'98 춘계학술발표회 논문집
한국원자력학회

계면면적 밀도에 대한 이론적 모델링 연구현황

어동진*, 이은철
서울대학교

이원재
한국원자력연구소

요 약

계면면적 밀도는 two-fluid 모델에서 각 상 간의 상호작용에 영향을 주는 중요한 인자로서 이상유동 현상의 해석을 위하여는 이의 적절한 모델링이 필요하다. 계면면적 밀도의 모델링은 크게 상관식에 의존하는 방법론과 수송 방정식을 사용한 이론적인 접근방식으로 개발되어왔다. 후자는 시간적, 공간적으로 변하고 있는 동적 유동조건에 대하여 계면면적 밀도를 효과적으로 예측할 수 있는 방법론으로서 flow regime의 의존성을 줄이거나 없앨 수 있는 장점을 가진다. 계면면적 수송 방정식은 유체입자의 수밀도에 대한 수송 방정식의 통계적인 모델로부터 유도되며 입자들의 상호작용 및 상변화와 관련된 생성항을 포함하고 있다. 본 연구에서는 계면면적 밀도 수송 방정식 및 그 구성 모델들에 대한 연구현황을 정리하였다.

1. 서론

two-fluid 모델은 각 상에 대한 보존 방정식을 분리하여 고려하며 완전한 방정식 계를 위한 구성 방정식을 필요로 한다. 계면면적 밀도는 구성 방정식의 계면을 통한 상호 교환항을 결정하는 인자로서 two-fluid 모델의 정확성 확보를 위해 매우 중요하다. 계면면적 밀도의 모델링 기법은 크게 상관식에 의존하는 방법론과 수송 방정식을 사용한 이론적인 접근방식으로 분류할 수 있다. RELAP5, TRAC-PF1, COBRA-TF 등 대부분의 이상유동 해석을 위한 전산코드에는 유동영역별로 상관식 형태의 계면면적을 적용하고 있다. 그러나 계면면적 밀도에 대한 상관식은 각 유동영역에서 정상상태 및 공간적으로 완전 발전된(fully developed) 유동조건에서 도출되었으므로, 시간적, 공간적인 동적 유동상태에 대하여는 모델링의 제한성을 내재하고 있다. 이러한 한계를 극복하기 위하여 Ishii, Lahey, Kalkach등을 중심으로 입자들의 수밀도 및 계면면적에 대한 수송 방정식으로부터 계면면적 밀도를 이론적으로 예측하고자 하는 연구가 이루어졌다. 현재까지의 연구방향은 접근방식에 따라 다음과 같이 두 가지로 구분할 수 있다. 첫 번째 방식은 수밀도 수송 방정식을 이용하여 입자들의 수밀도를 예측하고, 간단한 대수방정식을 이용하여 계면면적을 계산하는 방법론이고, 두 번째 방법론은 수밀도 수송 방정식을 계면면적 밀도 수송 방정식으로 변환하여 직접적으로 계면면적 밀도를 예측하는 방식이다. 두 방식 모두 입자 크기의 분포함수를 기본 골격으로 하여 수송 방정식을 구축하며, 기포 집합체의 거동이 중요해지는 높은 기포율을 가지는 유동에서는 기포군을 두 개나 그 이상으로 구분하여 분석하는 다군 모델을 제시하고 있다. 이러한 수송 방정식에는 입자들간의 상호작용과 상변화 등 생성항을 위한 구성 모델을 요구하며 이들의 적절한 모델링은 계면면적 밀도의 예측에 매우 중요하다.

2. 일군 모델

2.1 수밀도 수송 방정식

제어체적 내부에서 입자의 상호작용 및 상변화를 고려하여 아래와 같이 특정한 크기, v를 가지는 유체입자 분포함수, $f(v,\vec{x},t)$에 대한 수송 방정식을 세울 수 있다.(Koca. et al., 1995)

$$\frac{\partial f(v,\vec{x},t)}{\partial t}+\nabla\cdot(f(v,\vec{x},t)\,\vec{u}_p)=s_B(v,\vec{x},t)+s_C(v,\vec{x},t)+s_{ph}(v,\vec{x},t)+s_{wn}(v,\vec{x},t) \tag{1}$$

여기서 s_B, s_C는 입자들의 breakup과 coalescence에 의한 크기분포 함수의 변화량을 의미하고 s_{ph}는 상변화에 따른 입자 크기분포의 변화, 즉, 입자의 팽창 및 수축, 연속상 내부에서의 핵 비등 및 응축현상과 관계한다. s_{wn}은 벽면에서의 핵비등에 의한 항으로서 비등 계통에서는 입자의 수 밀도에 가장 큰 영향을 주는 항으로 고려되어진다. 이 식을 전체 입자의 크기에 대해 적분하면 입자들의 수밀도 수송 방정식을 얻는다.

$$\frac{\partial N(\vec{x},t)}{\partial t}+\nabla\cdot(N(\vec{x},t)\,\vec{u}_{pm})=S_B(\vec{x},t)+S_C(\vec{x},t)+S_{ph}(\vec{x},t)+S_{wn}(\vec{x},t) \tag{2}$$

여기서 평균 입자의 속도는 입자의 수밀도에 가중치를 취하여 얻으며, N, S는 다음과 같이 정의되는 변수이다. 즉,

$$\vec{u}_{pm}(\vec{x},t) \equiv \int_{v_{min}}^{v_{max}} f(\vec{x},v,t)\,\vec{u}_p(\vec{x},v,t)dv \;/\; \int_{v_{min}}^{v_{max}} f(\vec{x},v,t)dv \tag{3}$$

$$N(\vec{x},t) \equiv \int_{v_{min}}^{v_{max}} f(\vec{x},v,t)dv, \quad S(\vec{x},t) \equiv \int_{v_{min}}^{v_{max}} s(\vec{x},v,t)dv \tag{4}$$

구형의 입자를 가정하면 다음과 같은 대수 관계식이 성립하며 이 식과 수밀도 관계식을 이용하여 계면면적 밀도를 예측할 수 있다.

$$a_i = (36\pi)^{1/3} N^{1/3} \alpha^{2/3} \tag{5}$$

bubbly 유동이나 droplet 유동과 같은 확산유동에 대해서는 수밀도 수송 방정식이 계면면적 수송 방정식에 비해 생성항의 모델링이 단순하여 효과적으로 계면면적을 예측할 수 있는 반면 일반적인 flow regime에 적용할 수 있는 개념이 아니므로 그 적용성에 제한이 따른다.

2.2 계면면적 수송 방정식

입자크기 분포함수에 대한 보존 방정식에 입자의 면적을 곱하여 전체 입자의 크기에 대해 적분하면 계면면적 수송 방정식의 일반적인 형태를 얻을 수 있다. 여기에 유로의 단면적에 대한 평균을 취하면 다음과 같은 일차원 계면면적 수송 방정식을 얻을 수 있다.(Koca. et al., 1995)

$$\frac{\partial \langle a_i \rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(\langle a_i \rangle u_{iz}) = \langle \phi_B \rangle + \langle \phi_C \rangle + \langle \phi_{ph} \rangle + \langle \phi_{wn} \rangle \tag{6}$$

여기서 계면의 속도는 계면면적에 대해 가중치를 취한 평균 속도이다. 이러한 형태의 방정식은 일차원 two-fluid 모델에 적용하기 유용한 형태로서 경계조건과 유동의 동적 영향을 효과적으로 모델할 수 있다. 또한 생성항을 위한 모델들을 실험을 통하여 계측 가능한 인자들의 함수로 표현할 수 있는 장점을 가진다. 비등 유동조건에서는 벽면에서의 핵비등이 가장 중요한 인자이며 핵비등 지점(nucleation site)의 수밀도, N_a와 기포 이탈 크기, d_d,기포 이탈 빈도수, f_d의 함수로 표현할 수 있다.

$$\langle \phi_{wn} \rangle = N_a f_d \pi d_d^2 (\xi_h / A_c) \tag{7}$$

2.3 구성 모델

2.3.1 Breakup 모델

난류 유동에서 기포의 breakup은 주로 기포와 비슷한 크기를 가지는 eddy와 기포의 충돌에 의하여 발생함을 가정한다. Koca. et al.(1995)은 다음과 같은 개념적 모델을 제시하였다.

$$s_B(\vec{x},v,t) = \int_v^{v_{max}} \beta(v',v)n(v')g(v')f(\vec{x},v',t)dv' \; - g(v)f(\vec{x},v,t) \tag{8}$$

여기서 g는 입자의 충돌율을 의미하고, n ,β는 각각 breakup후 입자의 수 와 크기분포 함수를 의미한다. Prince et al.(1990)은 Azbel et al.(1983)이 제시한 eddy의 크기분포를 사용하였고, 충돌한 기포 중 breakup 반응이 일어나는 분율을 지수함수의 형태로 정의하여 모델에 적용하였다.

$$S_B = \sum_i \sum_e n_i n_e A_{ie} (\bar{u}_{ti}^2 + \bar{u}_{te}^2)^{1/2} \exp\{-(u_{ci}^2/u_{te}^2)\} \tag{9}$$

여기서 u_t는 입자의 난류 속도를, n_i, n_e는 특정 크기를 가지는 입자의 수밀도를 의미하며, A_{ie}는 기포와 eddy의 충돌 단면적이다. 입자들의 난류 속도를 위하여 등방향성 turbulence를 가정하였고, 기포의 breakup에 영향을 주는 eddy 크기의 최대값은 Bhavaraju et al.(1978) 모델을, 최소값은 기포 크기의 20%를 가정하였다. 우변에 존재하는 임계 속도, u_{ci}는 Hinz의 임계 We수 모델을 이용하여 얻었다. Wu et al.(1997)는 임계 We수를 넘는 기포의 크기에 대하여 계면면적 밀도의 변화 모델을 개발하였다. 이 모델은 실험을 통해 계측 용이한 변수들에 대한 함수로 표현되었다는 장점을 가진다.

$$\langle \phi_B \rangle = 0.010\, u_t \left(\frac{\langle a_i \rangle^2}{\langle \alpha \rangle} \right) \exp\left(-\frac{We_{crit}}{We} \right) \left(1 - \frac{We_{crit}}{We} \right)^{1/2} \tag{10}$$

2.3.2 Coalescence 모델

기포들의 coalescence 반응은 둘, 혹은 그 이상의 기포가 접촉하여 하나의 기포로 합쳐지는 현상으로서 이상 유동에서 계면면적의 손실을 가져오는 요인이다. coalescence 반응은 다음과 같이 현상학적으로 설명할 수 있다. 난류 유동에서 입자들이 충돌하면 접촉면이 평평해 지면서 얇은 막이 생성되게 된다. 충분한 시간이 지나면서 액막의 두께가 줄어들어 임계값에 도달하면 막이 깨지면서 coalescence가 이루어진다. 많은 연구들을 종합하면 입자들이 충돌하는 요인을 다음과 같이 4가지로 구분할 수 있다. 연속상의 turbulence에 의한 요인, 다른 크기를 가지는 기포들의 속도 차이에 의한 요인, 큰 입자의 후방에 발생하는 연속상의 속도 분포에 따른 요인, 유동의 반경 방향 속도 분포에 따른 요인이 그것이다. 일반적으로 두 기포의 충돌에 대한 모델과 충돌한 기포가 coalescence되는 효율 모델이 필요하며 여기에 유동 속에서 안정하게 존재할 수 있는 최소의 입자 크기에 대한 모델을 첨가하여 coalescence 모델을 구성한다. Koca. et al.(1995)는 아래와 같은 개념적인 모델을 제시하였다.

$$s_C(\vec{x}, v, t) = \int_{v_{min}}^{v/2} \lambda(v-v', v') h(v-v', v') f(\vec{x}, v-v', t) f(\vec{x}, v', t) dv' - \int_{v_{min}}^{v_{max}-v} \lambda(v, v') h(v, v') f(\vec{x}, v', t) f(\vec{x}, v, t) dv' \tag{11}$$

여기서 h, λ는 각각 두 개의 입자가 충돌하는 빈도수와 coalescence 효율을 의미한다. 일반적으로 coalescence 효율은 아래와 같은 지수함수의 형태로 표현하여 적용한다.

$$\lambda_{ij} = \exp(-t_{ij}/\tau_{ij}) \tag{12}$$

여기서 t_{ij}와 τ_{ij}는 각각 기포들이 coalescence되는데 걸리는 시간과 두 기포가 붙어 있는 시간을 의미한다. Prince et al.(1990)은 두 기포가 충돌하는 요인으로서 turbulence, 부력, laminar shear를 고려하였고 각각에 의한 충돌율은 기포의 크기, 수밀도, 속도의 함수로 가정하여 아래와 같이 표현하였다.

$$\begin{aligned} \theta_{ij}^{T} &= n_i n_j A_{ij} (\bar{u}_{ti}^2 + \bar{u}_{tj}^2)^{1/2} \\ \theta_{ij}^{B} &= n_i n_j A_{ij} (u_{ri} - u_{rj}) \\ \theta_{ij}^{LS} &= n_i n_j (4/3)(r_{bi} + r_{bj})^3 (dU_l/dR) \end{aligned} \tag{13}$$

여기에 앞서 기술한 충돌 효율을 고려하여 아래와 같은 coalescence 반응율 모델을 개발하였다.

$$S_C = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j (\theta_{ij}^{T} + \theta_{ij}^{B} + \theta_{ij}^{LS}) \exp(-t_{ij}/\tau_{ij}) \tag{14}$$

Wu et al.(1997)은 아래와 같이 보다 실험적으로 계측 용이한 변수들을 이용하여 coalescence에 의한 계면면적의 변화 모델을 개발하였다. 이 모델은 기포들의 임의적 충돌과 wake의 기포 견인에 의한 반응을 고려하였다. 각각의 경우에 대해 유도된 모델은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \langle \phi_{B(T)} \rangle &= -0.006 u_t \langle a_i \rangle^2 \left[\frac{1}{\langle \alpha \rangle_{max}^{1/3} (\langle \alpha \rangle_{max}^{1/3} - \langle \alpha \rangle^{1/3})} \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{3(\langle \alpha \rangle_{max}^{1/3} \langle \alpha \rangle^{1/3})}{\langle \alpha \rangle_{max}^{1/3} - \langle \alpha \rangle^{1/3}} \right) \right] \\ \langle \phi_{B(we)} \rangle &= -0.016 u_r \langle a_i \rangle^2 \end{aligned} \tag{15}$$

여기서 최대 기포율, $\langle \alpha \rangle_{max}$은 확산 기포 유동에서 가능한 최대의 기포율로서 slug유동에서 annular mist 유동으로의 천이하는 순간에서의 기포율로 정의할 수 있다.

2.3.3 핵비등 모델

일차원 계면면적수송 방정식에서 벽면에서의 핵비등 모델을 위해서는 활성 핵비등지점 밀도, 기포 이탈 크기 및 빈도수에 대한 모델을 요구하고 있다.(식 (7)) 이들에 대한 다양한 연구가 진행되어 왔으며 이 중 주요한 모델들을 표 1-3에 제시하였다.

3. 다군 모델

기포 집합체는 기포들의 그룹으로서 내부의 기포들은 이들이 속해있는 그룹의 운동에 의존한다. 이러한 현상은 기포들의 상호작용 패턴 상에 변화를 야기하며 기포 집합체와 독립 기포들에 대한 보존 방정식을 구분하여 모델함으로써 기포들의 수밀도 및 계면면적 밀도 뿐 아니라 유동장의 천이를 이론적으로 예측할 수 있다.

3.1 수밀도 수송 방정식

Kalkach et al.(1994)는 독립기포로 존재할 수 있는 최대의 기포크기를 가정하여 이 값을 기준으로 전체 기포 체적 범위를 두 개의 그룹으로 나누어, 작은 쪽을 그룹 1, 큰 쪽을 그룹 2로 명명하였다. 이러한 방법론은 다군 중성자 수송 이론과 흡사하다. 전체 기포의 크기 분포 함수 및 기포의 속도 u는 Heaviside step 연산자, H(v)를 정의하여 다음과 같이 표현하였고 이를 보존 방정식에 대입하여 전 기포 크기에 대해 적분하면 이군 수밀도 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} f(v,r,t) &= f_1(v,r,t) H(v_c - v) + f_2(v,r,t) H(v - v_c) \\ u_p(v) &= u_{p1} H(v_c - v) + u_{p2} H(v - v_c) \end{aligned} \tag{16}$$

계면면적 밀도는 일군모델과 유사하게 다음과 같은 단순한 대수 관계식을 이용하여 구할 수 있다.

$$a_i = a_{i1} + a_{i2} = (36\pi)^{1/3} (\alpha_1^{2/3} N_1^{1/3} + \alpha_2^{2/3} N_2^{1/3}) \tag{17}$$

이 식을 보면 각 군에 대한 기포율을 알아야 하며 이는 기포크기 분포함수 수송 방정식에 기포체적을 곱하여 적분하여 얻는다. 이러한 방식은 보다 넓은 범위의 유동장 변화를 해석할 수 있는 수학적 접근 방식인 반면 방정식의 형태가 매우 복잡해지는 단점을 가진다.

3.2 계면면적 수송 방정식 (일차 이완 모델 (first order relaxation model))

다군 수밀도 수송 방정식과 유사한 방식으로 입자의 표면적에 대한 고려를 추가하여 다군 계면면적 밀도의 수송 방정식을 유도할 수 있지만 매우 복잡하다. 이러한 단점을 극복하기 위하여 일차 이완 모델이 제기되었다.(Millies et al, 1996) 이 방식은 공간적으로 완전 발전된 상태를 가정하여, 독립기포 및 각 군의 기포 집합체의 수밀도, 계면면적 밀도, 기포율에 대한 보존 방정식으로부터 정상 상태 해를 구한 후 일차 섭동 이론을 이용하여 계면면적에 대한 과도 상태 방정식을 유도한다. 유도결과만을 정리하면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial a_{i1}}{\partial t} + \nabla \cdot [\vec{u}_1 a_{i1}] = c_{11}(a_{i1} - a_{i1\infty}) + c_{12}\frac{a_{i1\infty}}{a_{i2\infty}}(a_{i2} - a_{i2\infty}) + c_{13}\frac{a_{i1\infty}}{\alpha_{1\infty}}(\alpha_1 - \alpha_{1\infty}) + \left(\frac{da_{i1}}{dt}\right)_C + \left(\frac{da_{i1}}{dt}\right)_\Gamma \\
&\frac{\partial a_{i2}}{\partial t} + \nabla \cdot [\vec{u}_2 a_{i2}] = c_{21}\frac{a_{i2\infty}}{a_{i1\infty}}(a_{i1} - a_{i1\infty}) + c_{22}(a_{i2} - a_{i2\infty}) + c_{23}\frac{a_{i2\infty}}{\alpha_{1\infty}}(\alpha_1 - \alpha_{1\infty}) + \left(\frac{da_{i1}}{dt}\right)_C \\
&\frac{\partial \alpha_1}{\partial t} + \nabla \cdot [\vec{u}_1 \alpha_1] = c_{31}\frac{\alpha_{1\infty}}{a_{i1\infty}}(a_{i1} - a_{i1\infty}) + c_{32}\frac{\alpha_{1\infty}}{a_{i2\infty}}(a_{i2} - a_{i2\infty}) + c_{33}(\alpha_1 - \alpha_{1\infty}) + \left(\frac{d\alpha_1}{dt}\right)_C + \left(\frac{d\alpha_1}{dt}\right)_\Gamma \\
&\alpha_2 = \alpha - \alpha_1
\end{aligned} \tag{18}
$$

여기서 우변의 계수, c_{ij}는 독립 기포의 기포율과 평균 체적, 수밀도, 기포 집합체의 기포율, 평균 체적 등의 함수로 표현된다. 기체의 압축성에 따른 생성항 및 가열 벽면에서 비등에 의한 생성항은 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&\left(\frac{da_{i1}}{dt}\right)_C = \frac{2}{3}\rho_g a_{i1}\left(\frac{\partial(1/\rho_g)}{\partial t} + \nabla \cdot [\vec{v}_b/\rho_g]\right) \\
&\left(\frac{da_{i2}}{dt}\right)_C = \frac{2}{3}\rho_g a_{i2}\left(\frac{\partial(1/\rho_g)}{\partial t} + \nabla \cdot [\vec{v}_{Cl}/\rho_g]\right) \\
&\left(\frac{d\alpha_1}{dt}\right)_C = \frac{2}{3}\rho_g \alpha_1\left(\frac{\partial(1/\rho_g)}{\partial t} + \nabla \cdot [\vec{v}_b/\rho_g]\right) \\
&\left(\frac{da_{i1}}{dt}\right)_\Gamma = \frac{1}{\rho_g}\left(\frac{a_n}{v_n}\right)\Gamma_w \\
&\left(\frac{d\alpha_1}{dt}\right)_\Gamma = \frac{1}{\rho_g}\Gamma_w
\end{aligned} \tag{19}
$$

이러한 방법론은 계면면적 밀도가 전체 유동장 방정식과 효과적으로 결합할 수 있는 형태로 유도되었다는 장점을 가지는 반면 완전 발전 유동에서의 정상 상태로부터 유도된 섭동 이론의 한계로 인하여 완만하게 변화하는 유동장에만 그 적용성이 제한되는 단점을 가진다.

4. 결론 및 제언

계면면적 수송 방정식과 관련한 최근의 연구결과는 이의 적용성을 크게 향상시켰으나, 현상학적 복잡성 및 계측의 어려움으로 인하여 그 생성항을 위한 모델이 완전히 정립되지는 않은 상태이다. 따라서 수송 방정식을 이용한 해석 모델의 일반적인 적용을 위하여 생성항에 대한 추가의 이론적, 실험적 연구를 통한 구성 모델의 개발 및 검증이 요구된다. 이와 병행하여, 수송 방정식의 수치적 모델링을 통한 이상유동 해석 체계를 구축하고, 그 수치해법적 안정성, 기존 구성모델의 적용성에 대한 검증을 통하여 실험적/이론적 모델 연구의 방향을 제시하고 향후 구성모델의 개발과 함께 이상유동 해석을 수행할 수 있는 기반을 구축하여야 할 것이다.

5. 참고문헌

[1] B. B. Mikic, W. M. Rohsenow, P. Griffith, On Bubble Growth Rates, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 13, pp. 657-666, 1970

[2] C. A. Coulaloglou, L. L. Tavlarides, Description of Interaction Precesses in Agitated Liquid-Liquid Dispersions, Chem. Engng. Sci., Vol. 32, p. 1289, 1977

[3] F. W. Staub, The Void Fraction in Subcooled Boiling-Prediction of the Initial Point of Net Vapor Generation, ASME J. of Heat Transfer, Vol. 90, pp. 151-157, 1968

[4] G. Kocamustafaogullari, M. Ishii, Interfacial Area and Nucleation Site Density in Boiling Systems, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 26, No. 9, pp. 1377-1387, 1983

[5] G. Kocamustafaogullari, M. Ishii, Foundation of the interfacial area transport equation and its closure relations, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol.38, No.3, pp. 481-493, 1995

[6] H. C. Unal, Maximum Bubble Diameter, Maximum Bubble Growth Time and Bubble Growth Rate During the Subcooled Nucleate Flow Boiling of Water up to 17.7 MN/m2, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 19, pp. 643-649

[7] J. F. Klausner, R. Mei, D. M. Bernhard and L. Z. Zeng, Vapor Bubble Departure in Forced Convection Boiling, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol.36, No.3, pp. 651-662, 1993

[8] J. J. Kutateladze, I. I. Gogonin, Growth Velocity and Departure Diameter of Vapor Bubbles in Saturated Liquids in Free Convective Flow, Teplofiz, Vys., Temp., Vol. 17, pp. 792-797, 1979

[9] J. O. Hinze, Fundamental of the Hydrodynamic Mechanism of Splitting in Dispersion Processes, AIChE, Vol. 1, No. 3, pp. 289-295

[10] Karl Stephan, Heat Transfer in Condensation and Boiling, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1992

[11] Levich, Physicochemical Hydrodynamics, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1962

[12] L. Z. Zeng, J. F. Klausner and R. Mei, A Unified Model for the Prediction of Bubble Detachment Diameters in Boiling Systems - I. Pool Boiling, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 36, No. 9, pp. 2261-2270, 1993

[13] L. Z. Zeng, J. F. Klausner, D. M. Bernhard and R. Mei, A Unified Model for the Prediction

of Bubble Detachment Diameters in Boiling Systems - II. Flow Boiling, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 36, No. 9, pp. 2271-2279, 1993
[14] M. Ishii, Interfacial Area Modeling, Multiphase science and Technology, vol. 3, 1987
[15] M. Ishii, K. Mishima, Study of Two-Fluid Model and Interfacial Area, NUREG/CR-1873, 1980
[16] M. J. Prince, H. W. Blanch, Bubble Coalescence and Break-up in Air-Sparged Bubble Columns, AIChE, vol. 36, No. 10, Oct., 1990
[17] M. Millies and D. Mewes, A Transport Equation for the Local Interfacial Area Density in Two-Phase Flows, Proceedings of the 2nd international conference on multiphase flow '95-Kyoto, Kyoto, Japan, p. MO3-7 April 3-7, 1995
[18] M. Millies, D. A. Drew, R. T. Lahey, JR., A First Order Relaxation Model for the Prediction of the Local Interfacial Area Density in Two-Phase Flows, Int. J. of Multiphase Flow, Vol. 22, No. 6, pp. 1073-1104, 1996
[19] M. Shoukri, R. L. Judd, A Theoretical Model for the Bubble Frequency in Nucleate Pool Boiling Including Surface Effects, Proceedings of the Sixth International Heat Transfer Conference, Toronto, Aug., 1978
[20] N. Koumoutsos, R. Moissis, A. Spyridonos, A Study of Bubble Departure in Forced-Convection Boiling, Journal of Heat Transfer, Transactions of the ASME, pp. 223-230, May, 1968,
[21] Q. Wu, M. Ishii, One Dimensional Model for Bubble Sauter Mean Diameter Development in Vertical Air-Water Bubbly Flow, Eighth International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal- Hydraulics, Kyoto, Japan, Sep. 30 - Oct. 4, pp. 101-108, 1997
[22] RELAP5/MOD3 Code Manual, NUREG/CR-5535, INEL-95/0174, Vol. 1
[23] R. J. Benjamin, A. R. Balakrishnan, Nucleation Site Density in Pool Boiling of Saturated Pure Liquids : Effect of Surface Microroughness and Surface and Liquid Physical Properties, Experimental Thermal and Fluid Science, pp. 32-42, 1997
[24] S. Kalkach-Navarro, R. T. Rahey, Jr., D. A. Drew, Analysis of the Bubbly/Slug flow regime transition, Nuclear Engineering and Design 151, pp. 15-39, 1994.
[25] S. M. Bhavaraju, T.W.F.Russel, and H.W. Blanch, The Design of Gas Sparged Devices for Viscous Liquid Systems, AIChE J., 24, 3, 1978
[26] S. R. Yang, R. H. Kim, A Mathematical Model of the Pool Boiling Nucleation Site Density in terms of the Surface Characteristics, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 31, No. 6, pp. 1127-1135, 1988
[27] Van P. Carey, Liquid-Vapor Phase-Change Phenomena, Hemisphere Publishing Corporation, 1992
[28] W. Fritz, Maximum Volume of Vapor Bubbles, Physik Zeitchr., Vol. 36, pp. 379-384, 1935
[29] W. Fritz, W. Ende, Uber den Verfampfungsvorgang nach Kinematographischen Aufnagmen an Dampfblasen. Phys. Z. 37, pp 391-401, 1936
[30] Y. Y. Hsu, On the Size Range of Active Nucleation Cavities on a Heating Surface, ASME J. of Heat Transfer, Vol. 8, p 887, 1965

표 1. 활성 핵 비등 지점 밀도 모델

Author	모델	구성관계식	비고
Brown(1967), Shoukri(1978)	$N_a = C(1/r_{c,min})^m$	$r_{c,min} = 2\sigma T_{sat} \;/\; \rho_g i_{fg}(T_w - T_{sat})$	풀비등 C,m:실험상수
Koca. et al (1983)	$N_a = \frac{1}{d_d^2} r^{*m}_{c,min} f(\rho^*)$	$r_{c,min} = 2\sigma(1+\rho_g/\rho_f) \,/\, P_f \exp[i_{fg}\Delta T_w/RT_g T_{sat}]$ $r_{ce,min} = 2\sigma(1+\rho_g/\rho_f) \,/\, P_f \exp[i_{fg}\Delta T_g/RT_g T_{sat}]$ $m = -4.4$ $f(\rho^*) = 2.157\times10^{-7}\rho^{*-3.2}(1+0.0049\rho^*)^{4.13}$ $r^* \equiv r/(d_d/2), \quad \rho^* \equiv \Delta\rho/\rho_g$	풀비등
	$N_a \equiv \frac{1}{d_d^2} r^{*m}_{ce,min} f(\rho^*)$		대류비등
Yang et al. (1988)	$N_a = \overline{N}_a \cdot \phi(\beta) \cdot \phi(r)$	$\phi(\beta) = \int_0^{\theta/2} f(\beta)\,d\beta$ $\phi(r) = \int_{r_{min}}^{r_{max}} f(r)\,dr$	풀비등
Benjamin et al. (1997)	$N_a = 218.8\,Pr^{1.63}\left(\frac{1}{\gamma}\right)\theta^{-0.4}(\Delta T)^3$	$\gamma \equiv \left(\frac{k_w\rho_w C_{pw}}{k_l\rho_l C_{pl}}\right)^{1/2}$ $\theta = 14.5 - 4.5\left(\frac{R_a P}{\sigma}\right) + 0.4\left(\frac{R_a P}{\sigma}\right)^2$	대류비등

표 2. 기포 이탈 크기 모델

Author	모델	구성관계식 및 비고
Fritz and Ende(1935)	$d_d = 0.0208\,\theta\left[\frac{\sigma}{g(\rho_f - \rho_g)}\right]^{1/2}$	풀비등 대기압조건 표면장력, 부력
Kutateladze and Gonnin (1979)	$d_d = 0.0208\,\theta\left[\frac{\sigma}{g(\rho_f - \rho_g)}\right]^{1/2}\left[1+\left(\frac{Ja}{Pr}\right)^2\frac{1}{Ar}\right]$	풀비등 $Ja \equiv \rho_f c_{pf}(T_w - T_{sat})/\rho_g i_{fg}$ $Ar \equiv (\sigma/(\rho_f g))^{2/3} g/\nu_f^2$ $5\times 10^{-7} \le (Ja/Pr)^2/Ar \le 10^{-1}$
Zeng et al (1993)	$d_d = 2\left\{\frac{3}{4}\,\frac{K^{n/2}}{g}\left[\frac{3}{2}C_s n^2 + n(n-1)\right]\right\}^{\frac{n}{2-n}}$	풀비등 $F_B = V_b(\rho_f - \rho_g)g$ $F_{duy} = -\rho_f \pi d^2(1.5C_s\,\dot{d}^2 + d\ddot{d})$ $d(t) = Kt^n$
Levy (1967)	$d_d = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{C_S\sigma}{C_B\frac{g}{g_c}(\rho_l - \rho_v) + C_D\frac{\tau_w}{D_h}}}$	대류비등 $F_B = C_B r_b^3(\rho_l - \rho_g)g/g_c$ $F_D = C_D \tau_w r_b^3/D_h$ $F_S = C_S r_b \sigma$
Koumoutsos et al. (1968)	$\frac{d_d}{d_0} = \left[1 - \varepsilon\frac{\rho_g U \nu}{g_0\sigma}\right]^{n/2}$	대류비등 Bubble neck model Re < 500 $F_B = C_b(\pi r^3/3)(1+\cos\theta)^2(2-\cos\theta)(\rho_f g/g_0)$ $F_D = C_D \rho_f u^2 r^2(\pi - \theta + \sin\theta + \sin\theta\cos\theta)/2g_0$ $F_S = C_s 2\pi r\sigma\sin^2\theta$
Unal (1976)	$d_d = \frac{2.42\times 10^{-5} p^{0.709} a}{(b\Phi)^{1/2}}$	대류비등 a, b:실험상수 $q_B\frac{\pi d^2}{4}\left(1 - \frac{d_d^2}{d^2}\right) = h_c\,\Delta T_{sub}\frac{\pi d^2}{2} + \frac{\pi}{6}\rho_g\lambda\frac{dd^3}{dt}$ $\frac{dd}{dt} = a\alpha t^{-1/2} - C\Phi bd$ $\alpha/C^{1/2} = 2.0\times 10^{-5} p^{0.709}$ $0.1 < P(MN/m^2) < 17.7$ $0.47 < q''(MW/m^2) < 10.64$ $0.08 < v(m/s) < 9.15$ $3 < subcooling(K) < 86$
Zeng et al. (1993)	$F_{qs} + F_{du}\sin\theta_i = 0$ $F_b + F_{du}\cos\theta_i + F_{sL} = 0$	대류 비등 $F_B = (4/3)\pi d^3(\rho_f - \rho_g)g$ $F_{qs}/(6\pi\rho_f\nu Ud) = 2/3 + [(12/Re)^n + 0.796^n]^{1/n}, n = 0.65$ $F_{du} = -\rho_f \pi d^2\left(d\ddot{d} + \frac{3}{2}\dot{d}^2\right)$ $F_{sL} = (C_L/2)\rho_f U^2 \pi d^2$

표 3. 기포 이탈 빈도수 모델

Author	모델	구성관계식 및 비고
Zuber (1959)	$f_d d_d = 0.59\left[\frac{\sigma g(\rho_f - \rho_g)}{\rho_f^2}\right]^{1/4}$	풀비등 대기압
Cole (1960)	$f_d^2 d_d = \frac{3}{4}\left[\frac{g(\rho_l - \rho_g)}{C_d\rho_l^2}\right]^{1/4}$	풀비등 관성제어영역(liquid inertia controlled regime) C_d=1 for water
Mikic and Rohsenow (1969)	$f_d^{1/2} d_d = 0.83\,Ja\sqrt{\pi\alpha_l}$	풀비등 열전달제어영역(heat transfer controlled regime)
Malenkov (1972)	$f_d = \frac{g^{1/2}}{d_d^{1/2}\pi\sqrt{2}}\left[1 + \frac{4\sigma}{d_d^2\rho_f g}\right]^{1/2}$	풀비등 열전달제어영역
	$f_d = \frac{1}{d_d\pi}\left(1 + \frac{q}{\rho_g i_{fg} w}\right)w$	관성제어영역 $w = \left[\frac{d_d g(\rho_f - \rho_g)}{2(\rho_f + \rho_g)} + \frac{2\sigma}{d_d(\rho_f + \rho_g)}\right]^{1/2}$