

조건적인 퍼지 클러스터 필터를 이용한 칼라 영상의 향상

박동원, 엄 경배

군산대학교 컴퓨터학과

Color Image Enhancement Using Conditional Fuzzy Cluster Filter

Dongwon Park, Kyoungbae Eum

Dept. of Computer Science, Kunsan University

요약

칼라 영상은 단색조의 영상에 비해 인간의 시각을 크게 향상 시킨다. 따라서 칼라 영상 처리에 관한 연구는 매우 중요하다. 칼라 영상은 센서 잡음이나 채널 전송 에러에 의해 생기는 잡음에 의해 자주 오염되어진다. 이러한 칼라 잡음을 제거하기 위해 여러 형태의 필터들이 개발되어왔는데 혼합된 잡음에서 벡터 α -trimmed 평균 필터는 우수한 성능을 보였다. 그러나, 벡터 α -trimmed 평균 필터는 필터링 과정이 영상의 전 영역에 걸쳐 균일하게 적용되어지기 때문에 윤곽선 이동이 일어나 blurring 현상이 심하게 나타나는 문제점이 있다. 이러한 문제점을 개선하기 위해 본 논문에서는 윤곽선 영역과 smooth 영역을 구분한 뒤 각 영역에 적합한 선택적인 필터링을 하는 조건적인 퍼지 클러스터 필터를 제안하였고 제안된 조건적인 퍼지 클러스터 필터는 기존의 벡터 α -trimmed 평균 필터에 비해 혼합된 잡음에서 우수한 성능을 보였다.

1. 서론

칼라 영상은 단색조 영상에 비해 인간의 시각을 크게 향상 시키므로, 장면에 있어서 물체에 관한 많은 정보를 제공할 수 있다. 따라서, 칼라 영상은 그래픽 예술, 모션 사진, 멀티미디어, 통신, 컴퓨터 비전 등에서 자주 이용된다. 그러나, 칼라 영상처리 분야는 칼라의 복잡한 속성 및 계산량때문에 단색조 영상에 비해 많은 연구가 이루어지지 않고 있으나, 프로세서의 속도가 개선되고 칼라관련 기기의 가격이 떨어짐으로 인하여 최근에는 이에 대한 연구가 활성화되고 있는중이다. 그러나, 현재까지 국내에서는 칼라 영상처리에 관한 연구가 극히 미미한 실정이다. 하나, 전술한바와 같이 칼라가 갖는 여러 가지 장점 때문에 이에 대한 연구 및 응용범위가 확대될 것으로 예상된다. 근래에는 단색조 영상에서의 영상처리 방법을 칼라 영상으로 단순히 확장하기도 하였다. 그러나, 이와같이 칼라 각 채널간에 독립적으로 처리하는 방법은 칼라 변이(color shift)나 인위적인 대조(artificial contrast)등과 같은 문제점을 발생한다. 이러한 문제점들은 칼라 채널사이의 상관 관계를 고려하지 않은 독립적인 처리방법에 기인한다. 따라서, 칼라 영상처리를 위한 새로운 처리 방법의 개발의 필요성이 요구되고 있다.

* 본 연구는 한국 과학재단(과제번호: 971-0916-098-1)의 지원을 받아 연구됨

칼라 영상은 센서 잡음이나 채널 전송 에러에 의해 생기는 잡음에 의해 자주 오염되어진다. 이러한 칼라 잡음을 제거하기 위해 여러 형태의 필터들이 개발되어왔는데 특히, 가우시안 잡음과 임펄스 잡음이 혼합된 칼라 잡음하에서는 벡터 α -trimmed 평균 필터($V \alpha TM$)가 우수한 성능을 보여왔다.[1] 그러나, 벡터 α -trimmed 평균 필터와 같은 기존 필터의 문제점은 필터링 과정이 영상의 전 영역에 걸쳐 균일하게 적용되어지기 때문에 윤곽선(edge)을 변형시켜 blurring 현상이 심하게 나타나는 문제점이 있고, 중앙에 위치한 화소나 잡음일 가능성이 있는 외곽에 위치한 화소 모두 균일한 가중치로 필터링을 한다. 따라서, 본 논문에서는 이와같은 문제점을 해결하기 위해 칼라 윤곽선 검출기(color edge detector)를 이용하여 윤곽선 영역과 smooth 영역을 구분한 뒤 각 영역에 적합한 선택적인 필터링을 하는 조건적인 퍼지 클러스터 필터(Conditional Fuzzy Cluster Filter : CFCF)를 칼라 영상에 적용하였고, 잡음에 오염된 환경하에서 강건한 소속함수 값을 얻을 수 있는 가능성적 c-mean 클러스터링(Possibilistic C-means Clustering) 방법에 의해 중앙에 위치한 화소에는 좀더 가중치를 부여하고 잡음일 가능성이 있는 외곽 화소에는 가중치를 작게 부여하여 가중된 평균 필터링을 수행함으로써 잡음에 강인한 필터 특성을 얻을 수 있었다. 본 논문에서는 칼라 잡음이 발생한 영상에서 제안된 필터의 성능을 평가하기 위해 칼라 잡음 발생기를 구현하였으며, 실험 결과는 객관적인 평가자로는 인간의 시지각 특성과 유사성이 높은 균등색 공간(Uniform Scale Space)인 CIE LUV 색좌표계에서 NCD(Normalized Color Difference) 척도를 이

용하여 색오차를 비교 하였고, 주관적인 평가자로는 관측자의 시각에 의한 평가를 하였다. 실험 결과 제안된 조건적인 퍼지 클러스터 필터는 기존의 벡터 α -trimmed 평균 필터에 비해 혼합된 잡음에서 우수한 성능을 보였다.

2. 칼라 잡음 발생기

잡음이 발생한 영상에서 제안된 필터의 성능을 평가하기 위해 본 논문에서는 칼라 잡음 발생기를 구성하였다. 본 논문에서 구성한 칼라 잡음 발생기는 잡음의 확률 분포에 관한 일반적인 개념만을 고려한 것으로서, 모두 부가적인 잡음(additive noise)이다. 잡음을 생성하기 위한 과정은 아래 그림 1과 같다.

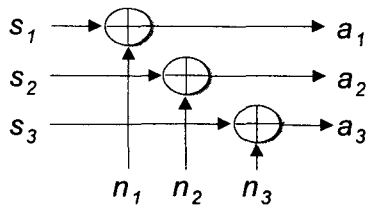


그림 1. 잡음 생성 과정의 블록 다이어그램

위 그림 1에서 $s=[s_1, s_2, s_3]$ 은 원 영상을, $n=[n_1, n_2, n_3]$ 은 잡음을, $a=[a_1, a_2, a_3]$ 는 잡음이 부가된 영상을 가리킨다. 따라서, 잡음을 생성하려면 R, G, B 세개의 채널의 3차원 랜덤 프로세스(random process) n 를 생성시키면 된다. 임펄스 잡음의 경우 각 채널에서 s_{min} 은 0, s_{max} 는 255를 이용하였다. 여기서, 각 채널별 독립적인 관계를 갖는 임펄스 잡음의 경우, 각 채널별로 그레이 영상에서 임펄스 잡음을 생성시키는 방법과 유사한 방법을 이용하였고, 동일한 확률을 가진 음과 양의 임펄스 잡음을 생성하였다.

실제 칼라 영상에서 잡음은 채널사이에 상관관계를 갖고 있으므로, 본 논문에서는 상관 관계를 가진 임펄스 잡음 모델을 구성하기 위해 R, G, B 세 채널간에 선형 변환을 이용한 상관관계가 있는 잡음을 발생시켜 잡음 영상 모델을 구성하였다. 세 개의 채널이 대칭이라는 가정을 이용하여 선형 변환 A 를 이용한 상관 관계가 있는 잡음을 생성하였다.

$$A \begin{bmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{bmatrix} \quad (1)$$

대칭은 채널 상호간에 상관 관계가 모두 같다는 것이고, 세 채널간의 분산도 동일하다면 $a^2 + 2b^2 = 1$ 이며

$$\Sigma_s = \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho \\ \rho & 1 & \rho \\ \rho & \rho & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

이고, 여기서 $\rho = b^2 + 2b\sqrt{1-2b^2}$ 이다. b 의 적절한 선택에 의하여 행렬 A 를 구성함으로써 임의의 상관 관계 상수에 의해 잡음 분포를 구성할 수 있다.

3. 벡터 α -trimmed 평균 필터와 칼라 윤곽선 검출기

3.1 벡터 α -trimmed 평균 필터

칼라 데이터는 3차원 벡터로 생각할 수 있다. 이러한 벡터 데이터를 정렬하는 방법에는 칼라 데이터의 각 채널별로 독립적으로 정렬하는 marginal 정렬, 다변수(multivariate) 관측이 거리 행렬(distance matrix)에 의해 얻어진 스칼라 값에 의해 정렬되는 aggregate 정렬, 표본 데이터들의 최소 콘벡스 헐(convex hull)을 구하여 표본 데이터를 각 그룹으로 나누는 partial 정렬, 표본 데이터들의 한 채널에 대해서만 조건적으로 정렬하는 conditional 정렬 등 여러가지 정렬 방법들이 있다.[2] 그러나, marginal 정렬은 정렬한 후의 데이터가 원래의 데이터와 일대일로 일치하지 않는 문제점이 있고, partial 정렬은 각 그룹들 안에서는 정렬이 이루어지지 않고, 콘벡스 헐을 결정하는것도 다차원 데이터의 경우에는 쉽게 구할 수 없는 문제점을 가지고 있다. 또한, conditional 정렬에서는 정렬 방법이 간결한 반면에 정렬하는데 있어서 한 채널의 정보만을 이용하기 때문에 많은 유용한 정보를 손실하는 문제점을 가지고 있다. 이에 반하여, aggregate 정렬 방법은 거리 행렬에 의해 가장 작은 스칼라 값을 갖는 경우인 표본 데이터들의 가장 중심에 있는 데이터로부터 외곽에 있는 데이터까지 효율적으로 정렬할 수 있다. 따라서, 본 논문에서는 칼라 데이터를 정렬하는 방법으로 aggregate 방법을 이용하였다.

미디안은 윤곽선을 보존하거나, 임펄스 잡음을 제거하는 데는 우수하지만, 영상처리에서 자주 접하게 되는 부가적인 백색 가우시안 잡음을 제거하는 데는 평균 필터나 다른 선형 필터들 보다 우수하지 못하다. 따라서, 미디안 필터와 평균 필터의 좋은 절충 형태가 α -trimmed 평균 필터이다. α -trimmed 평균 필터는 정규 분포에 대해 최적의 강건한 추정기이다.[3] 그리고, 강건한 추정기로서 breakdown point 는 $\epsilon^* = \alpha$ 로 알려져 있다. 그레이 영상에서 α -trimmed 평균 필터는 윈도우내의 화소들을 정렬한 뒤, 상부 $\alpha\%$ 와 하부 $\alpha\%$ 를 배제한 후 남아 있는 화소들의 평균값을 필터의 출력으로 하여 미디안 필터와 평균 필터의 절충 형태를 얻을 수 있다.

벡터 데이터의 경우, 전술한 aggregate 정렬 방법을 이용하여 윈도우내의 화소들을 정렬한 뒤, 다차원 벡터 영상의 α -trimmed 평균 필터를 다음 식과 같이 정의할 수 있다.

$$y = \sum_{k=1}^{n(1-2\alpha)} a_k^T x^{(k)} \quad (3)$$

여기서, n 은 윈도우내의 화소의 개수이다.

$$a_k^T = \left[\frac{1}{n(1-2\alpha)}, \dots, \frac{1}{n(1-2\alpha)} \right]^T$$

위 식에서 정의되어진 바와 같이 외곽 화소의 $2\alpha\%$ 를 배제한 뒤, 윈도우내의 화소 중 $(1-2\alpha)\%$ 의 평균을 취한다. 이 필터에서 trimming연산은 임펄스 잡음과 같은 long tailed 잡음에 대해 좋은 성능을 유지하게 하며, 윤곽선을 보존하게 하고, 평균 연산은 가우시안 잡음과 같은 short tailed 잡음을 제거하는데 좋은 성능을 유지하게 한다.

3.2 칼라 윤곽선 검출기

$X^{(i)}$ 은 aggregate 정렬 방법에 의해 정렬된 윈도우 W내의 i 번째로 정렬된 벡터이다. 결과적으로 $X^{(i)}$ 은 윈도우내의 벡터 미디안 값이고, $X^{(n)}$ 은 윈도우내에서 가장 외곽에 위치해있는 벡터이다. 벡터 순서 통계에 근거하여 간단한 칼라 윤곽선 검출기는 다음식과 같이 구현되어질 수 있을 것이다.[5]

$$VR = \| X^{(n)} - X^{(1)} \| \quad (4)$$

윗식에서 VR은 윈도우 W에서 벡터 미디안으로부터 가장 외곽요소의 편차(deviation)를 나타낸다. 결과적으로 칼라가 비슷한 평탄한 영역에서는 모든 벡터들은 서로 비슷하므로 VR의 출력은 작게 될 것이다. 그러나, 윤곽선에서의 VR의 출력은 크게 될 것이다. 그러나, VR의 출력은 임펄스 형태의 잡음에 대해 매우 민감하다. 그이유는, 윈도우 W내에서 정렬된 벡터중 가장 외곽요소는 임펄스 형태의 잡음일 가능성이 높기 때문이다. 이와같은 문제는 잡음이 있는데서 강건한 추정기인 분산척도(dispersion measure)에 의해서 해결될 수 있다. 칼라 윤곽선 검출기는 long-tailed(impulsive or double exponential) 잡음에 강건해야한다. 임펄스 형태의 잡음은 정렬된 벡터중 외곽요소들일것이므로 윤곽선 검출기는 VR과 같이 단일 차이에 의해 윤곽선을 검출하는 대신에 다음식과 같이 차이의 k 개의 집합을 취해 최소값을 취함으로써 임펄스 형태의 잡음에 강건한 윤곽선 검출기를 구현할 수 있을 것이다.

$$\min_j (\| X^{(n-j+1)} - X^{(1)} \|), j=1, 2, \dots, k, k < n \quad (5)$$

윗식에서 min연산자의 효과는 $k-1$ 개까지의 임펄스에 강건한 윤곽선 검출기를 구현할 수 있다. 이러한 min연산자는 임펄스 잡음에 강건한 윤곽선 검출기를 구현하기 위해 [5]에서 이미 사용되어 졌었다. 윗식에서 k 의 선택은 윈도우의 크기에 의존한다. short tailed 잡음에서 강건함을 얻기 위해 윤곽선 검출기의 한쪽요소로써 벡터 미디안 $X^{(1)}$ 보다 벡터 a -trimmed 평균인 $\sum_{i=1}^k (X^{(i)} / l)$ 을 추정하는 것이

바람직하다. 그것은 벡터 a -trimmed 평균이 short tailed 잡음하에서 강건한 추정기이기 때문이다. 따라서 혼합된 잡음하에서 다음과 같은 윤곽선 검출기를 구현할 수 있을 것이다.

$$\min_j \left(\| X^{(n-j+1)} - \sum_{i=1}^k \frac{X^{(i)}}{l} \| \right) \quad (6)$$

4. 제안된 조건적인 퍼지 클러스터 필터

앞에서 언급한바와 같이 벡터 a -trimmed 평균 필터와 같은 기존의 필터는 필터링이 전영상에 걸쳐 동일하게 적용되어지기 때문에 윤곽선이 왜곡되어 blurring 현상이 심하게 나타나게된다. 따라서, 본 연구에서는 이와같은 문제점을 개선하기 위해 칼라 윤곽선 검출기를 이용하여 윤곽선 영역과 smooth 영역을 구분한 뒤 각 영역에 적합한 선택적인 필터링을 하는 조건적인 퍼지 클러스터 필터링을 칼라 영상에 적용하였고, 잡음에 오염된 환경하에서 강건한 소속함수 값을 얻을 수 있는 가능적 c-mean 클러스터링 방법에 의해 중앙에 위치한 화소에는 좀 더 가중치를 부여하여 가중된 평균 필터링을 수행함으로써 우수한 필터 특성을 얻을수 있었다. 조건적인 필터링을 위한 알고리즘은 다음과 같다.

If the pixel p is a color edge Then

Fuzzy Cluster Filtering by pixels within variance

Else

Fuzzy Cluster Filtering by all pixels of window

윗 알고리즘에서 p는 윈도우내의 중심 화소값이다. 윗 알고리즘에서 먼저 앞절에서 언급된 칼라 윤곽선 검출기를 이용하여 윈도우내의 중심 화소가 윤곽선 영역에 속하는지 smooth영역에 속하는지를 판별한 뒤 smooth 영역에 속할 경우는 윈도우내의 모든 화소를 이용하여 퍼지 클러스터 필터링을 하고 윤곽선 영역에 속할 경우는 윈도우내의 화소들의 분산(variance)밖에 있는 외곽 화소를 배제한 뒤 퍼지 클러스터 필터링을 한다.이것은 앞에서 설명한바와 같이 벡터 a -trimmed 평균 필터는 필터링이 전영상에 걸쳐 동일하게 적용되어지기 때문에 윤곽선이 왜곡되어 blurring 현상이 심하게 나타나게된다. 이와같은 문제점을 개선하기 위해 윤곽선 영역에서는 벡터 미디안에 근접하게 그리고 smooth 영역에서는 평균 필터에 근접하게 적용적으로 필터링 범위를 결정함으로써 우수한 필터 특성을 얻을수 있다.

비선형 필터링의 목적은 잡음을 제거하거나, 윤곽선과 같은 비선형 특성을 보존하기위한 것이다. 본 논문에서는 신호의 비선형 필터링을 위해 가능적 c-mean 클러스터링 방법을 이용하였는데, 이것은 가능적 c-mean 클러스터링 방법의 경우 소속함수 값이 다른 클러스터와 관계가 없고 속성과 그 클러스터 중심간의 거리에만 의존하기 때문에 퍼지 c-mean 클러스터링 방법에 비해 잡음이 있는 환경에서 강건한 소속함수 값을 얻을 수 있기 때문이다.[4] 가능적

c-mean 방법에서 클러스터 중심의 계산은 분산을 최소화하는 퍼지 클러스터링 방법에 의해 얻어지고, 윈도우내의 각 화소를 위한 소속함수 값은 클러스터 중심으로부터 각 화소간의 거리에 의해 얻어진다. 출력은 소속함수에 의해 가중치된 윈도우내의 화소들의 평균값에 의해 추정되어진다. 필터링 과정은 첫 번째 과정에서는 초기 클러스터 중심값으로 윈도우내의 벡터 미디안 값을 이용하여 잡음에 강건한 가중화 된 분산값을 얻었고, 두 번째 과정에서는 현재 윈도우가 칼라 윤곽선 영역일 경우는 분산이내에 속하는 화소들은 식 (8)에 의해 소속함수 값을 얻었고, 분산밖에 위치한 화소들의 소속 함수 값은 0으로 하여 출력값을 계산하는데 배제 하였고, 현재 윈도우가 smooth 영역에 속할 경우는 윈도우내의 모든 화소들은 식(9)에 의해 소속함수값을 구하였다. 세 번째 과정에서는 클러스터 중심값과 소속함수 값이 수렴할때까지 이와 같은 과정을 반복하여 수렴된 클러스터 중심값이 출력값으로 대체된다. 식(9) 또는 (10)에서 $d^2(\mathbf{x}_k, \mathbf{a})$ 은 클러스터 중심과 표본화소와의 거리이고, η 는 클러스터의 분포 상태를 결정하는 정규화 요소이다. 식(10)은 η 의 계산을 위한 것이고, 식 (11)은 클러스터 중심을 계산하기 위한 식이다.

$$\text{1st step) } \eta = \frac{\sum_{k=1}^n w_{ok} \cdot d^2(\mathbf{x}_k, \mathbf{a})}{\sum_{k=1}^n w_{ok}} \quad (7)$$

2nd step)

1) color edge region :

$$\begin{aligned} & \text{if } d^2(\mathbf{x}_k, \mathbf{a}) > \eta \text{ then } \mu(\mathbf{x}_k) = 0 \\ & \text{else } \mu(\mathbf{x}_k) = \frac{1}{1 + \left(\frac{d^2(\mathbf{x}_k, \mathbf{a})}{\eta}\right)^{\frac{1}{m-1}}} \end{aligned} \quad (8)$$

2) smooth region :

$$\mu(\mathbf{x}_k) = \frac{1}{1 + \left(\frac{d^2(\mathbf{x}_k, \mathbf{a})}{\eta}\right)^{\frac{1}{m-1}}} \quad (9)$$

$$\text{3rd step) } \eta = K \frac{\sum_{k=1}^n (\mu_k)^m \cdot d^2(\mathbf{x}_k, \mathbf{a})}{\sum_{k=1}^n (\mu_k)^m} \quad (10)$$

$$\text{4th step) } \mathbf{a} = \frac{\sum_{k=1}^n (\mu_k)^m \cdot \mathbf{x}_k}{\sum_{k=1}^n (\mu_k)^m} \quad (11)$$

5. 실험 및 결과

본 논문에서는 제안된 필터의 성능을 평가하기 위해 칼라 잡음 발생기를 구성하였고, 256*240 크기의 칼라 영상 Lenna와 Peppers를 가지고 실험을 행하였다. 결과에 대한 객관적인 평가 척도로는 인간의 시지각 특성과 유사성이 높은 균등색 공간(Uniform Scale Space)인 CIE LUV 색좌표계에서 NCD(Normalized Color Difference) 척도를 이용하

여 색오차를 비교 하였고, 주관적인 평가자로는 관측자의 시각에 의해 평가되었다. NCD 척도는 다음 식과 같다.

$$NCD = \frac{\sum_{i=0}^{255} \sum_{j=0}^{240} \|\Delta E_{Luv}\|}{\sum_{i=0}^{255} \sum_{j=0}^{240} \|E_{Luv}\|} \quad (12)$$

$$\text{, where } E_{Luv} = [(L)^2 + (u)^2 + (v)^2]^{(1/2)}$$

표 1은 각 영상의 색오차 결과이고 표 1의 실험 결과를 살펴보면 임펄스 잡음 4%와 가우시안 잡음 $\sigma=10$ 이 혼합된 잡음에서 제안된 조건적인 퍼지 클러스터 필터는 혼합된 잡음에서 우수한 성능을 보이는 벡터 α -trimmed 평균 필터 및 벡터 미디안, 평균필터보다 NCD관점에서 우수한 성능을 보였고, 주관적인 평가 척도인 사람의 시각에 의해 평가했을 때도 그림 2에서와 같이 제안된 조건적인 퍼지 클러스터 필터는 벡터 α -trimmed 평균 필터보다 윤곽선 부근에서 blurring이 심하지 않고 양호함을 알수 있고, smooth영역에서도 전반적으로 결과가 벡터 α -trimmed 평균 필터보다 양호함을 알수 있다.

표 1. 혼합된 잡음(impulsive 4% + Gaussian $\sigma=10$) 하에서 각 필터들의 NCD값($\times 10^{-2}$)

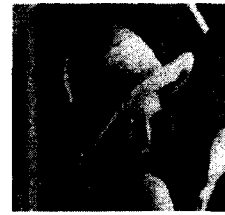
Experimental Images	VMF	AMF	V α TM	제안된 CFCF
Lenna	12.7479	9.1756	8.2674	7.5288
Peppers	15.5864	11.1314	10.4019	9.5015



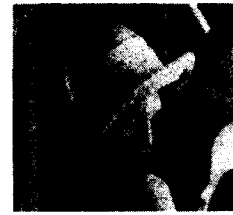
(a) Lenna 원 영상



(b) impulsive 4% + Gaussian $\sigma=10$ 잡음하에서의 Lenna 영상



(c) 벡터 미디안의 결과



(d) 평균 필터의 결과



(e) $V \alpha TM$ 의 결과 (f) 제안된 CFCF의 결과

그림 2. 제안된 CFCF 필터의 결과

6. 결 론

본 논문에서는 칼라 잡음 제거를 위한 조건적인 퍼지 클러스터 필터를 제안하였고, 이를 기존의 필터들과 성능을 비교 평가하여 보았고, 이들의 성능을 평가하기 위해 칼라 잡음 발생기를 구성하였다. 제안된 조건적인 퍼지 클러스터 필터는 혼합된 잡음에서 우수한 성능을 보이는 벡터 α -trimmed 평균 필터보다 NCD관점에서 우수한 성능을 보였고, 사람의 시각에 의해 평가했을 때 역시 제안된 조건적인 퍼지 클러스터 필터는 벡터 α -trimmed 평균 필터보다 윤곽선 부근에서 blurring이 심하지 않고 양호함을 알 수 있고, smooth영역에서도 전반적으로 결과가 벡터 α -trimmed 평균 필터보다 양호함을 알 수 있다. 본 논문에서 개발되어진 필터들은 멀티 미디어 통신 분야에서의 화질 개선, 의료 영상에서의 화질개선 및 필름에서의 잡음제거등 여러분야에 이용될수 있으리라 기대된다.

7. 참고문헌

- [1] I. Pitas and A. Venetsanopoulos, *Nonlinear Digital Filters: Principles and Applications*, Boston, MA:Kluwer, 1990.
- [2] V. Barnett, "The Ordering of Multivariate Data", *J. R. Statistical Society A*, vol. 139, Part 3, pp. 318-343, 1976
- [3] S. Sanwalka and A. Venetsanopoulos, "Vector order statistics filtering of color images," in *13th GRETSI Symp. on Signal and Image Processing*, pp. 785-788, 1991.
- [4] R. Krishnapuram and J. M. Keller, "A possibilistic approach to clustering," *IEEE Trans. on Fuzzy systems*, vol. 1, no. 2, pp. 98-110, 1993.

- [5] P. E. Trahanias and A.N. Venetsanopoulos, "Color edge detection using vector order statistics," *IEEE Trans. Image Processing*, vol.2, pp. 259-264, 1993..