

# 유효한 2차원 모델을 이용한 리니어 브레이크 성능 해석

## Performance Analysis of Linear Brake by Using Efficient 2-D Model

한필완\*  
Han, Pil-wan

전연도\*\*  
Chun, Yon-Do

이 주\*\*\*  
Lee, Ju

이관섭\*\*\*\*  
Lee, Kwan Seop

### ABSTRACT

This paper presents the efficient 2-D linear brake analysis model which can compensate the lateral leakage flux by changing the airgap length and magneto-motive force(MMF). The linkage flux of the 2-D analysis is larger than that of 3-D analysis. This is caused by the assumption in 2-D analysis that geometric and physical values are constant along the perpendicular direction(z) to the analysis region. The equivalent MMF have been calculated from the linkage flux difference between the 2-D and 3-D analyses which are performed at zero velocity. The performances of the linear brake have been analyzed effectively by using the compensated 2-D models without using 3-D FEM.

### 1. 서 론

여객용 열차의 개발은 점차 고속화되고 있으며 열차의 고속화에 수반하여 승객의 안전성 확보가 무엇보다 중요시됨에 따라 열차의 제동력에 대한 중요성이 더욱 커지고 있다[1]. 일반적으로 제동력을 발생시키기 위해 고속열차에 사용되는 브레이크의 종류에는 디스크 브레이크, 리니어 브레이크, 회생 브레이크 등이 있다. 이 가운데 리니어 브레이크는 “자기장 내에서 운동하는 도체는 제동력이 발생된다”는 원리를 이용한 브레이크 시스템으로 고속 전철의 보조적인 브레이크로 이용되고 있다[2].

이러한 리니어 브레이크의 제동력은 입력전류, 공극의 길이, 열차의 속도에 의해 결정되며 리니어 브레이크의 설계를 위해서는 정확한 해석을 기초로 한 특성 고찰이 중요하다. 리니어 브레이크를 실제로 이용할 경우 기계적으로 허용되는 공극의 최소길이는 6.0(mm)정도로 알려져 있으며 실용적인 면에서는 약 7(mm)이상의 공극이 사용되고 있다.

일반적으로 리니어 브레이크와 같은 속도기전력을 포함하는 전자계 현상은 주로 유한요소법과 같은 수치해석적인 방법이 주로 이용되고 있다. 이때 2차원적인 방법으로 해석할 경우 해석단면에 수직인 횡방향의 누설자속을 고려할 수 없기 때문에 리니어 브레이크와 같이 큰 기계적 공극을 갖는 기기의 해석에서는 정확한 해석을 하기 어렵다. 또한 해석의 정밀도를 보장하기 위하여 3차원 해석방법을 이용할 경우 리니어 브레이크와 같은 문제는 속도기전력을 포함하는 시변자계의 문제로서 매우 복잡하고 많은 계산 용량 및 계산시간을 필요로 한다.

\* 한양대학교 전기공학과 석사과정

\*\* 한양대학교 전기공학과 박사과정

\*\*\* 한양대학교 전자전기공학부 전임강사, 정회원

\*\*\*\* 철도기술연구원 책임연구원

따라서 본 논문에서는 3차원 해석의 정밀도를 보장하면서 계산시간 단축의 장점을 가질 수 있도록 횡방향의 누설자속을 등가공극길이와 등가자력으로 보상한 2차원해석 모델을 제안하였다. 제안된 해석모델을 이용하여 계산시간과 계산용량을 줄이고, 2차원 해석의 정밀도를 높일 수 있었다. 보상된 2차원 모델해석을 이용하여 리니어브레이크의 속도, 공극과 같은 중요 파라미터에 대한 제동력 및 수직력에 대한 특성을 계산할 수 있었다.

## 2. 해석모델

그림 1은 리니어 브레이크를 사면체요소로 분할한 3차원 해석모델이다. 본 논문의 브레이크 시스템은 8극이지만 x방향의 주기성을 고려하고 축방향(x방향)의 단부효과를 무시하여 1극만을 해석영역으로 선택하였다. 1극의 길이(x방향)는 110(mm)이고, 폭(z방향)은 50(mm), 공극의 길이는 7(mm)이다. 계변수로 스칼라 포텐셜을 이용하였으며 x-z평면에 자연경계조건을, y-z평면에 주기경계조건을 적용하였다.

그림 2는 삼각형요소로 분할된 2차원(x-y평면) 해석모델이다. 요소수는 5,078개이고, 절점수는 2,626개이다. 자기벡터포텐셜을 이용한 지배방정식으로부터 계산하였으며 y경계선에 주기경계조건을 x경계선에 고정경계조건을 적용하여 해석하였다.

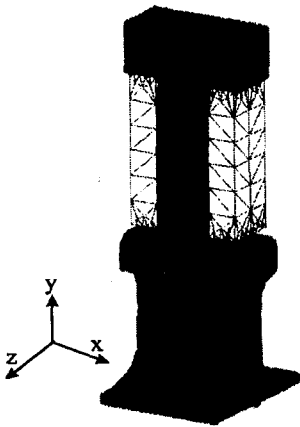


그림 1. 3차원 해석모델  
Fig. 1. 3-D Analysis model

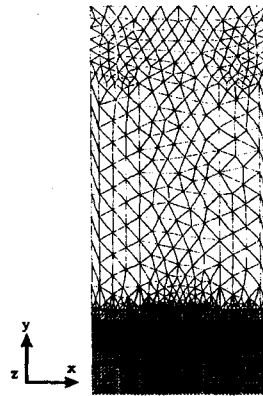


그림 2. 2차원 해석모델  
Fig. 2. 2-D Analysis model

## 3. 지배방정식

### 3.1 자기 스칼라 포텐셜에 대한 지배방정식

유한요소해석에서 계변수로 자기벡터 포텐셜과 전류스칼라 포텐셜(A- $\phi$ )을 이용한 방법과 자기 스칼라포텐셜과 전류벡터 포텐셜(T- $\Omega$ )을 사용한 방법이 있으나 정자계 문제에서 자기스칼라 포텐셜을 사용할 경우 벡터포텐셜을 이용하는 경우보다 미지수가 줄어들어 계산용량과 계산시간상에 장점이 있다. 따라서 본 연구에서는 자기스칼라 포텐셜( $\Omega$ )을 계변수로 사용하여 유한요소해석을 수행하였다.

자기스칼라포텐셜을 이용한 전자계의 지배방정식은 맥스웰 방정식과 상관 관계식으로부터 유도하면 식 (1)로 나타낼 수 있다.

$$\nabla \cdot [\mu(\vec{T} - \nabla\Omega) + \mu_0 \vec{H}_c] = 0 \quad (1)$$

여기서  $\vec{T}$ 는 전류벡터포텐셜,  $\Omega$ 는 자기스칼라포텐셜,  $\vec{H}_c$ 는 영구자석의 보자력을 나타낸다. 전류벡터포텐셜은 구동전류와 유도전류에 의해 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{T} = \vec{T}_0 + \vec{T}_e \quad (2)$$

여기서  $\vec{T}_0$ 는 구동전류벡터포텐셜이고  $\vec{T}_e$ 는 유도전류벡터포텐셜을 나타낸다.

따라서, 정상상태의 문제에서 전류벡터포텐셜은 구동전류벡터포텐셜만으로 나타내게 된다. 이때 전류가 x-y평면에 분포되어 있다고 가정하면 전류벡터포텐셜을 식 (3)에 나타낸 것처럼 z방향 성분( $T_z$ )만으로 나타낼 수 있다.

$$J_x = \frac{\partial T_z}{\partial y} \quad J_y = -\frac{\partial T_z}{\partial x} \quad (3)$$

### 3.2 자기 벡터 포텐셜에 대한 지배방정식

자기벡터 포텐셜을 이용한 2차원 속도기전력 문제의 지배방정식은 식 (4)와 같다.

$$\nabla^2 \frac{1}{\mu} \vec{A} = -\vec{J}_0 + \sigma(-\vec{v} \times \nabla \times \vec{A} + \nabla\phi) \quad (4)$$

여기서,  $\vec{A}$ 는 자기벡터 포텐셜,  $\vec{J}_0$ 는 입력 전류밀도[A/m<sup>2</sup>],  $\sigma$ 는 레일의 도전율,  $\vec{v}$ 는 열차의 이동속도,  $\phi$ 는 전기스칼라포텐셜이다.

식 (4)의 우변 두 번째 항의 속도  $v$ 는 x축 방향성분만을 가지고, 벡터포텐셜  $\vec{A}$ 가 z방향 성분을 가진다고 가정하면,  $\nabla\phi = 0$ 이므로 식 (5)과 같은 특성방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial \vec{A}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial \vec{A}}{\partial y} \right) = -J_0 + \sigma v \frac{\partial \vec{A}}{\partial x} \quad (5)$$

## 4. 해석결과 및 검토

### 4.1 횡방향 누설자속과 등가 기자력

그림 3(a)는 공극이 7(mm)일 때 y-z 단면에서의 자속 분포를 나타낸 것이다. 그림에서 공극의 측면에 누설자속이 분포하는 것을 알 수 있다. 이 횡방향 누설자속 때문에 2차원 해석시 3차원 해석과 비교했을 때 계산오차가 발생한다. 그림 3(b)는 레일의 x-z평면에서의 자속분포를 나타낸 것이다.

그림 4는 리니어브레이크가 정지상태일때 레일의 윗부분으로부터 0.1(mm) 떨어진 위치에서 브레이크의 공극 길이에 따른 공극자속밀도(y성분)를 나타낸 그래프이다. 실선으로 나타낸 그래프는 3차원 해석결과이다. 레일의 측면 끝에서 공극자속밀도는 그 값이 영으로 떨어진다. 점선으로 나타낸 그래프는 2차원 해석에 의한 자속밀도이다. 자속밀도의 크기는 z방향으로의 위치에 관계 없이 일정하다. 따라서 쇄교자속량은 3차원해석의 경우가 2차원의 경우보다 작다.

그림 5는 기자력이 6000(AT)일 경우 2차원 해석과 3차원 해석에 의해 계산된 쇄교자속량을 나타낸다. 3차원 해석의 쇄교자속량은 2차원 해석의 쇄교자속량보다 약 8% 작다. 2차원 해석에서 누설자속을 보정하기 위한 등가기자력은 그림 5에 나타난 3차원과 2차원의 쇄교자속량의 차이에 의해 구해진다.

그림 6과 그림 7은 그림 5에 나타난 쇄교자속량을 이용해서 횡방향 누설자속을 보정하는 등가기자력과 등가 공극길이를 구한 것이다.

그림 6에서 공극의 길이가 7(mm)일 경우 보정되기 전 모델의 기자력 6000(AT)에 대한 보상된 등가기자력은 5604(AT) 이고, 공극의 길이가 9(mm)일 경우 보상된 등가기자력은 5580이 된다. 등가기자력은 공극의 길이가 커짐에 따라 감소하게 되는데 공극의 길이가 증가하면 누설자속량도 커지기 때문이다. 그림 7에서 공극의 길이가 7(mm)와 9(mm)일 경우 누설자속을 보정하는 등가 공극길이는 각각 7.5142(mm)와 9.6982(mm)이다.

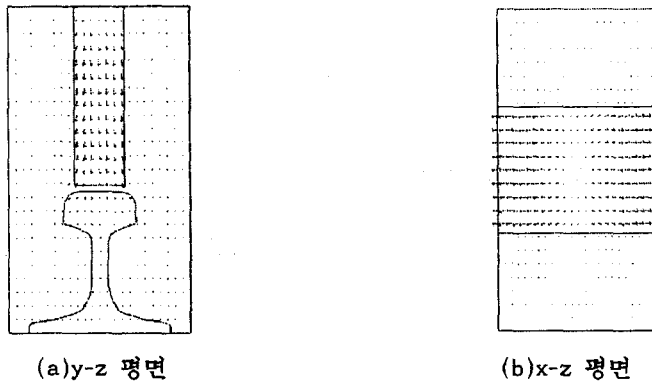


그림 3. 3차원 해석모델의 중앙에서의 자속분포도  
Fig. 3. Magnetic flux vector distribution at the center of analysis model

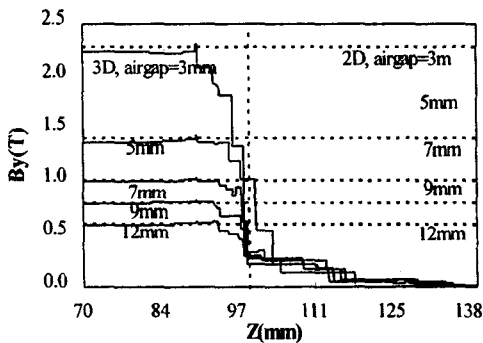


그림 4. 자속밀도-x

Fig. 4. Magnetic flux density distribution vs. x

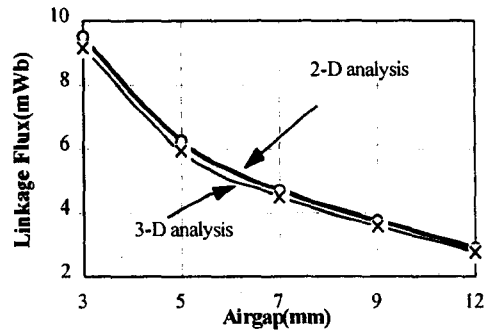


그림 5. 2차원해석과 3차원해석의 쇄교자속량 차이

Fig. 5. Linkage flux calculated by 2-D and 3-D analysis

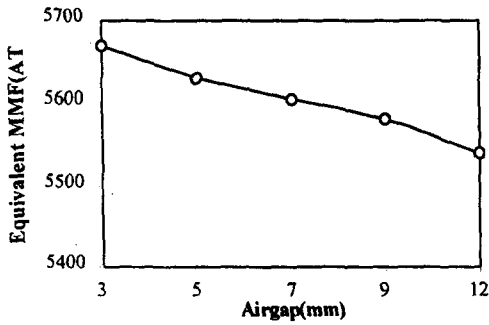


그림 6. 등가 기자력  
Fig. 6. Equivalent MMF

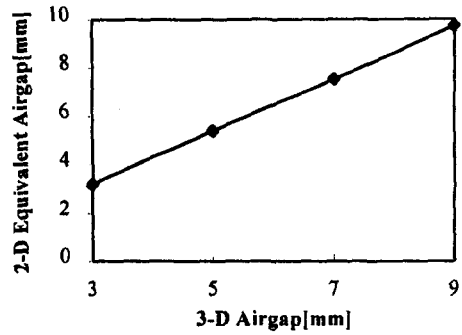


그림 7. 등가 공극길이  
Fig. 7. Equivalent Airgap length

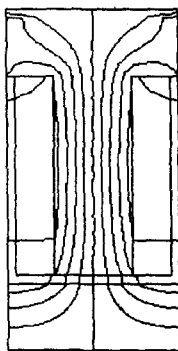
#### 4. 2 해석결과

그림 8은 속도가 각각 0, 100, 350(km/h)인 경우의 자속분포도이다. 열차가 고속으로 움직일 경우 자속은 그림과 같이 왜곡되어 흡인력(y방향)은 줄고, 제동력(x방향)이 증가하게 된다.

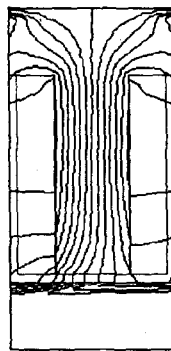
그림 9는 보정된 2차원 모델과 보정되지 않은 2차원 모델의 속도에 대한 흡인력과 제동력을 나타낸 것이다.

그림 9(a)는 공극의 길이가 7(mm)인 경우이다. 등가 기자력으로 보정한 모델과 보정되지 않은 모델과의 흡인력과 제동력의 최대차이는 각각 10.78%, 12.63%이다. 등가 공극길이를 보정한 경우, 흡인력과 제동력의 최대차이는 각각 8.6%, 8.3%이다.

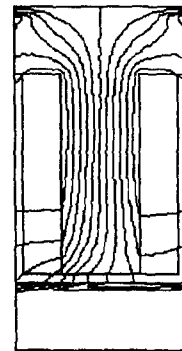
그림 9(b)는 공극의 길이가 9(mm)인 경우이다. 등가 기자력으로 보정한 모델과 보정되지 않은 모델과의 흡인력, 제동력의 최대차이는 각각 13.1%, 13.6%이다. 등가 공극길이를 보정한 경우, 흡인력과 제동력의 최대차이는 각각 12.3%, 10.9%이다. 등가 공극길이에 의해 보정된 모델의 힘의 차이가 등가 기자력으로 보정된 모델의 힘의 차이보다 작다는 것을 알 수 있다.



(a)v=0(km/h)

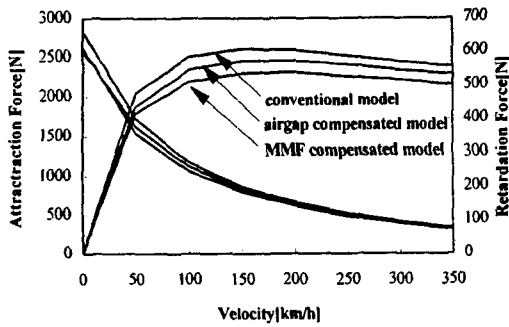


(b)v=100(km/h)

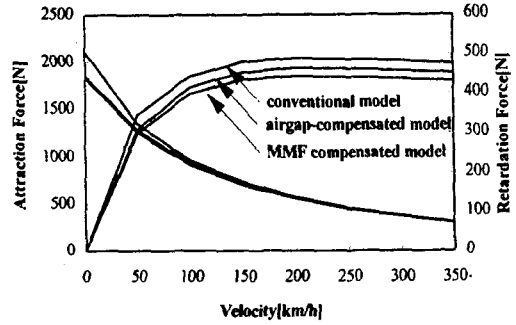


(c)v=350(km/h)

그림 8. 자속분포도  
Fig. 8. Flux distribution



a) 공극=7(mm)



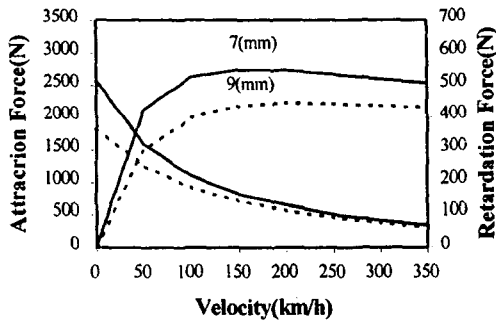
(b) 공극=9(mm)

그림 9. 일반모델과 보상모델의 사이의 힘의 차이

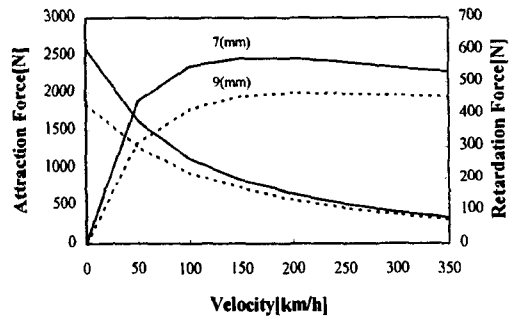
Fig. 9. Force difference between conventional model and compensated model.

그림 10은 공극의 길이가 각각 7, 9(mm)일때 등가 기자력과 등가 공극길이를 보정된 2차원 모델의 힘의 특성을 나타내고 있다. 제동력은 속도가 50(km/h)까지는 증가하지만 그 이상의 속도에서는 증가가 둔화되어 거의 일정하게 되고 흡인력은 속도가 증가할수록 감소한다. 따라서 리니어 브레이크를 저속에서 이용할 경우 흡인력이 상당히 크므로 열차에 가해지는 기계적인 하중을 고려하여 브레이크를 스위치 오프시켜야 함을 알 수 있다.

그림 11은 속도가 각각 50, 100, 200, 300(km/h)인 경우의 외전류 밀도를 나타낸 것이다. 속도가 증가함에 따라 외전류 밀도는 증가하므로 레일에서 발생하는 열도 증가함을 알 수 있다. 그러므로, 레일의 재질에 대한 열적 문제도 함께 연구되어야 할 것이다.



(a) 등가 기자력으로 보상된 모델



(b) 등가 공극길이를 보정된 모델

그림 9. 보상모델의 속도에 대한 힘의 변화

Fig. 10. Force variations vs. speed of the compensated model.

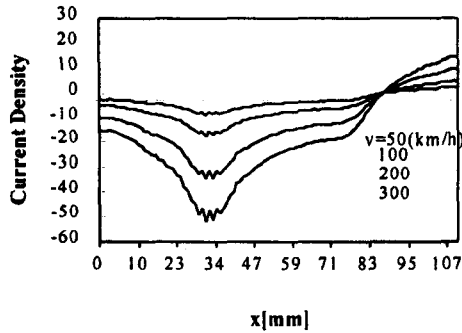


그림 11. 속도에 따른 레일에서의 와전류 분포  
 Fig. 11. Eddy current density with regard to speed on the rail

### 5. 결 론

본 논문에서는 큰 기계적 공극을 갖는 리니어 브레이크를 2차원적으로 정확하게 해석하기 위하여 횡방향 누설자속을 등가 기자력과 등가 공극길이를 이용하여 보정한 2차원 해석모델을 제안하였다.

등가 기자력과 등가 공극길이는 속도가 0(km/h)인 상태에서 3차원 해석과 2차원 해석에서 구한 쇄교자속량의 차이로부터 계산하였으며 이렇게 계산된 등가기자력을 이용하여 리니어브레이크의 공극과 속도에 따른 특성을 정확하게 계산할 수 있었다. 등가기자력을 보정한 모델로부터 구해진 리니어 브레이크의 해석 결과는 고속철도용 브레이크 시스템의 설계 및 운전특성을 결정하는데 유용하게 사용할 수 있을 것으로 판단된다. 앞으로 속도를 고려한 3차원 와전류 문제에 대해서 차량의 속도증가에 따른 Peclet 계수를 고려한 upwind법에 의한 해석 및 그에 대한 실험도 병행할 것이다.

### 참 고 문 헌

1. I. Boldae and S-A. Nasar(1985), "Linear Motion Electromagnetic System," John Wiley & sons.
2. S. Nonaka and T. Higuchi(1993), "Design of Single-Sided Linear Induction Motors for Urban Transit," IEEE Trans. Magnetics, Vol.37, No.3, pp.167-173.
3. K. Yoshida, J. Lee, Y-Jung. Kim(1997), "3-D FEM Field Analysis in Controlled-PM LSM for Maglev Vehicle," IEEE Trans. Magnetics, Vol.33, No.2.