

열차 동역학에서 기구학적 비연성을 이용한 분할 해석 방법

Partitioning method using kinematic uncoupling in train dynamics

박정훈*, 유홍희**, 황요하***, 김창호****
J. H. Park*, H. H. Yoo**, Y. Hwang***, C. H. Kim****

Abstract

In this paper, an efficient and accurate formulation for the transient analysis of constrained multibody systems is presented. The formulation employs Kane's method along with the null space method. Kane's method reduces the dimension of equations of motion by using partial velocity matrix: it can improve the efficiency of the formulation. Furthermore, the formulation partitions the coefficient matrix of linear and nonlinear equations into several sub-matrices using kinematic uncoupling. This can solve the equations more efficiently. The proposed formulation can be used to perform dynamic analysis of systems which can be partitioned into several sub-systems such as train systems. One numerical example is given to demonstrate the efficiency and accuracy of the formulation, and another numerical example is given to show its application to the train systems.

1. 서론

구속 다물체계의 (constrained multibody systems) 운동방정식을 기술하기 위해 시스템을 기술하는 좌표의 수를 그 계의 자유도보다 크게 선정하는 것은 다물체 동역학 해석분야에는 흔한 일이다. 이는 운동방정식 유도 일반성 및 간명성을 위해 필수적인데, 그 결과 계의 운동방정식은 미분방정식과 대수방정식의 합성형태로 나타나게 되며 이를 미분대수방정식이라 (DAE: differential and algebraic equations) 부른다.

현재까지 미분대수 방정식을 풀기 위해 몇 가지 방법들이 제안되어왔다. Wehage 등은^[1] 일반 좌표를 종속좌표와 독립좌표로 분할 하는 일반좌표 분할법을 (generalized coordinates partitioning method) Baumgarte와^[2] Chang 등은^[3] 피드백제어 이론을 (feedback control logic) 사용한 구속조건 안정법을 제안하였다. Park 등은^[4] 케인의 방법에 (Kane's method) 근거한 편속도행렬을 (partial velocity matrix) 이용하여 풀어야 하는 미분대수방정식의 크기를 기존의 방법에 비해 구속조건수 만큼 줄인 계산상 효율성을 갖는 해석 방법을 제안하였다.

기존에 제안된 해석방법을 이용하여 열차시스템과 같이 많은 강체로 구성된 계의 과도해석을

* 한국과학기술연구원 트라이블로지 연구센터 학생연구원, 비회원

** 한양대학교 기계공학부 부교수, 정회원

*** 한국과학기술연구원 트라이블로지 연구센터 선임연구원, 정회원

**** 한국과학기술연구원 트라이블로지 연구센터 책임연구원, 정회원

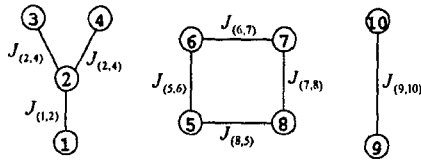


Fig. 1 Graphical representation of the kinematically uncoupled system

수행할 경우 풀어야 하는 선형방정식의 크기가 방대해져서 해석수행에 많은 시간이 소요된다. 열차시스템의 모델링시 강체간의 상대운동을 구속하기 위한 기구학적 조인트는 휠의 회전축과 축박스간에 회전 조인트를 사용하여 모델링할 수 있고 그 외의 강체들간에는 스프링과 같은 현가요소로 모델링될 수 있다. 열차와 같은 계의 위치해석, 속도해석, 그리고 가속도해석을 수행하기 위해 사용되는 선형 및 비선형 방정식의 계수행렬은 기구학적으로 상대운동이 구속되지 않은 경우 서로 비연성 관계를 가지게 된다. 따라서 계수행렬을 기구학적으로 비연성된 몇 개의 부분들로 분할할 수 있으며 독립적으로 분할된 방정식을 사용하여 해석을 수행할 수 있다. 몇 개로 분할된 방정식을 풀 경우 열차시스템과 같이 풀어야 하는 변수의 개수가 많고 기구학적으로 분리될 수 있는 시스템의 해석의 계산상 효율성을 증가시킬 수 있다.

본 논문에서는 열차시스템과 같이 기구학적 비연성된 몇 개의 시스템으로 분할될 수 있는 계의 해석을 효율적으로 수행할 수 있는 해석방법을 제시한다. 제안된 해석방법의 계산상 효율성을 검증하기 위해 두 개의 이중진자로 구성된 계와 실제 시스템에 대한 적용 예로 대차시스템에 대해 시뮬레이션을 수행하였다. 이중진자에 대해 계산상 효율성은 기구학적으로 시스템을 분할한 경우와 분할하지 않은 경우의 계산시간과 비교를 통하여 검증하였고 해석결과의 정확성은 상용해석프로그램의 해석결과와 비교를 통하여 검증하였다.

2. 제안하는 분할 해석방법

본 절에서는 기구학적 비연성 관계를 이용하여 위치해석, 속도해석, 가속도해석 수행시 풀어야 하는 선형 및 비선형 방정식의 분할 해석방법을 제시한다. Fig. 1은 기구학적 비연성을 갖는 세 개의 부분 트리구조로 구성된 계를 보여준다. 그림에서 ③은 s 번째 강체를 의미하고 $J_{(i,j)}$ 는 강체 i 에 대한 강체 j 의 상대운동을 구속하기 위한 기구학적 조인트를 나타낸다. 그림에 나타난 계의 과도해석(transient analysis)을 위한 구속방정식과 구속방정식의 자코비안 행렬은 다음과 같이 표현된다.

$$\Phi = [\Phi_{q_1}^T \quad \Phi_{q_2}^T \quad \Phi_{q_3}^T]^T \quad (1)$$

$$\Phi_q = \begin{bmatrix} \Phi_{q_1}^T & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_{q_2}^T & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_{q_3}^T \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서,

$$\Phi_{q_i}^T \equiv \begin{bmatrix} \Phi_{q_1}^{J_{(1,2)}} & \Phi_{q_2}^{J_{(1,2)}} & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_{q_2}^{J_{(2,3)}} & \Phi_{q_1}^{J_{(2,3)}} & 0 \\ 0 & \Phi_{q_2}^{J_{(2,4)}} & 0 & \Phi_{q_1}^{J_{(2,4)}} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\Phi_{q_i}^{T_k} \equiv \begin{bmatrix} \Phi_{q_5}^{J(5,6)} & \Phi_{q_6}^{J(5,6)} & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_{q_6}^{J(6,7)} & \Phi_{q_7}^{J(6,7)} & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_{q_7}^{J(7,8)} & \Phi_{q_8}^{J(7,8)} \\ \Phi_{q_5}^{J(8,5)} & 0 & 0 & \Phi_{q_6}^{J(8,5)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\Phi_{q_i}^{T_3} \equiv \begin{bmatrix} \Phi_{q_9}^{J(9,10)} & \Phi_{q_{10}}^{J(9,10)} \end{bmatrix} \quad (5)$$

위 식들에서 q_i 는 강체 i 의 위치와 자세를 표현하기 위한 좌표를 T_k 는 k 번째 부분 트리구조를 의미한다. 그리고 $\Phi_{q_k}^{J(i,j)}$ 는 강체 i 와 강체 j 에 연결된 조인트에 의한 구속방정식의 q_k ($k=i$ or j)에 대한 자코비안 행렬을 의미한다. 위치, 속도, 가속도해석 수행시 구속방정식의 자코비안 행렬을 계수행렬로 사용하므로 기구학적 비연성된 구조들은 연성관계를 가지지 않음을 알 수 있고 각각의 해석 수행시 기구학적으로 비연성된 부분 트리구조들을 분리하여 독립적 계산을 수행할 수 있음을 알 수 있다.

2.1 위치해석

뉴턴-랩슨의 방법을 이용하여 Fig. 1에 나타난 계의 위치해석 수행을 위한 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \Phi_{q_i}^{T_1} & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_{q_i}^{T_2} & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_{q_i}^{T_3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta q^{T_1} \\ \Delta q^{T_2} \\ \Delta q^{T_3} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \Phi^{T_1} \\ \Phi^{T_2} \\ \Phi^{T_3} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

위의 식에서 $q_i^{T_k}$ 는 k 번째 부분 트리구조를 구성하는 강체들의 위치 및 자세를 나타내기 위해 사용되는 좌표를 의미하고 Δq^{T_k} 는 그 변화량을 나타낸다. 식 (6)은 아래와 같은 세 개의 선형방정식으로 분할할 수 있다.

$$\Phi_{q_i}^{T_k} \Delta q^{T_k} = - \Phi^{T_k} \quad (k=1, 2, 3) \quad (7)$$

부분 트리구조 k 가 n_k 개의 좌표와 조인트에 대한 독립구속방정식 m_k 개를 가질 경우 자코비안 행렬인 $\Phi_{q_i}^{T_k}$ 에 full row와 column pivoting을 사용하면 일반좌표 q^{T_k} 는 $n_k - m_k$ 개의 독립좌표 $q_i^{T_k}$ 와 m_k 개의 종속좌표 $q_d^{T_k}$ 로 분할할 수 있다. 따라서 일반좌표를 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$q^{T_k} = \begin{bmatrix} q_d^{T_k T} & q_i^{T_k T} \end{bmatrix}^T \quad (8)$$

위치해석 수행시 독립좌표 $q_i^{T_k}$ 의 값을 $q_i^{T_k}$ 로 고정시키면 구속방정식으로부터 $q_d^{T_k}$ 의 값을 결정할 수 있다. 즉, 구속방정식을 풀기 위해서 뉴턴-랩슨 방법을 이용할 수 있고 아래와 같은 방정식을 반복적으로 풀면 종속좌표를 구할 수 있다.

$$\Phi_{q_d}^{T_k} \Delta q_d^{T_k} = - \Phi^{T_k} \quad (9)$$

2.2 속도해석

Fig. 1에 나타난 계의 속도해석을 위한 방정식은 식 (1)을 시간에 대해 미분하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \phi_{q^{r_1}}^{r_1} & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{q^{r_2}}^{r_2} & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{q^{r_3}}^{r_3} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}^{r_1} \\ \dot{q}^{r_2} \\ \dot{q}^{r_3} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \phi_t^{r_1} \\ \phi_t^{r_2} \\ \phi_t^{r_3} \end{pmatrix} \quad (10)$$

식 (10)은 아래와 같은 세 개의 선형방정식으로 분할할 수 있다.

$$\phi_{q^{r_k}}^{r_k} \dot{q}^{r_k} = -\phi_t^{r_k} \quad (k=1, 2, 3) \quad (11)$$

속도해석 수행시 $\dot{q}_i^{r_k}$ 를 $q_i^{r_k}$ 로 고정시키면 $\dot{q}_d^{r_k}$ 를 구하기 위한 선형방정식은 다음과 같다.

$$\phi_{q_d^{r_k}}^{r_k} \dot{q}_d^{r_k} = -\phi_{q_i^{r_k}}^{r_k} q_i^{r_k} - \phi_t^{r_k} \quad (12)$$

독립일반속력 u^{r_k} 는 다음과 같이 정의된다.

$$u^{r_k} \equiv \dot{q}_i^{r_k} \quad (13)$$

\dot{q}^{r_k} 는 독립일반속력 u^{r_k} 의 함수로 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{q}^{r_k} = B^{r_k} u^{r_k} + c^{r_k} \quad (14)$$

여기서 B^{r_k} 는 편속도행렬로서^[4] 구속조건식에 대한 자코비안 행렬의 널 공간이 (null space) 된다. 그리고 $b_{ij}^{r_k}$ 를 편속도행렬 B^{r_k} 의 성분이라 하면 $b_{ij}^{r_k}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$b_{ij}^{r_k} \equiv \partial \dot{q}_i^{r_k} / \partial u_j^{r_k} \quad (15)$$

2.3 운동방정식

Fig. 1에서 보여준 계에 대한 케인의 방법에 의한 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$F^* + F = 0 \quad (16)$$

여기서 F^* 와 F 은 각각 일반관성력(generalized inertia force) 행렬과 일반작용력(generalized active force) 행렬을 나타내며 다음과 같이 구해진다.

$$F^* = -B^T (M \dot{q} + C_F \dot{q}) \quad (17)$$

$$F = B^T Q \quad (18)$$

여기서

$$B \equiv \begin{bmatrix} B^{r_1} & 0 & 0 \\ 0 & B^{r_2} & 0 \\ 0 & 0 & B^{r_3} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$M \equiv \begin{bmatrix} M^{r_1} & 0 & 0 \\ 0 & M^{r_2} & 0 \\ 0 & 0 & M^{r_3} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$C_F = \begin{bmatrix} C_F^{r_1} & 0 & 0 \\ 0 & C_F^{r_2} & 0 \\ 0 & 0 & C_F^{r_3} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$C_F^{r_k} \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{\omega}_l J_l & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \tilde{\omega}_m J_m \end{bmatrix} \quad \text{when } \begin{matrix} k=1, (l=1, m=4) \\ k=2, (l=5, m=8) \\ k=3, (l=9, m=10) \end{matrix} \quad (22)$$

$$Q = [Q_1^T \quad Q_2^T \quad Q_3^T]^T \quad (23)$$

식 (22)에서 ω_i 는 강체 i 에 고정된 좌표계에 대해 표현된 강체 i 의 각속도의 벡터를 나타내고 $\tilde{\omega}_i$ 는 강체 i 의 각속도에 대한 교대행렬을 (skew symmetric matrix) 나타낸다. 식 (17)과 식 (18)으로부터, 자유도 f 개의 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$-B^T(M\ddot{q} + C_F\dot{q}) + B^TQ = 0 \quad (24)$$

식 (24)의 개수 f 는 구해야 하는 변수(\ddot{q})의 수보다 적으므로 바로 풀 수 없다. n 개의 \ddot{q} 을 구하기 위해 식 (24)와 구속방정식을 시간에 대해 두 번 미분한 가속도 구속방정식을 동시에 풀어야 한다. 가속도 구속방정식과 식 (24)는 다음과 같은 하나의 행렬식으로 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} B^T M \\ \Phi_q \end{bmatrix} \{ \ddot{q} \} = \begin{bmatrix} B^T(Q - C_F\dot{q}) \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (25)$$

식 (25)는 위치해석 및 속도해석과 같이 아래와 같은 독립된 세 개의 구조로 분할하여 가속도를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} B_n^T M_n \\ \Phi_{q_n} \end{bmatrix} \{ \ddot{q}_n \} = \begin{bmatrix} B_n^T Q_n \\ \gamma_n \end{bmatrix} \quad (26)$$

3. 수치예제

예제 1] 복수 이중진자 시스템

Fig. 2는 두 개의 이중진자로 구성된 시스템을 보여준다. 강체 1과 2 그리고 강체 3과 4는 회전조인트에 의해 상대운동이 구속되어 있다. 그림에서 K_1 과 ($50[N/m]$) K_2 는 각각 강체 1과 3사이 그리고 강체 2와 4에 연결된 스프링의 강성을 의미하고 a_1, a_2, a_3 , 그리고 a_4 는 각각 $0.4[m]$, $0.3[m]$, $0.4[m]$, 그리고 $0.5[m]$ 이다. Table 1은 두 개의 이중진자의 관성특성치와 초기 조건을 보여준다. Fig. 3은 시스템에 대한 트리구조를 보여준다. 부분 트리구조 1(강체 1과 2로 구성된 트리구조)은 부분 트리구조 2(강체 3과 4로 구성되는 트리구조) 사이에는 상대운동을 구속하기 위한 구속조인트가 없으므로 각각의 트리구조를 분할하여 운동방정식을 풀 수 있다. 시스템을 트리구조 1과 트리구조 2로 분할하여 운동방정식을 푼 경우 분할하지 않는 경우에 비해 해석시간은 약 0.48배 정도가 소요되며 따라서 계산상 효율성이 증가함을 알 수 있다. Fig. 4는 해석결과의 정확성을 검증하기 위해 ADAMS의 해석결과, 분할하지 않는 경우의 해석결과, 그리고 분할한 경우의 해석결과에 대한 강체 4의 y_4 의 시간에 따른 궤적을 보여주고 있는데 이 결과로부터 세 경우의 해석결과가 서로 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

예제 2] 동력대차 시스템

Fig. 5는 TGV의 동력차량에 사용되는 대차를 보여주고 있다. 그림에서 강체 2는 대차를 강체 3과 강체 4는 각각 후륜과 전륜을 나타낸다. 강체 5, 6은 후륜과 회전 조인트로 연결된 축박스를, 강체 7, 8은 전륜과 회전조인트로 연결된 축박스를 나타낸다. Fig. 6은 대차시스템에 대한 트리구조를 보여준다. 그림으로부터 대차 2, 휠셀 3(후륜+ 축박스 5, 6), 휠셀 4(전륜 + 축박스 7, 8)는 서로 분리될 수 있음을 알 수 있다. Table 2는 해석에 사용된 강체들의 관성치를 나타내고 Table 3은 해석에 사용된 각 강체들의 초기조건을 보여준다. Table 4는 축박스와 대차간의 1차 현가장치에 대한 정보로 1차 현가장치는 8개의 부상 요소로 모델링 되었다. 표에서 s_i 와

s_j 는 각각 강체에 고정된 좌표계에 대한 강체 i 와 강체 j 상의 부상요소가 장착된 지점까지의 위치벡터를 의미한다. 부상요소의 병진 강성과 병진 감쇠계수는 $40.0E6$, $9.0E6$, $0.5E6$ [N/m]와 $0.022E6$, $0.01E6$, $0.0025E6$ [$Nsec/m$]를 각각 사용하였다. Fig. 7은 대차차체의 시간에 따른 변위를 보여주고 있다. 차체는 진행방향 속도는 거의 10 m/sec 로 일정하게 진행하고 있음을 알 수 있다. Fig. 8은 후륜에 고정된 좌표계에 대한 각속도를 보여준다. 후륜의 경우도 대차와 같이 진행방향으로 거의 10 m/sec 의 속도를 가지고 요방향각속도는 약 21.7 rad/sec 로 거의 일정하게 유지되고 있음을 알 수 있다. 해석결과로부터 중립상태에서의 바퀴의 회전반경이 0.46 m 임을 고려하면 접촉점에서의 미끄러짐은 아주 작음을 알 수 있다. Fig. 9는 후륜과 전륜의 좌우측 접촉점에서의 수직항력의 크기를 보여준다. 해석결과로부터 해석초기 수직항력이 다소 적게 나오는 것은 중력에 의한 1차 현가요소의 초기 변형길이를 고려치^[7] 않았음에서 기인한다. 해석시간이 지남에 따라 거의 16100 N 에 수렴함을 알 수 있다.

결론

본 논문에서는 열차 시스템과 같이 기구학적으로 비연성된 몇 개의 부분 트리구조로 분할될 수 있는 계의 해석을 효율적으로 수행할 수 있는 해석방법이 제시되었다. 이 방법은 매 적분구간마다 풀어야 하는 선형 및 비선형 방정식을 분할함으로써 계산상 효율성을 높였다. 또한 제시된 방법은 병렬처리에 적합하여 병렬처리시 계산상 효율성은 더욱 증가될 수 있다. 기구학적 비연성을 갖는 예제에 대한 해석결과를 통하여 제시된 방법이 수치적 정확성과 계산상 효율성을 지닐 것을 보였다.

후기

본 논문의 연구는 건설교통부, 산업자원부, 과학기술부 공동주관 아래 선도기술개발사업으로 시행되는 고속전철기술개발사업에 의해 지원을 받아 수행되었으며, 이에 관계자에게 감사드립니다.

참고문헌

1. Wehage, R. A., and Haug, E. J., 1982, "Generalized Coordinates Partitioning for Dimension Reduction in Analysis of Constrained Dynamic Systems," *J. Mechanical Design*, vol. 104, pp. 247-255.
2. Baumgarte, J., 1972, "Stabilization of Constraints and Integrals of Motion," *Computer Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 1.3.
3. C. O. Chang, P. E. Nikravesh, 1985, "An Adaptive Constraint Violation Stabilization Method for Dynamic Analysis of Mechanical systems," *J. Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, vol. 107, pp. 488-492.
4. 박정훈, 유홍희, 황요하, 배대성, 1997, "케인 방법을 이용한 구속 다물체계의 동역학 해석", 대한 기계학회 논문집(A), 제 21권, 제 12호, pp. 2156-2164.
5. T. R. Kane, D. A. Levinson, 1985, *DYNAMICS: Theory and Application*, McGraw-Hill.
6. Edward J. Haug, 1989, *Computer-Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems*, ALLYN AND BACON.
7. 박정훈, 유홍희, 황요하, 1998, "케인의 다물체동역학에서 주어진 정적평형상태의 시스템 매개변수를 계산하기 위한 최적화 알고리즘", 한양대학교 기계기술연구논문집, 제 4권 제 1호

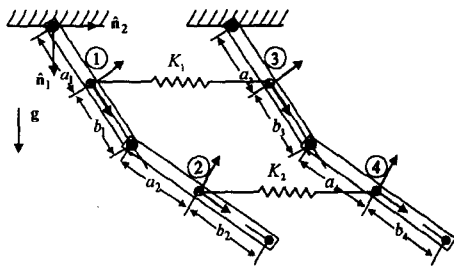


Fig. 2 Two double pendulums

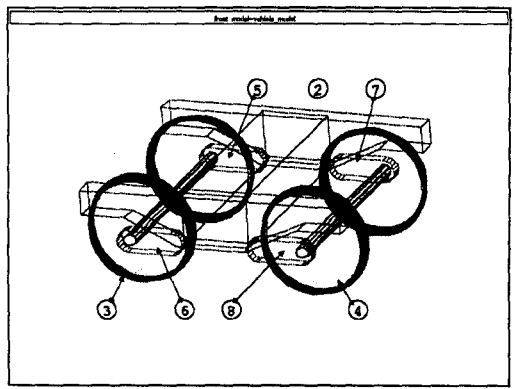


Fig. 5 Bogie system

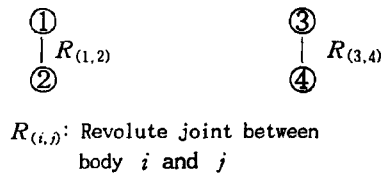


Fig. 3 Graphical representation of the kinematically uncoupled system



Fig. 6 Graphical representation of the bogie system

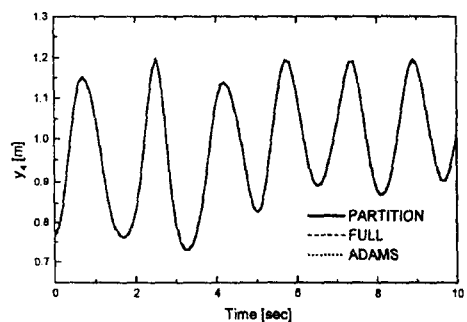


Fig. 4 Displacement(y_4) of body 4

Table 1 Inertia properties and Initial conditions

Inertia properties			
m_1 [kg]	5.0	J_1 [kgm ²]	2.5
m_2 [kg]	3.0	J_2 [kgm ²]	1.5
m_3 [kg]	4.0	J_3 [kgm ²]	2.0
m_4 [kg]	5.0	J_4 [kgm ²]	2.0
Initial conditions			
(x_1, y_1) [m], θ_1 [deg]	(0.433, 0.250), 30.0		
(x_2, y_2) [m], θ_2 [deg]	(1.078, 0.712), 45.0		
(x_3, y_3) [m], θ_3 [deg]	(0.283, 1.283), 45.0		
(x_4, y_4) [m], θ_4 [deg]	(0.766, 1.912), 60.0		

Table 2 Inertia properties of example 1

No.	Mass [kg]	Moment of inertia [kgm^2]		
		I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}
1	2446.00	1645.00	2593.00	3068.00
2	2048.00	1030.00	110.00	1030.00
3	2048.00	1030.00	110.00	1030.00
4	10.00	10.0	10.0	10.0
5	10.00	10.0	10.0	10.0
6	10.00	10.0	10.0	10.0
7	10.00	10.0	10.0	10.0

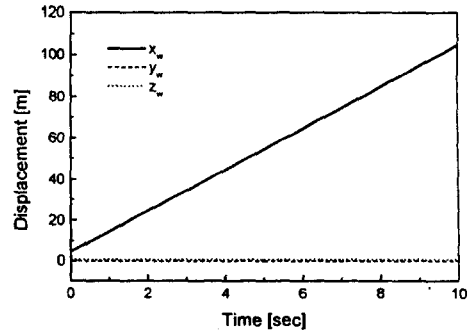


Fig. 7 Displacement of bogie

Table 3 Initial values of example 1

No.	r_i [m],	v [m/sec],
	e_i	ω [rad/sec]
2	(4.750, 0.0000, 0.732)	(10.000, 0.000, 0.000)
	(0.000,0.000,0.000,1.000)	(0.000, 0.000, 0.000)
3	(3.250, 0.000, 0.632)	(10.000, 0.000, 0.000)
	(0.000,0.000,0.000,1.000)	(0.000, 21.739, 0.000)
4	(6.250, 0.000, 0.632)	(10.000, 0.000, 0.000)
	(0.000,0.000,0.000,1.000)	(0.000, 21.739, 0.000)
5	(3.250, 1.000, 0.632)	(10.000, 0.000, 0.000)
	(0.000,0.000,0.000,1.000)	(0.000, 0.000, 0.000)
6	(3.250, -1.000, 0.632)	(10.000, 0.000, 0.000)
	(0.000,0.000,0.000,1.000)	(0.000, 0.000, 0.000)
7	(6.250, 1.000, 0.632)	(10.000, 0.000, 0.000)
	(0.000,0.000,0.000,1.000)	(0.000, 0.000, 0.000)
8	(6.250, -1.000, 0.632)	(10.000, 0.000, 0.000)
	(0.000,0.000,0.000,1.000)	(0.000, 0.000, 0.000)

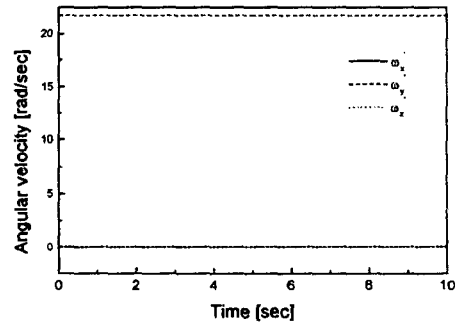


Fig. 8 Angular velocity of rear wheelset

Table 4 1st suspension (bushing element)

No.	i	j	s_i [m]	s_j [m]
	body	body		
1	5	2	(-0.1,0.0,0.0)	(-1.6,1.0,-0.1)
2	5	2	(0.1,0.0,0.0)	(-1.4,1.0,-0.1)
3	6	2	(-0.1,0.0,0.0)	(-1.6,-1.0,-0.1)
4	6	2	(0.1,0.0,0.0)	(-1.4,-1.0,-0.1)
5	7	2	(-0.1,0.0,0.0)	(1.4, 1.0,-0.1)
6	7	2	(0.1,0.0,0.0)	(1.6, 1.0,-0.1)
7	8	2	(-0.1,0.0,0.0)	(1.4,-1.0,-0.1)
8	8	2	(0.1,0.0,0.0)	(1.6,-1.0,-0.1)

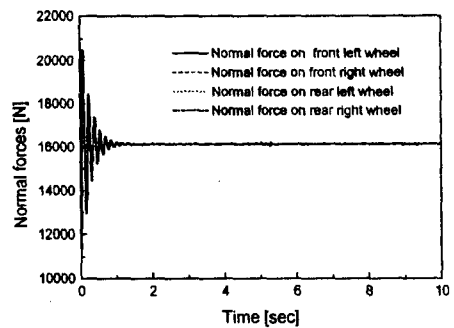


Fig. 9 Normal forces on rear and front wheelsets