

# 휠/레일간의 접촉력 계산을 위한 접촉점 해석 알고리즘

## Contact point analysis for wheel/rail contact force calculation

박 정 훈\*, 임 진 수\*\*, 황 요 하\*\*\*, 김 창 호\*\*\*\*  
J. H. Park\*, J. S. Lim\*\*, Y. Hwang\*\*\*, C. H. Kim\*\*\*\*

### Abstract

In this paper, we derive the algorithm for calculating contact point between wheel and rail and develop the method for track modeling. The proposed methods use travelling distance to represent track center line position vector and track orientation with respect to Newtonian reference frame. The proposed methods can be easily used in multibody dynamic analysis. Two numerical examples are given to verify the validity of the proposed methods.

### 1. 서론

열차 시스템에서 열차의 휠/레일간 상호작용력은 열차의 동적거동에 큰 영향을 미친다. 휠/레일간의 상호작용력은 차체의 중량과 1차 및 2차 현가요소에 의한 작용력뿐 아니라 휠/레일의 단면 형상, 매설된 트랙의 특성에 큰 영향을 받는다. 열차의 동적해석을 위해서 휠/레일의 단면 형상과 매설된 트랙의 위치 및 자세에 의존하는 접촉점의 정확한 계산이 필요하다. Burton은<sup>[1]</sup> 직선 트랙에 대해 피치 각변위가 없는 미소한 톨, 요 각변위가 발생할 경우 휠/레일간의 접촉점을 찾는 해석방법을 제시하였다. 이 방법은 실제 열차시스템이 거동할 경우 휠의 피치각을 고려할 수 없고 곡선 주행해석에 사용될 수 없는 단점을 지닌다. 열차 시스템의 동적해석을 위한 해석프로그램인 Vampire의<sup>[2]</sup> 경우 실제 열차시스템과 같이 트랙상을 열차가 움직이는 것이 아니라 트랙이 정속으로 열차의 운동 반대방향으로 움직이고 트랙의 불규칙도와 같은 위치변화가 열차시스템의 동적 입력이 된다. 따라서 Vampire를 이용한 동적해석은 열차의 가감속에 의한 관성효과와 트랙의 고저변화에 기인하는 중력효과를 고려할 수 없다. 이와 같은 해석의 특성상 언덕 주행과 같은 트랙의 높이 변화를 고려할 수 없다. ADAMS/Rail의<sup>[3]</sup> 경우 Vampire와는 달리 실제 열차시스템의 거동과 같이 트랙상을 열차가 움직이는 해석방법을 사용한다. 그러나 ADAMS/Rail이 사용하는 해석 solver인 ADAMS는 휠/레일의 접촉문제와 같은 곡면과 곡면간의 접촉해석을 수행할 수 없고 트랙모델링시 트랙의 게이지 불규칙도를 고려할 수 없는 단점을 지니고 있다.

본 논문에서는 직선트랙뿐 아니라 곡선 주행에도 사용될 수 있고 기존의 해석프로그램에서 고려할 수 없는 트랙의 높이 변화, 게이지 불규칙도를 고려할 수 있는 해석방법을 제안한다. 또한 제안된 해석방법은 곡면과 곡면간의 접촉문제를 풀 수 있도록 되어 있고 다물체 동역학에의 적용

\* 한국과학기술연구원 트라이블로지 연구센터 학생연구원, 비회원

\*\* 아주대학교 기계공학부 교수, 정회원

\*\*\* 한국과학기술연구원 트라이블로지 연구센터 선임연구원, 정회원

\*\*\*\* 한국과학기술연구원 트라이블로지 연구센터 책임연구원, 정회원

이 용이하도록 되어 있다. 제시된 해석방법의 효용성을 검증하기 위해 NF 01-112철과 UIC 60레일에 대한 수치해석을 수행하였다.

## 2. 본 론

### 2.1 트랙모델링

열차가 레일을 따라 움직일 때 열차를 구성하는 차체와 같은 강체에 작용하는 외력은 1차, 2차 현가요소에 의한 작용력, 중력, 그리고 열차의 휠과 접촉하는 레일사이에서 발생하는 크리프 작용력으로 구분된다. 현가요소에 의한 작용력과 중력은 열차차량 자체만의 모델링에서 다루어질 수 있는 반면 열차의 휠과 레일간의 접촉에 의한 작용력은 휠과 레일의 형상뿐 아니라 트랙의 위치 및 자세, 상하불규칙성, 좌우불규칙성, 그리고 캔트각 등과 같은 레일에 관련된 전반적인 정보를 이용하여야 한다. 따라서 열차동역학 해석에 있어서 휠과 레일간의 접촉력 계산을 위해서는 트랙에 대한 모델링이 선행되어야 한다.

Fig. 1은 트랙 기준선(track center line)상의 임의의 점에서의 트랙의 위치와 자세를 보여준다. 그림에서  $r_i$ 는 뉴톤 좌표계로부터 기준선상의 임의의 점까지의 위치벡터를 나타내고  $s$ 는 트랙의 진행방향 거리를 나타낸다.  $\alpha$ 는 트랙의 기준선을  $x-y$  평면에 투영 시 임의의 점에서의  $x$ 축에 대한 접선방향 벡터의 각을 의미하고  $x_\alpha - y_\alpha$ 는  $z$ 축을 중심으로 각  $\alpha$ 만큼 회전된 좌표계를 의미한다.  $\beta$ 는 트랙의 기준선을  $x_\alpha - z_\alpha$  평면에 투영 시 임의의 점에서의  $x_\alpha$ 축에 대한 접선방향 벡터의 각을 의미하고  $x_\beta - z_\beta$ 는  $y_\alpha$ 축을 중심으로 각  $\beta$ 만큼 회전된 좌표계를 의미한다.  $\gamma$ 는 트랙의 기준선을  $y_\beta - z_\beta$  평면에 투영 시 임의의 점에서의 트랙의 캔트각을 의미한다.

$g, g_s, g_e$ 는 각각 트랙 기준선상의 임의의 점에서의 트랙의 게이지, 기준 게이지, 그리고 트랙 게이지와 기준 게이지와의 차를 나타낸다.

트랙의 위치는 일반적으로 정의된 함수 형태의 정보를 사용하기보다는 실측된 정보를 이용하므로 일정간격에 대한 이산적인 정보를 사용하게 된다. 예로 실측에 의한 트랙좌표계 원점의 위치가 레일의 길이 2 km에 대해 레일의 길이방향으로 0.25 m마다 측정된다면 레일에 대한 정보는 8001점에 대한 정보를 가지게 되고  $k$ 번째 레일의 측정위치  $r_i^k$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$r_i^k = [x_i^k \ y_i^k \ z_i^k]^T \quad (1)$$

이와 같이 실측된 점에 대한 위치정보로부터 임의의 점에서의 트랙좌표계의 위치를 근사화하기 위해 본 연구에서는 cubic spline을<sup>[4]</sup> 사용하였다. 실측된 이산적인 위치의 정보로부터  $k$ 번째 트랙상의 측정위치까지의 거리  $s^k$ 를 계산하기 위해  $y_i$ 과  $z_i$ 를  $x_i$ 에 대해서 다음과 같이 표현한다.

$$y_i = y_i(x_i), \quad z_i = z_i(x_i) \quad (2)$$

위 식을 이용하면  $k$ 번째 측정 위치까지의 진행방향 거리  $s^k$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$s^k = s^{k-1} + \int_{x_i^{k-1}}^{x_i^k} \sqrt{1 + \left(\frac{dy_i}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz_i}{dx}\right)^2} dx \quad (3)$$

위 식으로부터 구한 측정점의 거리  $s^k$ 로부터 cubic spline을 이용하면 임의의 점에서의 레일의

위치벡터  $r_i$ 는  $s$ 에 대한 함수로 다음과 같이 표현된다.

$$r_i(s) = [x_i(s) \ y_i(s) \ z_i(s)]^T \quad (4)$$

트랙의 좌우 불규칙도는 승객이 느끼는 승차감 및 차량의 안정성을 저해하는 요인이 되고 캔트각은 곡선주행시 차량의 탈선과 밀접한 관련을 가지는 것으로 알려져 있다. 따라서 승차감 및 안정성, 그리고 곡선주행에 대한 해석을 수행하기 위해서는 트랙의 불규칙도 및 캔트각에 대한 모델링을 필요로 한다. 트랙의 게이지 불규칙도와 캔트각은 트랙 위치 모델링과 동일한 방법을 사용하면 다음과 같이 모델링될 수 있다.

$$g_e = g_e(s) \quad (5)$$

$$\gamma = \gamma(s) \quad (6)$$

열차의 휠과 레일간의 접촉점을 찾기 위해서는 트랙좌표계 원점의 위치뿐 아니라 트랙좌표계의 자세를 알아야 한다. 뉴턴좌표계에 대한 트랙의 자세를 표현하기 위해 본 연구에서는 Body 3-2-1 회전을 사용하였다. Fig. 1에서 트랙의 기준선을 뉴턴 좌표계의  $x-y$ 평면에 투영시켰을 때 레일궤적상의 임의의 점에서 레일의 길이방향의 접선 방향벡터와 관성좌표계의  $x$ 방향 벡터와 이루는 각  $\alpha$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{dy_t}{ds} \middle/ \frac{dx_t}{ds} \right) \quad (7)$$

임의의 점에서 트랙의 기준선을  $x_a-z_a$  평면에 투영시켰을 때 투영된 기준선 접선 방향벡터와  $x_a$ 축이 이루는 각  $\beta$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\beta = -\tan^{-1} \left( \frac{dz_t}{ds} \middle/ \sqrt{\left(\frac{dx_t}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy_t}{ds}\right)^2} \right) \quad (8)$$

식 (6), 식 (7), 그리고 식 (8)로부터 트랙 기준선상의 임의의 점에서의 뉴턴 좌표계에 대한 트랙의 자세행렬  $A_t$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$A_t \equiv A(\gamma) A(\beta) A(\alpha) \quad (9)$$

여기서,

$$A(\alpha) \equiv \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A(\beta) \equiv \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}, \quad A(\gamma) \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (10)$$

## 2.2 휠/레일간 접촉점의 계산

공간상에서 휠과 레일이 접촉하기 위해서는 다음과 같은 세가지의 구속조건을 만족해야한다. 첫째, 휠과 레일상의 접촉점의 위치는 일치해야한다. 둘째, 휠과 레일상의 접촉점에서의 접평면에 수직인 벡터들은 서로 평행해야 한다. 셋째, 접촉점 이외의 휠과 레일상의 다른 부분에서 간섭이 발생하지 않는다. 본 연구에서는 세 번째 구속조건은 항상 만족한다는 가정 하에서 연구를 수행하였다. Fig. 2는 레일과 접촉하는 휠을 보여준다. 그림에서  $r_w$ ,  $r_{wl}$ ,  $s_{wl}$ ,  $r_{wr}$ ,

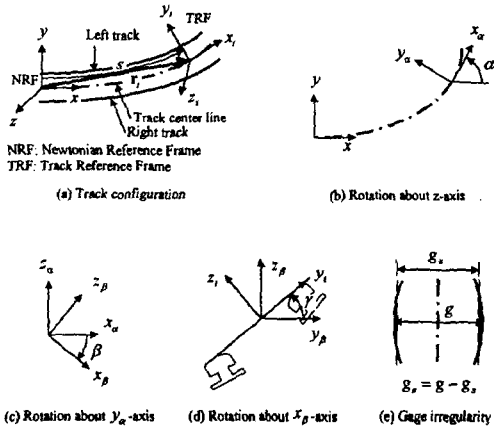


Fig. 1 Track position and orientation

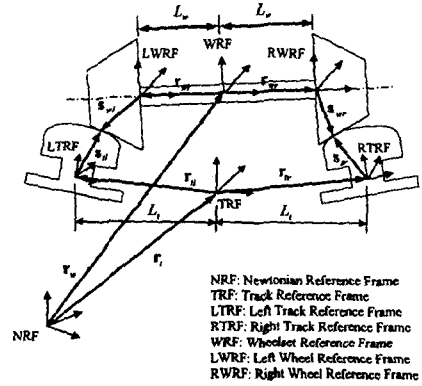


Fig. 2 Wheel contacting with rails

$s_{wr}$ 은 각각 NRF(newtonian reference frame)로부터 WRF(wheelset reference frame)까지의 위치 벡터, WRF로부터 LWRF(left wheel reference frame)까지의 위치벡터, LWRF로부터 좌측 접촉점까지의 위치벡터, WRF로부터 RWRF(right wheel reference frame)까지의 위치벡터, 그리고 RWRF로부터 우측 접촉점까지의 위치벡터를 나타낸다. 그리고  $r_{tl}$ ,  $r_{tr}$ ,  $s_{tl}$ ,  $r_{tr}$ ,  $s_{tr}$ 은 각각 NRF로부터 TRF(track reference frame)까지의 위치벡터, TRF로부터 LTRF(left track reference frame)까지의 위치벡터, LTRF로부터 좌측 접촉점까지의 위치벡터, TRF로부터 RTRF(right track reference frame)까지의 위치벡터, 그리고 RTRF로부터 우측 접촉점까지의 위치벡터를 나타낸다.  $L_w$ 는 WRF의 원점으로부터 LWRF와 RWRF의 원점까지의 횡방향 거리를 나타내고  $L_r$ 는 TRF의 원점으로부터 LTRF와 RTRF의 원점까지의 횡방향 거리를 나타낸다. Fig. 3은 좌측 휠에서 LWRF로부터 휠상의 접촉점까지의 위치벡터  $s_{wl}$ 과 좌측 레일에서 LTRF로부터 레일상의 접촉점까지의 위치벡터  $s_{tl}$ 을 보여준다. 그림에서  $x_{tl}$ ,  $y_{tl}$ ,  $z_{tl}$ 는 각각 LTRF에 대한 LTRF로부터 레일상의 좌측 접촉점까지의 위치벡터의  $x_{tl}$ ,  $y_{tl}$ ,  $z_{tl}$ 방향 성분을 의미하고  $\rho_{tl}$ 는  $y_{tl}$ 의 함수로 표현된다.  $x_{wl}$ ,  $y_{wl}$ ,  $z_{wl}$ 는 각각 LWRF로부터 레일상의 좌측 접촉점까지의 위치벡터의  $x_{wl}$ ,  $y_{wl}$ ,  $z_{wl}$ 방향 성분을 의미하고  $R_l$ 는 접촉점이 위치한  $z_{wl}-x_{wl}$ 평면에서의 휠의 반경으로 접촉점의 횡방향 변위  $y_{wl}$ 의 함수로 표현된다. 레일에서 각각 LWRF와 휠과 레일의 접촉점을 계산하기 위해 사용된 의사 일반좌표(pseudo generalized coordinates)  $q$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$q \equiv [ r_w^T \ e_w^T \ s_{wl}^{T} \ s_{wr}^{T} \ R_{tl}^{T} \ R_{tr}^{T} \ s ]^T \quad (11)$$

위 식에서  $e_w$ 는 NRF에 대한 WRF의 자세를 표현하기 위해 사용된 오일러 파라미터(Euler parameters)를<sup>[5]</sup> 의미하고  $r_w$ ,  $e_w$ ,  $s_{wl}$ ,  $s_{wr}$ ,  $R_{tl}$ ,  $R_{tr}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$r_w \equiv [ x_w \ y_w \ z_w ]^T \quad (12)$$

$$e_w \equiv [ e_{w0} \ e_{w1} \ e_{w2} \ e_{w3} ]^T \quad (13)$$

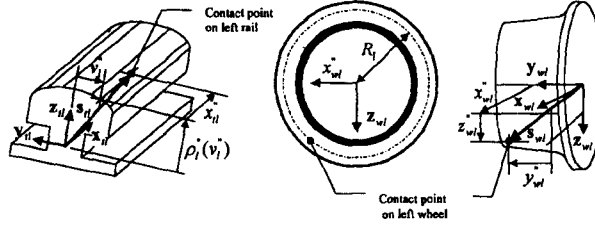


Fig. 3 Contact points on left wheel and left rail

$$s_{wl}'' \equiv [x_{wl}'' \ y_{wl}'' \ z_{wl}'' ]^T \quad (14)$$

$$s_{wr}'' \equiv [x_{wr}'' \ y_{wr}'' \ z_{wr}'' ]^T \quad (15)$$

$$R_{il}'' \equiv [x_{il}'' \ v_l'' ]^T \quad (16)$$

$$R_{tr}'' \equiv [x_{tr}'' \ v_r'' ]^T \quad (17)$$

차륜 접촉점과 레일의 접촉점의 위치는 같다는 첫 번째 구속조건으로부터 아래와 같은 6개의 구속방정식을 구할 수 있다.

$$\Phi_{1,2,3} = r_w + A_w r_{wl}' - r_t - A_t r_{il}' - A_t A_{il} s_{il}'' \quad (18)$$

$$\Phi_{4,5,6} = r_w + A_w r_{wr}' - r_t - A_t r_{tr}' - A_t A_{tr} s_{tr}'' \quad (19)$$

식 (18)과 식 (19)에서  $A_w$ ,  $A_t$ 는 각각 NRF에 대한 WRF와 TRF의 자세행렬을 나타내고  $A_{il}$ ,  $A_{tr}$ 은 각각 TRF에 대한 LTRF와 RTRF의 자세행렬을 의미한다.  $s_{il}''$ ,  $s_{tr}''$ 는 각각 위치벡터  $s_{il}$ ,  $s_{tr}$ 의 LTRF와 RTRF에 대한 계수로 표현된 위치벡터를 나타낸다. 그리고 위 식들에서 사용된 벡터  $r_{wl}'$ ,  $r_{wr}'$ ,  $r_{il}'$ ,  $r_{tr}'$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$r_{wl}' \equiv [x_{wl}'' \ L_w + y_{wl}'' \ z_{wl}'' ]^T \quad (20)$$

$$r_{wr}' \equiv [x_{wr}'' \ -L_w + y_{wr}'' \ z_{wr}'' ]^T \quad (21)$$

$$r_{il}' \equiv [x_{il}'' \ L_t + \frac{1}{2} g_e \ 0 ]^T \quad (22)$$

$$r_{tr}' \equiv [x_{tr}'' \ -L_t - \frac{1}{2} g_e \ 0 ]^T \quad (23)$$

휠상의 접촉점에서 접촉면에 수직한 벡터와 레일상의 접촉점에서 접촉면에 수직한 벡터는 서로 평행해야 한다는 구속조건으로부터 아래와 같은 구속방정식을 구할 수 있다.

$$\Phi_{7,8,9} = (\widetilde{A_w n_{wl}}) A_t A_{il} n_{il}'' \quad (24)$$

$$\Phi_{10,11,12} = (\widetilde{A_w n_{wr}}) A_t A_{tr} n_{tr}'' \quad (25)$$

위 식들에서  $n_{wl}'$ ,  $n_{wr}'$ 은 각각 WRF에 대해 표시된 좌우측 휠상의 접촉점에서 접촉면에 수직인

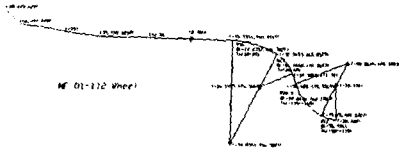


Fig. 4 NF 01-112 wheel profile

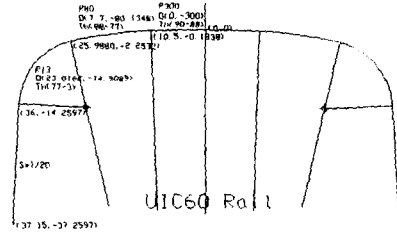


Fig. 5 UIC 60 rail profile

벡터를 의미하고  $n_{ll}$ ,  $n_{wr}$ 은 각각 LTRF와 RTRF에 대해 표현된 좌우측 레일상의 접촉점에서 접측면에 수직인 벡터를 의미한다. 식 (24)와 식 (25)는 각각 수직벡터들의 크기와는 무관하므로 각각 3개의 구속조건중 2개만이 독립이다. 휠담면 형상은  $x_{wi} - z_{wi}$  ( $i=l, r$ ) 평면에서 원형을 형성하고 원의 반경  $R_i$ 은  $y_{wi}$ 에 의해 결정될 수 있으므로 아래와 같은 두 개의 구속방정식을 구할 수 있다.

$$\Phi_{13} = x_{wl}''^2 + z_{wl}''^2 - R_l^2(y_{wl}'') \quad (26)$$

$$\Phi_{14} = x_{wr}''^2 + z_{wr}''^2 - R_r^2(y_{wr}'') \quad (27)$$

트랙의 위치벡터  $r_i$ 와 자세행렬  $A_i$ 는 트랙의 진행방향 변위  $s$ 의 함수로 표현된다. 본 연구에서는 트랙의 진행방향 변위  $s$ 를 구하기 위해 다음과 같이 WRF 원점과 TRF 원점의 거리를 일정하게 유지하기 위한 구속방정식을 사용한다.

$$\Phi_{15} = (x_l(s) - x_w)^2 + (y_l(s) - y_w)^2 + (z_l(s) - z_w)^2 - l^2 = 0 \quad (28)$$

$\Phi_1 \sim \Phi_{15}$ 로 표현된 15개의 구속조건외에 휠의 자세를 표현하기 위한 오일러 매개변수에 의한 구속조건이 필요하다. 오일러 매개변수들간의 구속조건은 아래의 식으로 표현된다.

$$\Phi_{16} = 1 - e_w^T e_w = 0 \quad (29)$$

식 (11)에 정의된 좌표의 개수는 18개이고 식 (18) ~ 식 (29)에서 독립적인 구속방정식은 14개이므로 휠/레일간의 접촉에 의해 2개의 자유도가 줄어들음을 알 수 있다.

### 3. 수치 예제

본 연구를 통하여 제안된 해석방법의 효용성을 검증하기 위해 NF 01-112 휠과 UIC 60레일에 대한 수치해석을 수행하였다. Fig. 4와 Fig. 5는 해석에 사용된 NF 01-112 휠과 UIC 60 레일의 단면 형상을 보여준다. Fig. 6은 불규칙도가 0일 경우 휠의 횡방향 변위에 대한 좌/우측 휠과 레일의 횡방향 변화량을 보여주고 그림에서  $y_{w0}$ ,  $y_{wr0}$ ,  $v_{l0}$ ,  $v_{r0}$ 는 각각 중립상태 ( $y_w=0$ )에서의  $y_{wl}$ ,  $y_{wr}$ ,  $v_l$ ,  $v_r$ 의 값들을 의미한다. 해석결과로부터 휠상 접촉점의 횡방향 변화량이 레일상 접촉점의 횡방향 변화량에 비해 크게 나타남을 알 수 있다. Fig. 7은 휠의 횡방향 변위

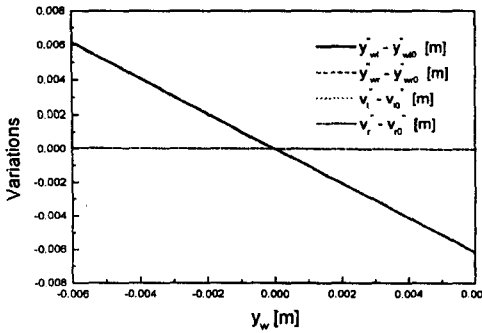


Fig. 6 Lateral variation according to  $y_w$

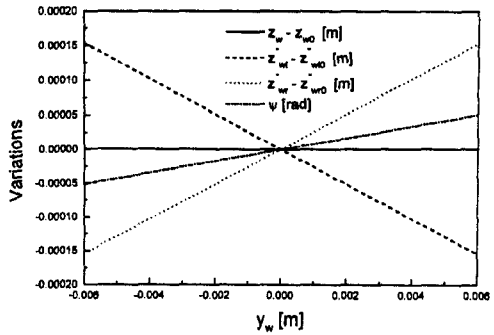


Fig. 7 Vertical variation according to  $y_w$

에 대한 좌/우측 궤상 접촉점들의 수직 방향 변화량과 궤의 롤각  $\psi$ 의 변화량을 보여주고 그림에서  $z_{w0}$ ,  $z_{wl}$ ,  $z_{wr}$ 는 각각 중립상태에서의  $z_w$ ,  $z_{wl}$ ,  $z_{wr}$ 를 의미한다. 해석결과로부터 수직 방향 변화량과 궤의 롤각 변화량이 미소하게 나타나고 궤셀의 수직방향 변화는 거의 나타나지 않음을 알 수 있다. Fig. 8은 해석에 사용된 트랙의 기준선을 보여주고 Fig. 9는 트랙의 캔트 및 게이지 불규칙도를 보여준다. 주어진 궤/레일의 접촉점을 찾기 위해 자유도수만큼의 좌표값이 주어져야 한다. 해석을 위한 독립좌표는 궤의 질량중심의  $x_w$ ,  $y_w$  성분 그리고 궤의 요회전과 피치 회전을 독립성분으로 선정하였다. Table 1은 허용오차  $10^{-5}$ 에 대한 세 경우의 수치해석 결과를 보여준다. 표에서  $q^0$ ,  $q^s$ ,  $\theta$ 는 각각 해석에 사용된 의사 일반좌표의 초기치, 위치해석을 통하여 구해진 의사 일반좌표, 그리고 구속조건 위반량을 나타낸다. 첫 번째 경우는 궤의 피치 회전이 없고  $s=3.098 m$ , 두 번째 경우는 피치각이 약  $140^\circ$  이고  $s=103.098 m$  세 번째 경우는 피치각이 약  $-70^\circ$  이고  $s=203.099 m$ 인 경우의 해석 결과들로 주어진 허용오차내에서 구속방정식을 잘 만족하고 있음을 알 수 있다.

#### 4. 결론

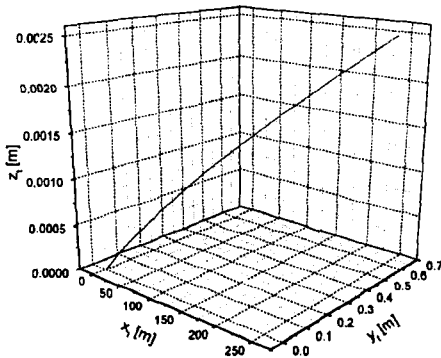


Fig. 8 Contour of track center line

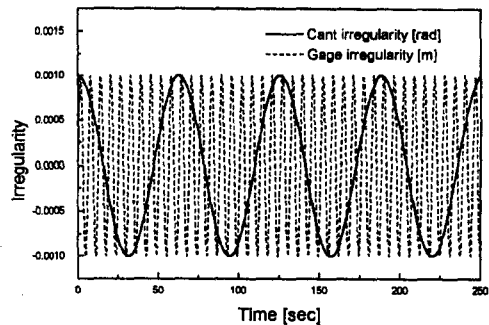


Fig. 9 Cant and gage irregularity

Table 1 Analysis results of wheel/rail contact for three cases

case I			case II			case III		
$q^0$	$q^s$	$\Phi$	$q^0$	$q^s$	$\Phi$	$q^0$	$q^s$	$\Phi$
3.250	3.250	3.8124E-6	103.250	103.250	1.283E-6	203.250	203.250	4.179E-6
-4.999E-3	-4.999E-3	-1.538E-9	1.040E-1	1.040E-1	2.137E-9	4.138E-1	4.138E-1	1.629E-8
6.299E-1	6.321E-1	-6.897E-11	6.330E-1	6.331E-1	9.312E-11	6.340E-1	6.340E-1	-1.718E-10
0.000	4.019E-4	3.813E-6	-9.566E-4	-9.526E-4	1.283E-6	1.129E-3	9.570E-4	4.179E-6
0.000	0.000	2.288E-9	9.492E-1	9.492E-1	3.196E-9	-5.740E-1	-5.740E-1	1.801E-8
0.000	0.000	1.655E-10	-7.157E-4	-7.036E-4	-6.061E-11	-1.607E-3	-1.487E-3	2.776E-10
1.000	9.999E-1	1.194E-15	-3.148E-1	-3.148E-1	-8.632E-16	-8.188E-1	-8.188E-1	-7.988E-15
0.000	2.202E-6	5.020E-15	-2.680E-1	-2.749E-1	1.045E-13	4.240E-001	4.326E-1	-1.798E-13
0.000	-1.150E-4	1.086E-15	5.147E-3	-1.360E-3	-1.066E-15	6.327E-3	-5.108E-3	-8.328E-15
-0.460	-4.600E-1	3.262E-13	3.737E-1	3.688E-1	-4.013E-13	-1.780E-1	-1.569E-1	5.542E-14
0.000	3.651E-6	6.232E-14	-2.681E-1	-2.750E-1	1.771E-12	4.242E-001	4.325E-1	-3.081E-12
0.000	9.352E-3	-5.508E-12	1.129E-3	7.608E-3	6.804E-12	2.069E-3	3.508E-3	-9.258E-13
-0.460	-4.602E-1	-1.454E-11	3.739E-1	3.690E-1	-1.642E-12	-1.781E-1	-1.569E-1	-1.747E-11
0.000	1.518E-1	-2.220E-16	4.036E-1	1.516E-1	1.804E-16	4.039E-001	1.522E-1	0.000
0.000	-7.452E-3		7.519E-3	-7.467E-3		7.530E-3	-7.506E-3	
0.000	1.517E-1		4.039E-1	1.519E-1		4.037E-1	1.515E-1	
0.000	7.544E-3		-7.457E-3	7.529E-3		-7.447E-3	7.490E-3	
3.000	3.098		102.838	103.098		202.797	203.099	

본 연구를 통하여 휠/레일간의 크리프 힘과 같은 접촉작용력을 계산하기 위해 필요한 접촉점을 찾는 해석방법을 제시하였다. 기존의 해석방법이 미소한 각의 변위만을 고려할 수 있고 휠의 피치각변화를 고려할 수 없고 기존의 해석 프로그램들의 특성상 트랙의 고저와 게이지 불규칙도를 고려할 수 없는 반면 본 연구를 통하여 제시된 해석방법은 큰 각의 변위를 고려하고 또한 휠의 피치를 고려할 수 있다. 또한 기존의 해석 프로그램들이 고려치 못하는 트랙의 고저변화 및 게이지 불규칙도를 고려할 수 있으며 열차의 다물체 동역학 해석에 적용이 용이하다.

### 후 기

본 논문의 연구는 건설교통부, 산업자원부, 과학기술부 공동주관 아래 선도기술개발사업으로 시행되는 고속전철기술개발사업에 의해 지원을 받아 수행되었으며, 이에 관계자에게 감사드립니다.

### 참고 문헌

1. T. D. Burton and A. M. Whitman, 1978, "Nonlinear Kinematics of Wheel-Rail Contact," *J. of applied mechanics*, vol. 45, pp. 664-668
2. VAMPIRE User manual, 1997. BR reasearch
3. ADAMS/Rail Reference Manual, ver. 8.2, Mechanical Dynamics, 1995
4. Kendall E. Atkinson, *An Introduction to Numerical Analysis*, John Wiley & Sons, 1987, pp. 177-182
5. Parviz E. Nikravesh, *Computer-Aided Analysis of Mechanical Systems*, 1988, Prentice-Hall International, Inc., pp. 153-180