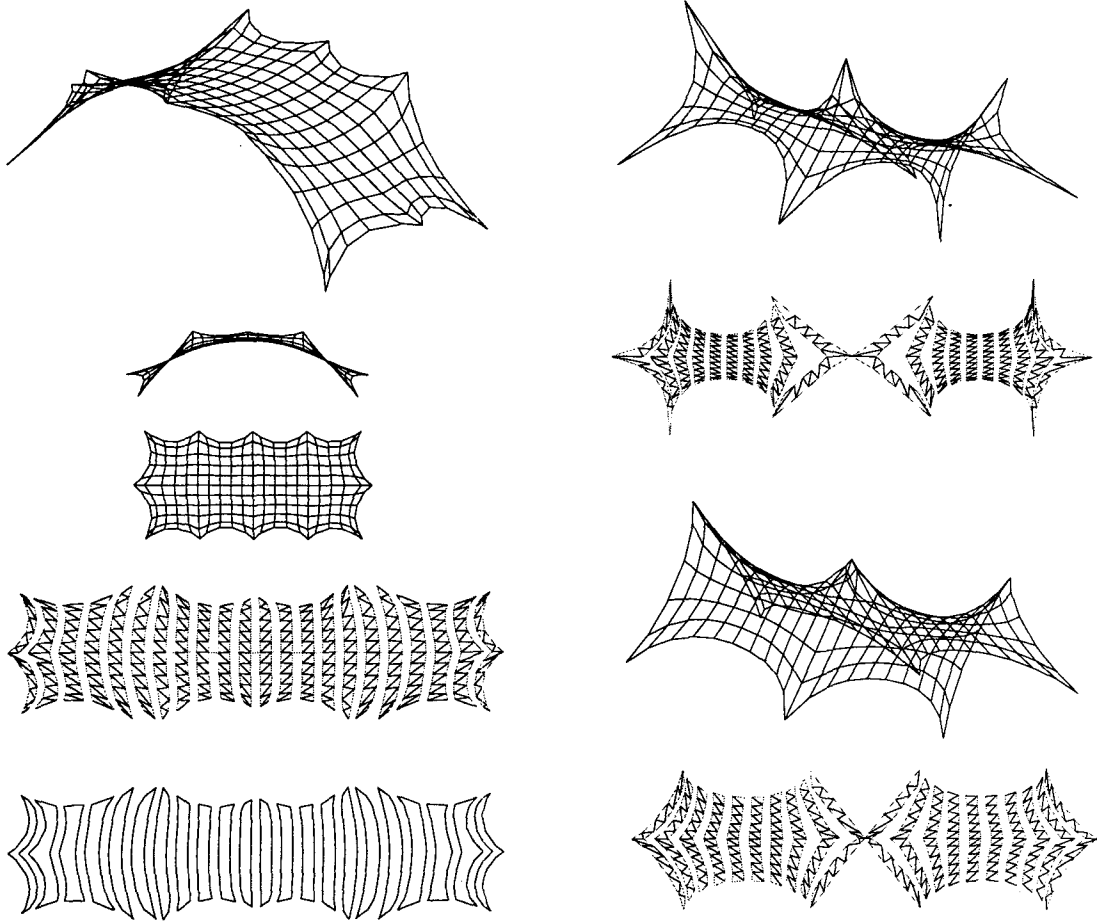


그림9. 재단도결정과정

위 그림 9는 재단도 결정과정을 보여준다. 그림에서 알 수 있듯이 각각의 재단도는 3차원 형상에서 부터 결정되는데, 재단도를 얻기 위해서는 3차원 형상에 대한 절점과 절점의 좌표가 필요하므로, 내력밀도법에 의해 얻은 형상을 이용해 재단도를 결정하였다. 내력밀도법에 의해 얻은 형상해석결과를 평면에 투영시키고, 신장을 및 막요소의 최소폭을 고려해 얻게 된다. 위 그림 (9)에서와 같이 내력 밀도법은 자유로운 곡률을 쉽게 얻을 수 있기 때문에 곡면을 통해 외부힘에 저항하는 막구조의 형상을 얻는데 효과적인 해석방법임을 알 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 내력밀도법에 의해 막구조의 초기형상결정 방법을 제시하였다. 막구조와 같이 매끄러운 곡면형상이 요구되는 구조물에서는 본 논문의 수치해석기법으로 초기형상을 결정하면 아름다운 곡면형상을 얻을 수 있고, 형상해석결과를 이용하여 재단도를 결정하면, 효과적으로 막구조물을 설계할 수 있을 것으로 사료된다. 따라서 본 논문의 내력밀도법은 막구조의 막요소를 케이블로 대체

하여 해석할 때, 비선형 수치해석기법인 뉴턴랩슨법, 동적이완법과 같은 복잡한 비선형 평형관계식을 정식화하지 않아도 되며, 반복계산과정이 없이 선형으로 계산하게 되므로 수치해석에 드는 노력과 시간이 절약되고 효과적으로 막구조에 대한 형상해석을 수행 할 수 있었다.

내력밀도법이 가진 장점은 다음과 같다.

1. 정식화 과정이 간단하다.
2. 반복계산이 필요 없다.
3. 내력밀도에 따른 형상을 자유롭게 얻을 수 있다.

감사의 글

*본 연구를 수행하는데 지원을 아끼지 않은 초대형 구조시스템 연구센터(STRESS)에 깊은 감사를 표합니다.

6. 참고문헌

1. Argyris J H., Scharpf D. W. "Large deflection analysis of prestressed network", J. Struct Div., ASCE 48, pp. 633-654, 1972
2. Schek, H.J., "The force density method for form finding and computation of general networks", Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng. , vol.3 ,1974, pp. 115-134
3. Motro R et al, "Formfinding numerical methods for Tensegrity System", Int. Symp. IASS 94 Spatial, lattice and tension structures, edited by Abel J et al, published by ASCE, Atlanta, 1994, pp. 704-713
4. Bernard C., Motro R. "Textile Membrane Structural System : Monitoring of Form and Tensions", Proc. Asia-pacific confe. on Shell and Spatial Structures. 1996, pp. 427-434
5. He Guang Qian, Gu Cheng, "Refined Method to Initial Equilibrium for Membrane Structure", Proc. Asia-pacific confe. on Shell and Spatial Structures. 1996, pp. 419-426
6. Grundig L., Ekert L., Moncrieff E. "Geodesic and semi-geodesic line algorithm for cutting pattern generation of architectural textile structures", Proc.Asia-pacific confe. on Shell and Spatial Structures. 1996, pp. 435-443
7. Day, A.S., "An Introduction to Dynamic Relaxtion", The Engineer, London, vol. 219, pp. 18-221
8. Papadrakakis, M. "A method for automatic evaluation of the dynamic relaxation parameters", Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng., vol 25, 1981, pp35-48
9. Underwood, P. Dynamic Relaxtion, in "Computational Methods for Transient Analysis", Belytschko, T., Hyghes, T.J.R. editors, Elsevier Science Publishers, 1983, pp. 245-265
10. Gosling P. D., Riches C. G. "Some results on the numerical representation of the load-deflection characteristic of pneumatic beams", IASS International Symposium 97, Singapore, pp. 297-306
11. Atai A. A., "Numerical analysis of membrane structures", IASS International Symposium 97, Singapore, pp. 163-172
12. Kneen P. "Form generation and patterning procedures for tensioned membrane structures", SPACE STRUCTURES 4, edited by G. A. Parke and C. M. Howard, 1994, pp. 1185-1193
13. 조철근 외. "膜構造의 형상해석에 관한 研究-膜纖維 方向을 고려한 初期 形狀解析-", 대한건축학회논문집 6 권6호 1990. pp.263-70.