

# Delaunay triangulation을 이용한 3차원 의료영상 재구성에 관한 연구

권의철, 김동윤  
연세대학교 보건과학대학 의용전자공학과

## A study of three dimensional reconstruction of medical images based on the Delaunay triangulation

E.C. Kwon, D.Y. Kim

Department of Biomedical Engineering, College of Health Science, Yonsei University.

### ABSTRACT

We construct a volume whose boundary is a tetrahedron with triangular faces intersecting the cutting planes along the given contours. This volume is obtained by calculating the Delaunay triangulation slice by slice, mapping 2D to 3D as tetrahedron. Also, eliminate extra-voronoi skeleton and non-solid tetrahedron. In this paper, we propose new method to eliminate non-solid tetrahedron based on the modified extra-voronoi skeleton path. This method enable us to do a compact tetrahedrization and to reconstruct complex shapes.

### 1. 서 론

MR, CT등과 같은 의료영상 장비로부터 얻어지는 2차원 영상들만으로는 복잡한 해부학적 구조를 이해하는데에는 여러 가지 어려움이 있어 왔다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 많은 연구자들이 3차원 의료영상 재구성에 대하여 다양한 연구가 진행되고 있다.

현재까지 연구되어온 3차원 알고리듬들은 3차원 재구성시 입체 영상들이 섬세하고 정교한 결과를 얻고, 보간에 의한 artifact에 대한 처리를 위해서 많은 계산량이 필요하므로 고속 영상 처리 능력을 가진 워크스테이션급에서 연구가 주로 이루어져 왔다.

본 연구에서는 영상의 질을 떨어뜨리지 않으면서 데이터 양을 줄이는 방법으로, 개인용 컴퓨터에서 표면을 기초로하는 체적 재구성의 접근 방식인 Delaunay triangulation방법을 이용하여 2차원 의료영상을 3차원으로 효과적으로 재구성하는 방법을 개발하고, 재구성시 발생하는 'non-solid' 요소의 처리를 위한 알고리듬에 대해서 연구하고자 한다.

### 2. 방법

전체적인 재구성 과정은 연속적인 의료영상에서 영역분할(segmentation)과정을 통하여 얻은 데이터를 중심으로 재구성하게 된다.

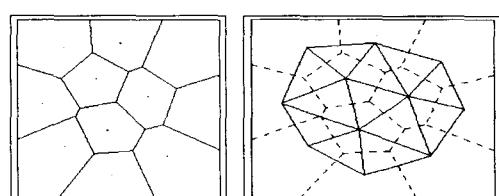
#### 2.1 2D Delaunay triangulation 구성

이 과정은 평면 혹은 윤곽선을 삼각형으로 나누는 과정이다. 규칙적인 격자 형태(픽셀)로 나누는 복셀 방법과는 달리, 윤곽선의 좌표에서 Delaunay triangulation을 구성하여 각 윤곽선을 나누게 된다. 주어진 좌표들의 집합  $S$ 는

$$S = \{p_i \in E^2 | i = (1 \dots N)\}$$
이며,

$S$ 에서 어떤 다른 영역보다 점  $p_i$ 에서 가장 가까운 점들의 집합을  $V(i)$ 라 하면, 이를  $p_i$ 에 대한 Voronoi cell이라 하고 모든  $V(i)$ 의 집합  $V(S)$ 를  $S$ 의 Voronoi diagram이라 한다. 여기에 각 영역의 경계를 이루는 3개의 Voronoi edge가 한 점에서 만나는 점을 Voronoi vertices라 하며, 우리가 각 좌표에서 각 Voronoi edge 사이에 직각으로 가로지르는 선을 그어 연결하면 Delaunay triangulation이 얻어진다.(그림1.참조) 본 연구에서는 여러 Delaunay 알고리듬 중 degenerate되는 문제를 막고 효과적으로 연결되는 incremental 알고리듬을 이용하였다[1].

여기에 윤곽선의 원래 형태를 유지하기 위해 containment 테스트를 하여 추가적인 좌표를 더하고, 삼각형의 둘각을 없애기 위해 새로운 좌표를 추가하게 된다[2].



(a)voronoi diagram      (b)Delaunay 삼각형  
그림 1. Voronoi diagram과 Delaunay 삼각형

## 2.2 경계 좌표 추가 과정

한 슬라이스에 여러 윤곽선들이 존재하게 될 때, 이웃하는 슬라이스와 효과적으로 연결되기 위해서는 앞에서 구성한 Delaunay 삼각형에 경계 좌표를 추가하는 것이 필요하다. 경계좌표는 윤곽선 바깥에 위치하는 Voronoi vertex들의 집합으로 이들을 Extra Voronoi Skeleton이라고 하며, 윤곽선들간의 경계를 형성한다.

## 2.3 2D에서 3D로 mapping

다음 과정으로, 각 슬라이스마다 윤곽선들에 대한 삼각형 구성을 한 후, 이를 삼각형의 외접원 중심 좌표에서 이웃하는 슬라이스의 좌표중 가장 가까운 거리에 있는 좌표를 찾아 삼각형과 연결하여 사면체를 구성하게 된다. 그러나 평면  $P_1$ 에 대한 사면체를  $T_1$ , 평면  $P_2$ 에 대한 사면체를  $T_2$ 라 하면, 이들 사면체들 사이에 여전히 hole이 남게 된다. 그러므로 다음과 같이  $S_1$ 의 Voronoi diagram에  $S_2$ 의 Voronoi diagram을 투영하여 얻어지는 그래프  $G$ 를 정의한다.

$$G = V(S_1) \cup \text{proj}(V(S_2))$$

이 그래프에서  $V(S_1)$ 의 Voronoi 좌표는 사면체  $T_1$ 을 나타내고,  $V(S_2)$ 의 Voronoi 좌표는 사면체  $T_2$ 을 나타내므로 각 두 Voronoi edge들이 만날 때, 해당되는  $T_1, T_2$ 의 두 변을 연결함으로써, 새로운 사면체  $T_{12}$ 를 얻는다.(그림 2)

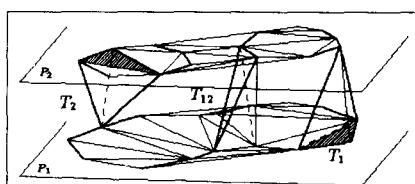


그림 2. 사면체를 이용한 연결의 예

## 2.4 제거 과정

마지막 과정으로, 앞의 과정에서 윤곽선 밖으로 생긴 사면체를 없애야 한다. 또한, 두 평면 중 한 변 혹은 한 점으로만 연결된(non solid connection) 사면체는 윤곽선 간의 불필요한 연결을 나타내므로 제거되어야 한다[2]. 하지만 이러한 제거에도 불구하고 윤곽선간에 먼 거리에 있거나 투영하여 겹치지 않는 윤곽선은 여전히 non-solid가 존재하게 된다.

본 연구에서는 이러한 경우에 대한 제거 방법으로 수정된 Extra Voronoi Skeleton을 이용하여 제거하는 방법을 제안한다.

$$S_d = \sum_{i=1}^{N-2} (\text{Dis}(i)) \quad M_d = S_d / (N-2)$$

$\text{Dis}(i)$  : 각 EVS 좌표들간의 거리 변화율

$M_d$  : EVS 좌표들간의 평균 거리 변화율

for each  $\text{Dis}(i)$

if  $\text{Dis}(i) > M_d$

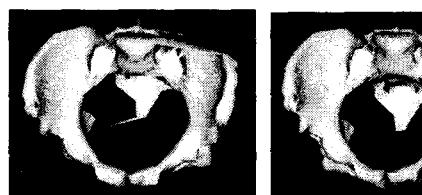
Delete  $i$ \_th vertices from EVS

이와같이 수정된 EVS를 이웃하는 슬라이스의 EVS영역에 투영하여 2.3과정에서 얻은 연결 좌표와 투영된 EVS 좌표와의 거리를 계산, 비교하여 EVS와의 거리 보다 크면 해당하는 사면체는 제거하도록 하였다.

## 3. 결과 및 고찰

본 연구에서 수행된 알고리듬은 PC에서 Visual C++5.0으로 수행하였으며, 다양한 의료영상 데이터를 이용하여 실험하였다.

그림 3에서 보듯이 본 연구에서 제안한 방법에 의하여 'non-solid'사면체를 효과적으로 없앨 수 있었으며, 표면 재구성에서 문제가 되어왔던 연결성의 문제도 완전히 해결됨을 볼 수 있었다. 또한 Marching Cube 알고리듬으로 얻은 결과와 비교했을 때, 데이터 크기를 줄일 수 있었으며, 엘리어싱 문제도 나타나지 않았다. 그림 4는 여러 의료영상에 대한 재구성의 예이다.



(a)에러가 있는 영상 (b)개선된 영상

그림 3. 제거 과정에서 남은 에러와 제안된 방법으로 제거한 결과 영상



(a) (b)

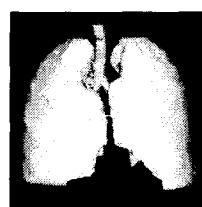


그림4. 재구성된 영상의 예

(a) heart

(b) hip

(c) lung

(c)

## 참고문헌

[1]P.P Watson, "Compting the n-dimensional Delaunay triangulation with application to Voronoi polytopes", Comput. J. No.2 1981, 167-172

[2]J-D.Boissonnat and B.Geiger, "Three dimensional reconstruction of complex shapes based on the Delaunay triangulation" Technical Report 1697 INRIA 1992