

면진용 고무 베어링의 안정성 해석

Stability Analysis of Rubber Bearings for Seismic Isolation

이 중 세*
Lee, Jong-Seh

오 중 원**
Oh, Jong-Won

ABSTRACT

Elastomeric bearings are frequently used as a means to isolate structural systems from earthquake loadings. The combination of rubber layers and reinforcing steel shims makes the bearings stiff axially but soft laterally. The shear flexibility of these short columns can lead to relatively low buckling loads which may be further reduced when high shear strains are simultaneously imposed. The area reduction formula has been proposed to account for the reduction in buckling load due to shear. The result obtained from the formula is presumed to be conservative but the degree of conservatism is unknown. This paper describes a numerical study which aims at determining the effect of high shear strain on the critical load of rubber bearings. The results from the finite element analysis which accounts for both the material and geometric non-linearities are compared against the theoretical results in order to examine the validity of the theoretical formulas.

1. 서 론

최근 들어 한반도의 지진 발생 빈도가 증가함에 따라 교량을 비롯한 주요 사회 기반 시설물에 면진장치를 도입한 내진설계 및 내진성능 향상기법에 대한 관심이 증가되고 있다. 면진장치로서는 비교적 내구성과 경제성 측면에서 우수한 고무 베어링이 많이 사용되고 있다. 고무 베어링은 고무층과 강판을 여러겹으로 적층함으로써 축방향으로는 강성을, 횡방향으로는 유연성을 동시에 얻는다. 따라서 면진용 고무베어링은 지진하중에 따른 구조물의 고유 진동주기를 길어지게 함으로써 허용 변위의 증가와 응답가속도의 감소를 유발시켜 지진력의 크기를 줄이는 역할을 한다.⁽¹⁾ 그러나 이 전단에 대한 유연성으로 말미암아 고무 베어링은 비교적 작은 하중하에서 좌굴이 일어날 수 있으며 전단 변형이 동시에 일어날 경우는 좌굴하중이 더욱 더 작아질 수 있다. 그러므로 면진용 고무 베어링의 적용시에는 전단파괴 및 전도에 대한 안정성 뿐만 아니라 좌굴에 대한 안정성도 반드시 고려하여야 한다. 면진용 고무 베어링의 좌굴 해석에 기초가 되는 Haringx(1947)의 고무 붕 이론에 기초하여 Gent(1970)등은 적층 고무 베어링의 좌굴 해석에 관한 연구를 수행하였다. Chalhoub과 Kelly(1989)는 Gent의 이론을 바탕으로 고무의 비압축성 특성을 고려하여 단면

* 한양대학교 토목·환경공학과 부교수, 정회원

** 한양대학교 토목·환경공학과 석사과정, 학생회원

형상에 따른 고무 베어링의 좌굴 이론을 제시하였고 Buckle과 Liu 등(1992)은 유한요소 해석기법을 도입하여 다양한 수치 해석을 수행하였다.⁽²⁾⁻⁽⁶⁾ 본 연구에서는 면진 고무 베어링의 재료적·기하학적 비선형성을 고려한 유한요소해석을 수행하고, 해석 결과에 Southwell Plot 기법을 적용하여 좌굴하중을 산정하였으며 이를 이론해와 비교함으로써 이론해를 검증하고자 하였다.

2. 면진 고무 베어링의 좌굴이론

면진 고무베어링의 안정성은 지진력에 따른 수평 변위가 증가함에 따라 달라진다. 변위의 증가는 유효 단면의 감소로 인한 전단 강성의 감소를 야기함에 따라 축하중에 의한 좌굴을 유발시킨다. 이때 전단 강성은 일정한 수평 하중 하에서 산정할 수 있으며 이는 고무층의 두께 및 단면의 면적에 따라 좌우된다. 여기에서 소개하는 고무 베어링의 좌굴이론은 Gent의 이론에 근거한다.^{(7),(8)} 그림1은 변형 상태에 있는 고무베어링의 내부력과 외력을 나타내며, 그림2는 좌굴 하중을 산정하기 위해 양단 고정 기둥으로 고무베어링을 나타내고 있다.

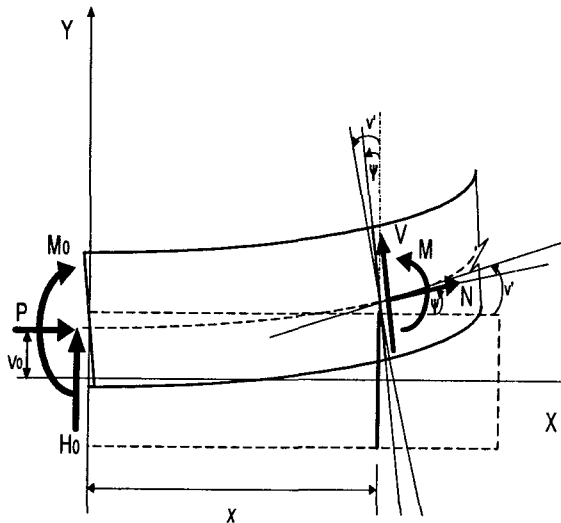


그림1. 중립축의 전단변형을 고려한 고무의 역학적 거동

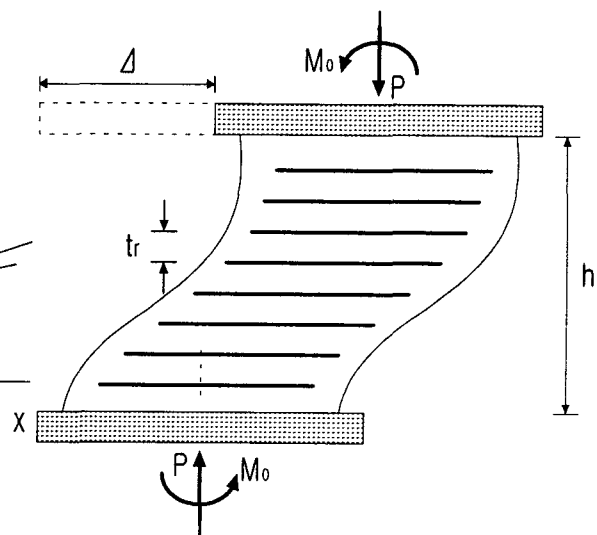


그림2. 연직하중 P에 따른 좌굴거동 및 경계조건

그림에서 보는 바와 같이 변형 상태에서의 휨 모멘트와 전단력의 평형식은 식(1)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} M + P(v - v_0) - M_0 - H_0x &= 0 \\ V + H_0 - P\phi &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 v 는 베어링의 수직 변위를, ϕ 는 중립축에 수직인 면의 회전을 나타내며, P , H_0 , M_0 는 각각 축력, 횡방향 반력, 휨모멘트를 나타낸다. 구성방정식과 운동학적 관계식을 식(1)에 대입하여 풀고 그림 2

의 단부 경계조건을 대입하면 v 와 ψ 에 대한 일반 해를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$v(x) = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi x}{h} \right) v(h) \quad (2)$$

$$\psi(x) = \frac{1}{2} \frac{\alpha GA}{GA + P} \left(\sin \frac{\pi x}{h} \right) v(h)$$

여기서 $\alpha^2 = \frac{P(GA + P)}{EI \cdot GA} = \frac{\pi^2}{h^2}$

식(2)로 부터 다음과 같이 좌굴하중(P_{cr})을 결정할 수 있다.

$$P_{cr} = \frac{(GA)_{eff}}{2} \left[\left(1 + \frac{4P_E}{(GA)_{eff}} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] \quad (3)$$

여기서 $P_E = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{h^2} = \text{Euler 좌굴하중}$

$$(EI)_{eff} = \frac{4S^2}{15} EI \left(\frac{h}{t_r} \right) = \text{유효 휨강성}$$

$$(GA)_{eff} = GA \left(\frac{h}{t_r} \right) = \text{유효 전단강성}$$

위의 식에서 EI , GA 는 각각 고무의 휨강성과 전단강성을 $S = b/t_r$ 는 형상비(Shape Factor)를 b 와 h 는 각각 베어링의 1/2 폭과 높이를, t_r 은 단일 고무층의 높이를 나타낸다. 그러나 식(3)에서는 수평 전단 변위에 따른 좌굴 하중의 변화를 고려하지 않았다. 수평 전단 변위가 커지면 유효 단면의 감소로 인해 좌굴 하중은 감소하므로 수평 전단 변위가 있을 때의 유효 좌굴 하중은 아래의 식(4)로 구할 수 있다.

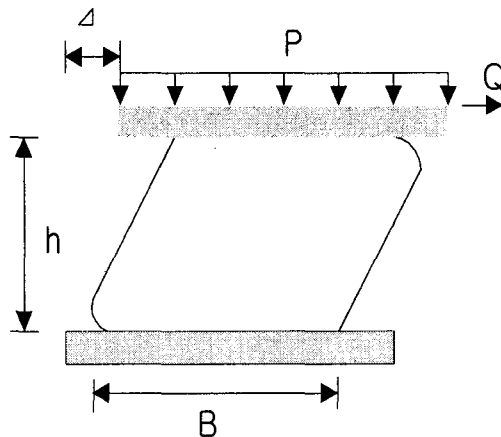


그림 3 전단 변위에 따른 유효 좌굴하중

$$P_{cr}' = P_{cr} \left(1 - \frac{\Delta}{B}\right) \quad (4)$$

여기서 $P_{cr}' =$ 유효단면의 감소에 따른 유효 좌굴 하중
 $\Delta =$ 수평 전단력에 따른 변위
 $B =$ 베어링의 폭

위 식에서 보는 바와 같이 전단변위 Δ 가 B 에 가까워질 때 유효단면은 영에 가까워지고 따라서 유효 좌굴 하중도 소멸하게 됨을 알 수 있다.⁽⁹⁾

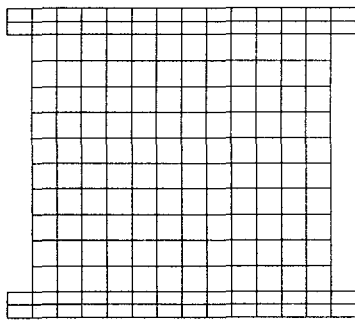
3. 고무 베어링의 수치해석

고무 재료는 하중증가에 따라 비선형 탄성거동을 하며 비압축성을 지닌다. 고무같이 거대변형(finite deformation)을 일으키는 재료의 비선형 거동을 모델링하는 구성 방정식은 여러 가지가 있으나 그 중에서 유한 요소 해석에 많이 적용되는 모델로 Mooney-Rivlin 모델과 Neo-Hookean 모델 등을 들 수 있으나 여기서는 Mooney-Rivlin 모델을 채택하였다. 이 모델의 재료 구성 방정식은 식(5)과 같이 나타낼 수 있다.

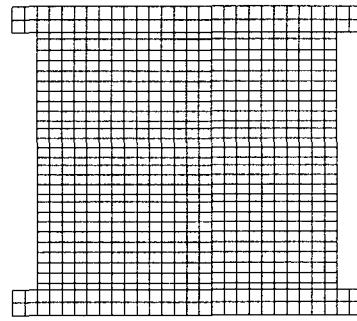
$$\phi = C_1(\bar{I}_1 - 3) + C_2(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{2}K(J - 1) \quad (5)$$

여기서 ϕ 는 변형에너지를, C_1, C_2 는 Mooney-Rivlin 상수를, K, J 는 각각 체적 탄성 계수와 체적비를, 그리고 \bar{I}_1, \bar{I}_2 는 수정 변형을 불변량을 나타낸다.

고무의 거대변형을 고려하기 위해 본 논문의 유한 요소 해석에서는 요소에 고정되어 회전하는 좌표계에서 회전과 신장을 각각 분리해서 고려하는 Co-rotational Formulation을 적용시켰다. 이 방법은 Total Lagrangian, Updated Lagrangian 등의 기하학적 비선형 해석기법에 비해 과도한 회전조건을 고려하기가 용이하고 하중 증분의 크기에도 민감하지 않으므로 고무와 같이 거대 변형을 보이는 재료에 적당하다.⁽¹⁰⁾



(a) 순수 고무 베어링



(b) 적층 고무 베어링

그림4. 유한요소 해석 모델

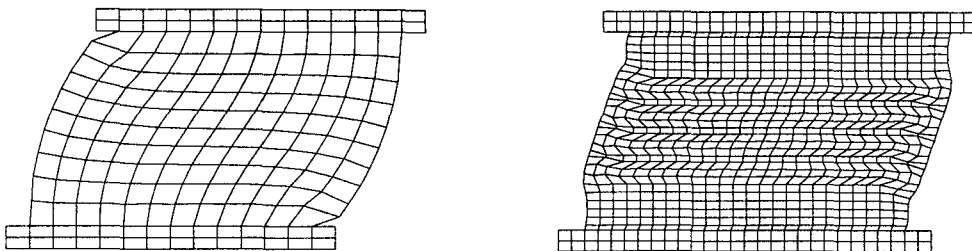
수치 해석에 사용된 고무 베어링의 크기는 모두 $12 \times 10 \text{ cm}$ 이며 4절점 요소를 사용한 2차원 평면 변형을 모델을 적용하였다. 범용 구조 해석 프로그램 LUSAS(1997)를 사용하여 순수 고무베어링의 경우, 고무는 120개의 요소를, 상·하부의 강판은 각각 28개의 요소를 사용하였고 적층 고무베어링의 경우, 고무는 388개의 요소를 상·하부의 강판은 각각 56개의 요소를 내부의 강재 박판은 60개의 요소를 사용하였고 하부 강판의 하단 지점 조건은 강결시켰다. 베어링 상부 강판에 등분포 수평하중을 가하여 일정한 초기 전단 변형을 갖게 한 후, 이 상태에서 연직 하중을 일정 간격으로 증가시켜 그에 따른 수평 변위를 산출하였다. 비선형 해석은 Newton-Raphson Method를 적용하여 초기 하중을 140N으로 정하고 극한 상태까지 하중을 증분시켰다. 수치해석에 쓰인 고무 및 강재의 재료상수는 표1, 표2와 같다. 그림5 는 전단 및 축 하중 적용시 변형된 체논의 형상을 보여준다

표 1. 고무의 재료상수

K (N/m^2)	ν	C_1 (N/m^2)	C_2 (N/m^2)
1.4×10^9	0.5	2.9×10^5	1.8×10^5

표 2. 강재의 재료상수

E (N/m^2)	ν	Yield stress (N/m^2)	Strain hardening modulus (N/m^2)
2.1×10^{11}	0.3	3×10^8	3×10^8



(a) 순수 고무 베어링

(b) 적층 고무 베어링

그림5. 전단력과 축하중에 따른 모델의 변형

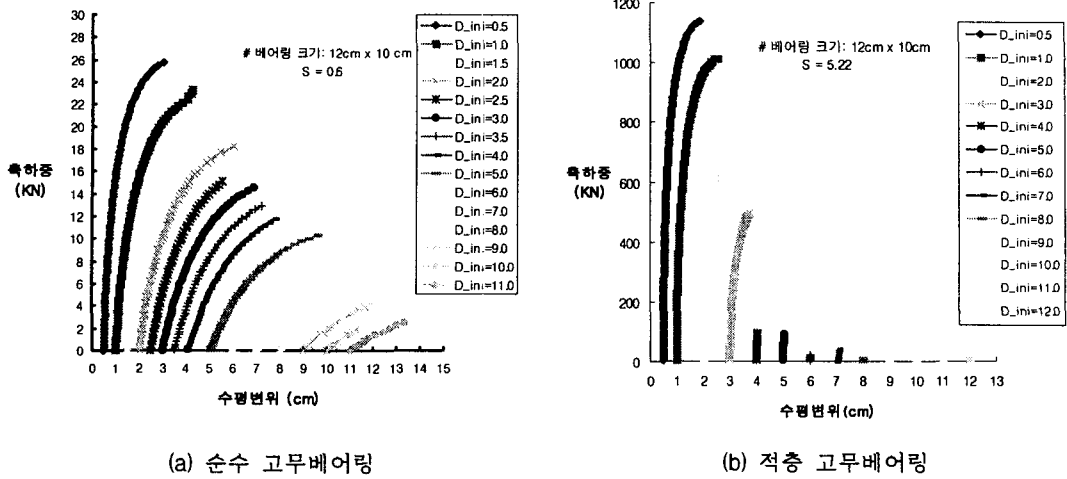


그림 6. 축하중(P)-수평 변위(δ) 선도

그림6 은 초기 전단 변위를 일정하게 유지하고 축하중 P를 적용했을 때 하중에 따른 수평 변위를 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 (a)와 (b)가 동일한 단면을 갖고 있으나 (b)는 형상계수가 (a)에 비해 8 배 이상이 크기 때문에 좌굴 하중값에서 상당한 차이를 보임을 알 수 있다. 또한 (a)의 경우, 전단변위가 4 cm 이상 되면 수치 해석이 불안정해짐을 볼 수 있다.

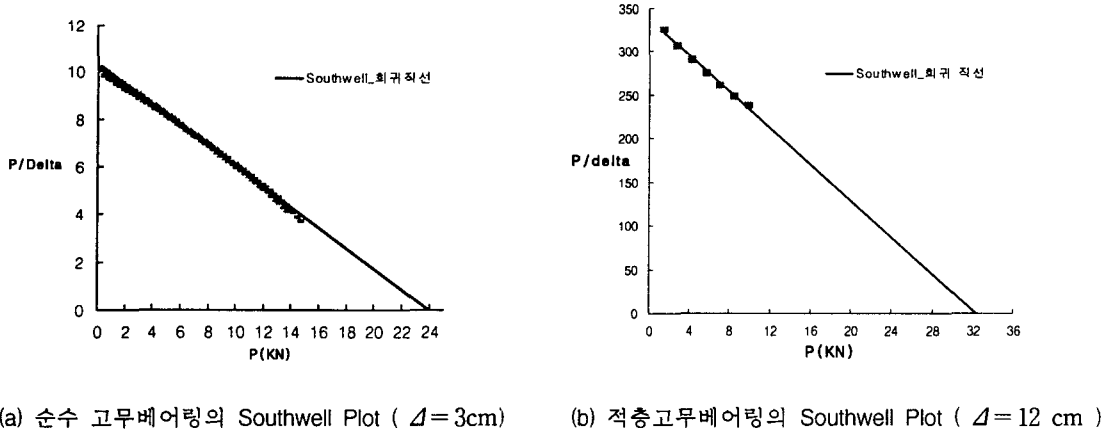
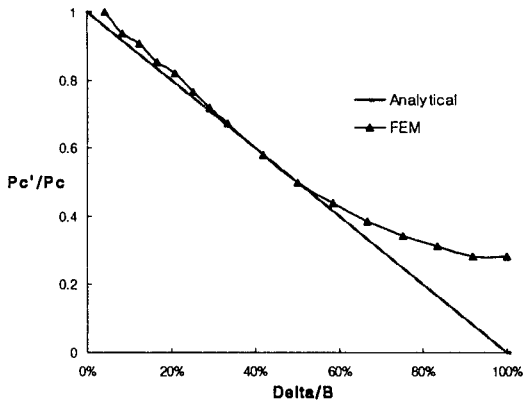
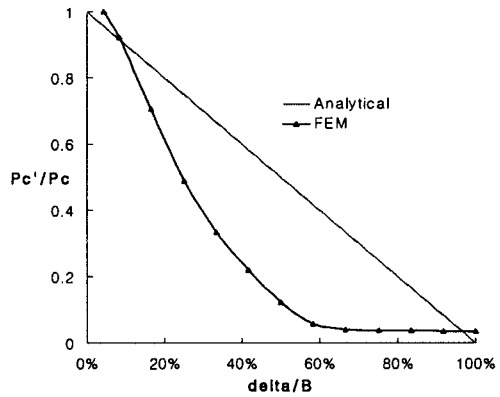


그림7. 좌굴 하중 산정

각각의 전단변위에 대한 축하중-수평변위 선도로부터 Southwell Plot 방법을 사용하여 좌굴 하중을 산출하였다. 그림7(a) 는 전단 변위가 3 cm 일 때의 순수 고무베어링의 좌굴 하중을 결정하는 과정을 보여 주고 있으며 그림7(b) 는 전단 변위가 베어링의 폭과 일치하는 경우의 좌굴 하중을 결정하는 과정을 보여 주고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 좌굴하중은 각각 24 KN과 32KN을 나타내고 있다.

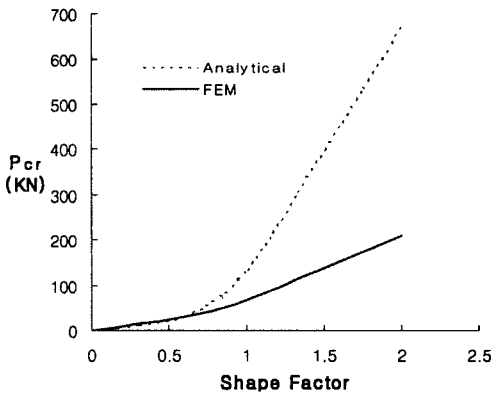


(a) 순수 고무베어링 (S=0.6)

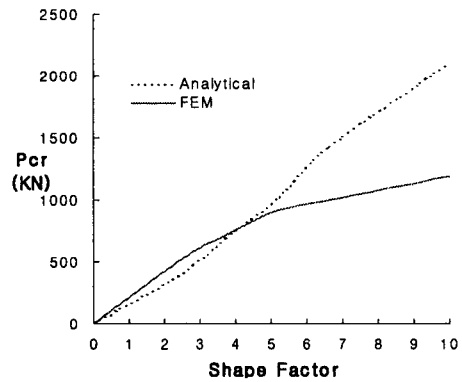


(b) 적층 고무베어링 (S=5.22)

그림8. 폭의 감소 비율에 따른 유효 좌굴하중비



(a) 순수 고무베어링



(b) 적층 고무베어링

그림9. 형상비에 따른 좌굴 하중

그림8 은 전단 변형이 없을 때의 좌굴 하중과 전단 변형이 있을 때의 좌굴하중과의 비율 즉, 유효 좌굴 하중비를 전단 변형의 함수로 표시한 것이다. 순수 고무베어링에서는 수평 전단 변위가 베어링 폭의 약 50% 까지는 유효 좌굴 하중비가 이론식과 거의 일치함을 보였으나 50% 이상이 되면 유효 좌굴 하중비가 이론식 보다 커짐을 알 수 있다. 그러나 적층 고무 베어링의 경우는 전단 변위의 증가에 따른 유효 좌굴 하중이 이론식에서 제안한 좌굴하중 값과 현저한 차이를 보이고 있다. 그림9는 단면 형상비에 따른 좌굴하중을 이론치와 비교한 것을 보여준다. 그림9(a) 에서 보는 바와 같이 단면 형상비가 0.7 이하일 때는 두 값이 대체로 일치하지만 단면 형상비가 증가하면 수치 해석을 통해 구한 좌굴 하중은 이론치 보다 작게 산정됨을 알 수 있다. 그림 9(b)의 경우는 형상비가 5보다 작을 때는 이론치보다 다소 과다하게 산정되었지만

형상비가 5보다 크면 이론치 보다 작게 산정됨을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 면진 고무베어링의 재료적, 기하학적 비선형성을 고려한 유한요소 해석과 Southwell Plot 기법을 이용하여 주어진 수평 전단 변위하에서의 좌굴 하중을 산정하였으며 전단 변형에 따른 유효 좌굴 하중비와 형상비에 따른 좌굴 하중의 변화를 이론해과 비교해 보았다. 본 연구를 통해 잠정적으로 얻은 결론은 다음과 같다. 순수 고무 베어링의 경우, 베어링 폭의 감소에 따른 유효 좌굴 하중비는 수평 전단 변위가 폭의 50% 이상이 되면 이론식에서 제안된 유효 좌굴 하중비 보다 크게 됨을 알 수 있었으나 적층 고무 베어링의 경우는 전단 변위가 베어링 폭의 10% 정도에서부터 이론식의 좌굴 하중비 보다 작게 산정됨을 알 수 있었다. 순수 고무베어링의 경우, 형상비가 약 0.7보다 크면 휨강성이 과다하게 산정되어 이론에 의한 좌굴 하중이 수치해석에 의한 좌굴하중에 비해 전반적으로 커짐을 알 수 있었고, 적층 고무베어링의 경우 형상비가 5보다 크면 좌굴하중이 이론식에 비해 작아지고 있음을 알 수 있었다. 본 수치 해석의 결과와 이론식과의 차이에 대해서는 향후 보다 정밀한 검증이 필요하다고 판단된다.

참고문헌

1. Priestley, M. J. N., and Seible, F.(1996), "Seismic Design and Retrofit of Bridge.", John Willy & Sons, Inc., New York.
2. 구경희, 이재한, 유 봉(1997), "면진용 적층 고무베어링의 기계적 역학 특성", 한국 지진공학회 논문집, 제 1권, 제 2호, pp79-89
3. Haringx, J. A.(1949), "On Highly Compressible Helical Springs and Rubber Rods, And Their Application For Vibration-Free Mountings II.", *Philips Res. Report 4*, pp.49-80.
4. Gent, A. N., and Lindley, P. B.(1959), "The Compression of Bonded Rubber Blocks.", *Proc. Instr. Mech. Engrs*, Vol. 173, No 3., pp111-117.
5. Gent, A. N.(1964), Elastic Stability of Rubber Compression Springs.", *Journal of Mechanical Engineering Sciences*, Vol.6, No. 4, pp318-326.
6. Gent, A. N., and Meinecke, E. A.(1970), "Compression, Bending, and Shear of Bonded Rubber Blocks", *Polymer Engineering and Science*, Vol. 10, No. 1, pp48-53.
7. Chalhoub, M. S., and Kelly, J. M.(1989), "Analysis of infinite-Strip-Shaped Base Isolator with Elastomer Bulk Compression.", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 117, No. 8, pp1792-1805.
8. Kelly, J. M.(1997), "Earthquake-Resistant Design with Rubber.", 2nd Ed., Springer-Verlag, London, England.
9. Buckle, I. G., and Liu, He.(1992), "Finite Element Analysis of Elastomeric Isolation Bearings for different Connection Details.", *Proceedings from the First U.S.-Japan Workshop on Earthquake Protective Systems for Bridges*, Technical Report NCEER-92-0004, pp151-167
10. "LUSAS User's Guide."(1997), FEA Ltd., London, England.
11. Imbimbo, M., and Kelly, J. M.(1998), "Influence of Material Stiffening on Stability of Elastomeric Bearings at Large Displacements.", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 124, No. 9, pp1045-1049.