

등가계를 이용한 열차의 횡방향 거동 연구

A Study on the Lateral Dynamics of a Train using Equivalent System

박동일
Park, Tong-Il

임진수
Lim, Jin-Soo

ABSTRACT

The dynamic analysis of a train system has tended to analyze one vehicle or subsystem of that rather than to analyze entire vehicles. But, the speeding and lightening of a train requires more accurate analysis. Thus, the analysis of entire vehicles is required but it spends much time. Therefore, it is needed to find out the new analytic method which is more accurate and efficient.

This paper suggests a new method for analyzing a multi-vehicle system more efficiently, using 'mechanical impedance'. At first, get the impedance of vehicles which influence the dynamics of the object car, through analyzing the dynamics of a vehicle. 'Equivalent system', a simple mechanical system, of which the impedance is similar to that, is proposed. Then, the equivalent system was applied to a vehicle and it showed that the equivalent system works like a real vehicle system. Finally, we tried non-linear analysis of a vehicle to which the equivalent system is applied.

1. 서 론

지금까지 연구된 열차의 동력학적 해석에 있어서, 전체의 차량보다는 단일 차량의 횡방향 동력학내지는 단일 차량에 부착된 시스템에 관한 해석이 대부분으로 인접차량의 효과는 고려되지 않았다. 그러나, 열차가 고속화, 경량화 됨에 따라 단일차량보다는 전체차량, 즉 열차에 대해 보다 정확한 해석이 요구되고 있으며, 이는 매우 많은 해석시간을 필요로 하게 된다.

이에 본 연구는 새마을 차량을 기준차량으로 하여, 인접차량의 효과를 고려해주면서도 그 수치계산량을 줄일 수 있는 방법을 제공하고자 한다. 이를 위하여 열차의 임의의 단일 차량에 대한 인접차량의 효과를 나타내는 임피던스를 정의하고, 인접 차량들을 해석하여 임피던스를 추출하였다. 그 후 인접차량의 임피던스와 유사한 거동을 나타내는 등가계 모델을 제시하고 그 계산 방법이 타당함을 보인다. 그리고 이를 이용하여 차량의 비선형 해석을 시도하여 보았다.

* 아주대학교 석사과정, 학생회원

** 아주대학교 교수, 정회원

2. 본 론

2.1 임피던스

본 연구에서는 관찰대상이 있을 때 그 전후 차량들을 하나의 계로 보고 차량계의 임피던스를 계산하고 이와 유사한 운동특성을 나타내는 등가계를 구성한 후 이를 적용하여 열차의 비선형 해석을 하게 된다.(그림 1.)

기계적인 임피던스(Mechanical Impedance)는, 가해진 힘에 대한 시스템의 속도의 변화를 나타내는 Mobility의 역수로, 속도에 대한 힘의 비로 정의되어진다.(그림 2.)

$$Z = \frac{f}{\dot{y}} \quad (1)$$

본 연구에서 임피던스는 한 계가 관찰 대상 차량에 주는 영향을 나타내는 지표로서 사용되어진다.

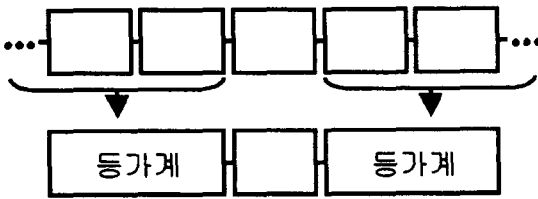


그림 1. 등가계로의 치환

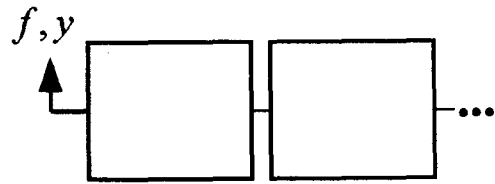


그림 2. 계의 임피던스

2.2 인접차량계의 임피던스

차량 모델은 그림 3.과 같다. 본 연구에서는 열차의 횡방향 운동만이 관심의 대상이므로 단일 차량의 각 부분은 횡방향 변위와 요오의 자유도만을 가지며, 총 14 자유도의 모델로 구성되었다. 차량의 운동방정식을 행렬로 나타내면 다음과 같은 형태를 취하며, 차량에 가해지는 크리이프 힘은 Kalker의 선형 크리이프 이론을 적용하여 댐핑행렬 \mathbf{C} 와 스프링행렬 \mathbf{K} 에 포함되어있다.

$$\mathbf{M}\ddot{\underline{x}} + \mathbf{C}\dot{\underline{x}} + \mathbf{K}\underline{x} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ f_R + f_L \\ (f_R - f_L)l \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$\underline{x}(t)$ 는 변위벡터로서 차량 각 요소의 변위와 요를 포함한다. 차량 중심의 변위와 요오 y_b, ψ_b 를 차량 좌우측 양단의 변위 y_L, y_R 로 기하학적 관계(그림 4)를 나타내는 전달행렬(transfer matrix)인 \mathbf{T} 를 이용하여 변환시키면

$$\underline{x}(t) = \mathbf{T}\hat{\underline{x}}(t) \quad (4)$$

이다. 식(2)에 \mathbf{T} 의 역행렬을 곱해주고 정리하면

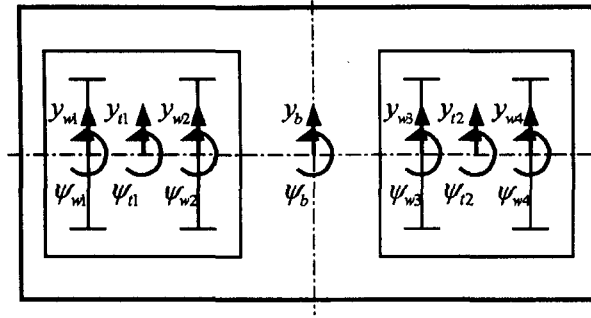


그림 3. 열차의 횡방향 운동 해석 모델

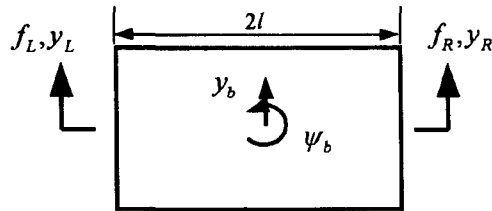


그림 4. 차체의 변위의 기하학적 관계

$$\hat{\mathbf{M}}\ddot{\hat{\mathbf{x}}} + \hat{\mathbf{C}}\dot{\hat{\mathbf{x}}} + \hat{\mathbf{K}}\hat{\mathbf{x}} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ f_R + f_L - l^2(f_R - f_L) \\ f_R + f_L + l^2(f_R - f_L) \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$\hat{\mathbf{M}} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{M}\mathbf{T}, \quad \hat{\mathbf{C}} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{T}, \quad \hat{\mathbf{K}} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{T}$$

주파수응답을 보기 위해 $f_L = F_L e^{j\omega t}$, $\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \hat{\mathbf{V}} e^{j\omega t}$ 로 치환하고 경계조건으로 $f_R = 0$ 를 적용한 후 정리하면

$$\mathbf{D}(j\omega)\hat{\mathbf{V}} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ F_L + l^2 F_L \\ F_L - l^2 F_L \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{D}(j\omega) = j\omega\hat{\mathbf{M}} + \hat{\mathbf{C}} + \hat{\mathbf{K}}/j\omega$$

이다. $\hat{\mathbf{V}}$ 와 \mathbf{D} 를 분할행렬(partial matrix)로 나타내면

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{aa}(12 \times 12) & \mathbf{D}_{ab}(12 \times 2) \\ \mathbf{D}_{ba}(2 \times 12) & \mathbf{D}_{bb}(2 \times 2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{V}}_a(12 \times 1) \\ \hat{\mathbf{V}}_b(2 \times 1) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ F_L + l^2 F_L \\ F_L - l^2 F_L \end{Bmatrix} \quad (7)$$

이고, 식을 연립하여 \hat{V}_b 에 대하여 정리하면

$$\mathbf{E}\hat{V}_b = \underline{F} \quad (8)$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{bmatrix}, \quad \hat{V}_b = \begin{Bmatrix} \dot{y}_L \\ \dot{y}_R \end{Bmatrix}, \quad \underline{F} = \begin{Bmatrix} F_L + I^2 F_L \\ F_L - I^2 F_L \end{Bmatrix}$$

이 된다. 위 식에서 차량의 임피던스를 구하면

$$Z = \frac{f_L}{\dot{y}_L} = \frac{(e_{21} - \frac{e_{11}e_{22}}{e_{12}})}{\left(1 - I^2 - \frac{e_{22}(1 + I^2)}{e_{12}}\right)} \quad (9)$$

이며 복소수이다. 이는 단일차량의 임피던스이며 만약 단일차량이 아닌 다차량계의 임피던스를 알고 싶다면 행렬 \mathbf{E} 를 차량수 만큼 곱하여 줌으로써 다차량계의 임피던스를 얻을 수 있다.

그림 5.는 위의 과정을 통하여 얻어진 단일 차량의 임피던스이며 기준 속도는 30m/s 이다.

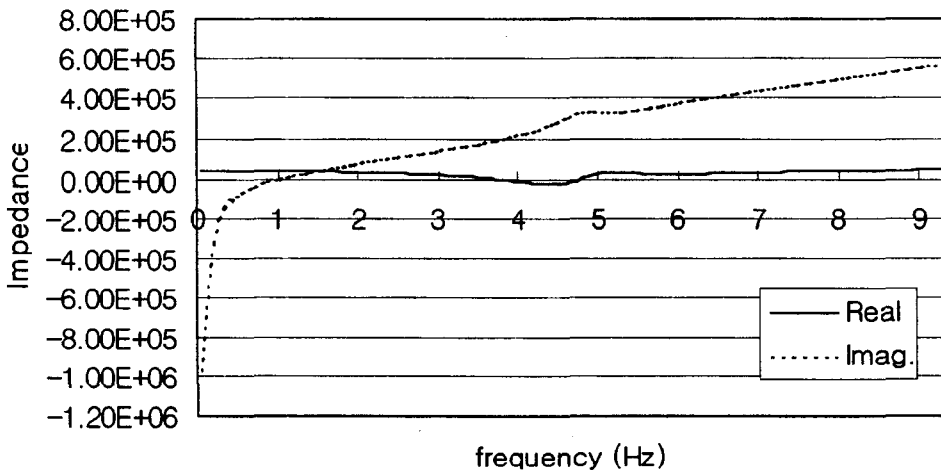


그림.5. 단일 차량의 임피던스

2.3 등가계 모델

등가계 모델은 2자유도로서 그림 6.과 같이 설정하였다. 등가계 모델 자체는 2자유도를 가지나 그 적용에 있어서 m_1 의 변위 y 는 관찰대상차량의 변위와 같다. 그러므로 등가계 적용시 늘어나는 자유도는 1이 된다. 등가계 모델의 자유도를 늘릴 경우 보다 유사한 임피던스를 갖는 등가계를 형성할 수 있으나 그럴 경우 계산량 자체가 늘어나게 되어 등가계를 적용한 의미가 사라지게 된다. 이에 등가계 모델은 2자유도로 설정되었으며 계의 운동방정식은 다음과 같다.

등가모델의 운동방정식은 다음과 같이 표현할 수 있으며

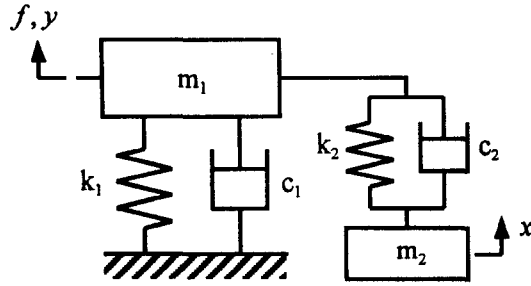


그림 6. 등가계 모델

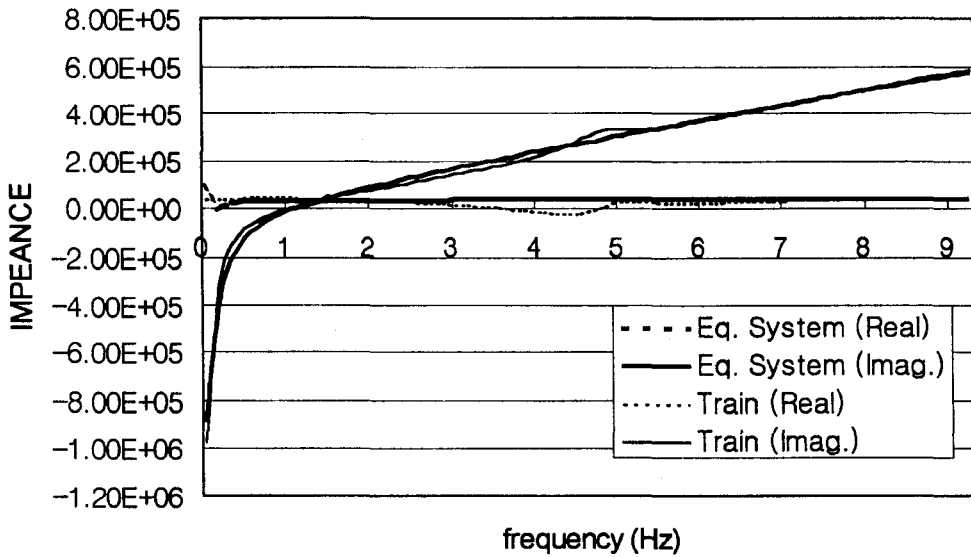


그림 7. 등가계의 임피던스

$$\tilde{\mathbf{M}}\ddot{\tilde{\mathbf{x}}} + \tilde{\mathbf{C}}\dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \tilde{\mathbf{K}}\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{f}} \quad (10)$$

주파수응답을 보기 위하여 $\tilde{\mathbf{f}} = \tilde{\mathbf{f}}_0 e^{j\omega t}$, $\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{x}}_0 e^{j\omega t}$ 로 치환한 후 정리하면

$$\tilde{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{x}}_0 = \tilde{\mathbf{f}}_0 \quad (11)$$

이 되고 등가계의 임피던스는

$$Z_{eq} = \frac{\tilde{\mathbf{f}}}{\tilde{\mathbf{y}}} = d_{11} + \frac{d_{12}d_{21}}{d_{22}} \quad (12)$$

이 된다.

각 요소($m_1, m_2, c_1, c_2, k_1, k_2$)의 값들은

$$\varepsilon = \int_{\omega} |Z - Z_{eq}|^2 d\omega \quad (13)$$

로 정의되는 오차함수 ε 을 최소화하는 값으로 설정되었다.

등가계의 임피던스는 그림 7.과 같이 계산되었으며, 가는 선으로 그려진 것은 앞서 계산된 단일 차량의 임피던스이다. 그림에서 보듯이 2 자유도의 등가계 모델의 임피던스는 차량의 임피던스와 비슷한 계를 특성을 나타낸다. 이를 통해 본 논문에서 제안한 등가계 모델이 적절하고 관찰대상차량 전후차량의 영향을 충분히 고려한 계를 구성할 수 있음을 알 수 있다

2.4 고유치, 고유벡터 비교

앞에서 구하여진 등가계의 타당성을 검증하기 위해 단일차량과 3 차량모델과 등가계를 관찰대상차량 전후에 적용한 모델(그림 8.)의 고유치의 비교를 실시하였다. 단일차량은 14 자유도, 3 차량모델은 40 자유도, 등가계 적용모델은 16 자유도를 가졌으며, 그 결과 단일차량의 14 개의 고유치와 고유벡터 중 12 개와 3 차량계 40 개의 중 28 개가 등가계 적용모델의 16 개중 12 개와 일치하였다. 등가계 적용모델은 3 차량 모델의 모든 고유치와 고유벡터를 나타낼 수는 없었는데, 자유도의 차이가 많

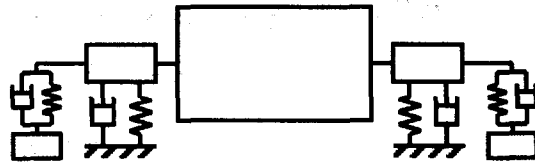


그림 8. 등가계 적용모델

고 등가계가 유사 모델임을 고려하면 이러한 결과는 충분히 만족스러운 것이라 하겠다.

2.5 차량거동

등가계의 타당성 검증을 위해 관찰대상차량의 차륜에 힘이 가해질 때의 거동을 살펴보기로 한다. 그림 9.와 같이 차륜에 힘 이 가해질 때 시스템이 나타내는 특성을 살펴보기 위하여 f_{w1}/\dot{y}_{w1} , f_{w1}/\dot{y}_L , f_{w1}/\dot{y}_R 을 계산하여 보았다. 그 결과 중 f_{w1}/\dot{y}_L 의 값이 그림 10.이며 등가계 적용모델이 단일차량에 비해 전후차량의 영향을 나타내고 있음을 확인할 수 있었다.

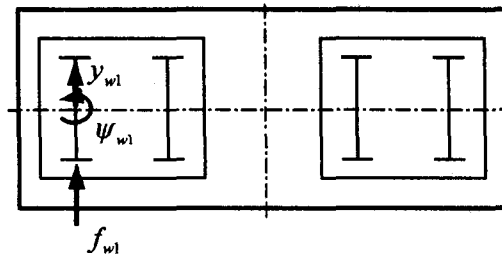


그림 9. 외력이 가해질 때의 열차 거동

$$\frac{f_{w1}}{\dot{y}_L}$$

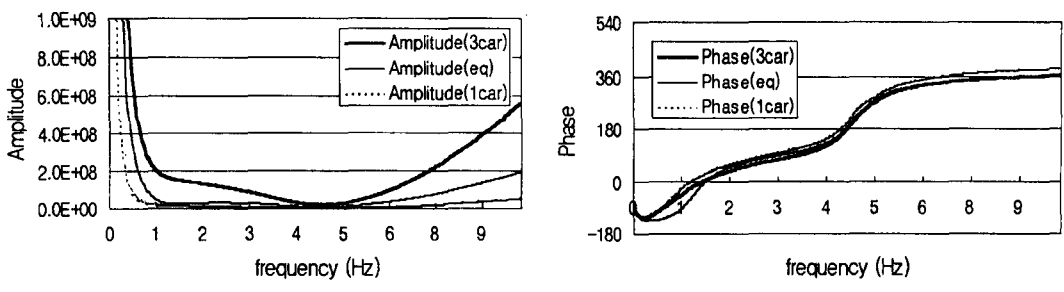


그림 10. 차축에 힘이 가해질 때 차체의 거동

2.6 비선형계 적용

등가계를 적용하여 비선형 해석을 실시하였다. 차륜-레일 비선형과 크리이프 힘 비선형을 모두 고려하여 주었으며, 기 연구되어진 크리이프 힘 계산 모듈과 차륜-레일 접촉점 계산 모듈을 사용하였다.

2.6.1 차륜-레일 비선형

차량 해석과정 중에 크리이프 힘을 계산하게 되는데, 이 때 차륜-레일의 접촉점에 대한 기하학적인 데이터를 요구한다. 차륜-레일은 단순하지 않은 단면 형상을 가지고 있으며, 이러한 단면형상은 크리이프 힘을 계산하는 과정에서 심한 비선형성을 나타내게 되는데, 이를 고려해 주기 위해 이미 연구되어진 모듈을 사용하여 차륜과 레일에 대한 기하학적 데이터를 계산하여 주었다. 사용되어진 모델은 레일은 UIC-60 이, 차륜은 NF01-112 의 프로파일이 사용되었다.

2.6.2 Creep force 비선형

선형 크리이프 이론에서는 크리이프 힘의 그 요소가 변위벡터의 속도와 변위에 선형적으로 작용하므로 시스템의 댐핑 행렬과 스프링행렬에 포함시켜 계산하는 것이 가능하였다. 그러나 비선형 크리이프 이론을 적용하면 크리이프 힘을 별도의 항으로 표시하여 주어야 한다. 그러므로 비선형 크리이프 이론을 적용한 시스템의 운동 방정식은 식(14)와 같이 표현되어진다. $\underline{F}(\dot{\underline{x}}, \underline{x})$ 는 크리이프 힘을 포함한 계에 작용하는 모든 힘 요소를 나타내는 벡터이다.

$$\underline{M}\ddot{\underline{x}} = \underline{F}(\dot{\underline{x}}, \underline{x}) \tag{14}$$

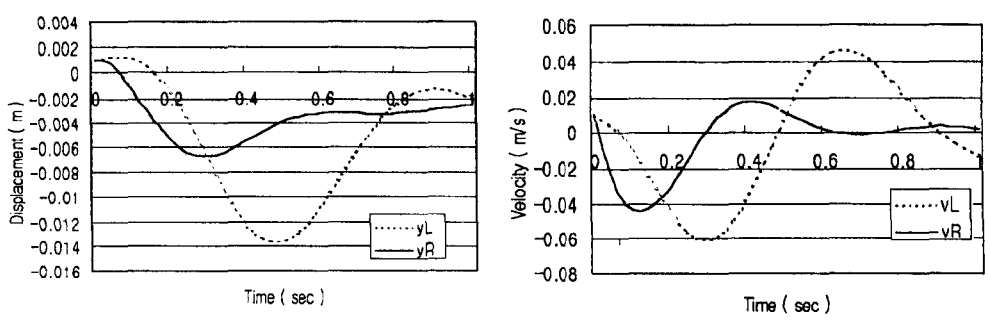


그림11. 등가계를 비선형 직선 주행 해석

조건은 직선 주행이며 그 해석하여 얻어진 차체 좌우측 양단의 변위와 속도에 대한 결과가 그림 11.에 나타나 있다. 좌측의 그림은 차체의 변위,우측의 그림은 차체의 속도의 결과이다.

3. 결 론

뉴우튼 운동방정식을 기본으로 차륜과 레일의 선형 기하학과 선형 크리이프 이론을 바탕으로 해석된 단일차량과 다차량계의 임피던스를 계산하고, 이와 유사한 임피던스 특성을 나타내는 등가계 모델을 이용하여 열차의 비선형 해석을 보다 효과적으로 할 수 있는 방법을 제시하였다. 그 후 3차량계 모델과 등가계 적용모델간의 고유치, 고유벡터, 힘이 가해졌을 때의 차체의 거동 비교 등을 통하여 제시한 등가계 모델이 인접차량의 효과를 충분히 근사화해 줄 수 있음을 보였으며 이를 이용한 비선형 해석을 시도하여 보았다.

결론적으로 인접차량의 효과를 감안한 열차의 횡방향 동력학 해석에 있어 인접차량의 효과는 간단한 구조를 가진 등가계로 치환하여 해석이 가능하다는 것이다. 또한 이러한 등가계를 이용한 해석의 의미는 수치 계산량을 현저히 감소시키면서도 이전과 비교해 보다 정확한 해석을 가능하게 함으로써 열차의 횡방향 동적거동을 해석하는데 효과적인 방법이라 할 수 있겠다.

참고문헌

1. 최수형 (1997), "열차의 횡방향 운동해석", 석사학위논문, 아주대학교
2. 임진수, 조동현 (1998), "차륜/레일 상호작용 해석기술 개발", 아주대학교 .
3. T. D. Burton and A. M. Whitman(1978), "Nonlinear Kinematics of Wheel-Rail Contact", J. of applied mechanics
4. J. J. Kalker(1973), "Simplified theory of rolling contact, mechanical and aeronautical engineering and shipbuilding", Delft Progress Report, Series C, 1, pp.1-10.
5. Rao V. Dukkipati and Joseph R. Amyot(1988), "Computer-Aided Simulation in Railway Dynamics", Marcel Dekker, Inc.
6. J. J. Kalker, "A Fast Algorithm for the Simplified Theory fo Rolling Contact", Vehicle System Dynamics, Vol.11, No.1, 1-13
7. J. J. Kalker(1996), "Book of Tables for the Hertzian Creep-Force Law", Delft University of Technology