

이산형 칼만 필터를 이용한 서보 시스템의 상태 추정자 설계

신두진*, 염형선*, 허욱열*, 이제희**
인하대학교 전기공학과*, 두원공대**

A State Estimator for servo system using discrete Kalman Filter

Doo-Jin Shin*, Hyung-Sun Yum*, Uk-Youl Huh*, Je-Hie Lee**
Dept. of Electrical Engineering INHA University*, DOOWON Technical College**

Abstract -In this paper, we propose a position-speed control of servo system with a state estimator. And also we utilized two mass modelling in order to deals with real system accurately. The overall control system consists of two parts: the position-speed controller and state estimator. The Kalman filter applied as state - feedback controller is an optimal state estimator applied to a dynamic system that involves random perturbations and gives a linear, unbiased and minimum error variance recursive algorithm to estimate the unknown state optimally. Therefore we consider the error problem about the servo system modelling, the measurement noise at low-speed ranges a stochastic system, and implement a optimal state observer. Performance of the proposed state estimator are demonstrated by computer simulations.

1. 서 론

현대 많은 산업 분야에서 서보 모터를 이용한 서보 제어 시스템이 중요한 부분을 차지하고 있다. 이러한 서보 제어 시스템의 제어 기로는 반도체 공업의 발달로 DSP나 고성능의 마이크로 프로세서를 이용한 디지털 서보 제어기가 보편화되고 있는 설정이며, 대상 시스템은 다축의 형태를 갖고 있다. 따라서 서보 제어 시스템의 성능 평가는 다축의 시스템을 사용자가 원하는 궤적으로 얼마나 신속, 정확하게 추적하느냐는 문제로 귀결될 수 있다.

그러나 이러한 시스템은 서보 제어기 및 구동기의 시스템 자체가 가지고 있는 오차 요인과 운전 중에 발생하는 오차 등 시변 및 비선형 특성을 가지고 있기 때문에 실제 상황과 근사한 시스템을 모델링하는데는 많은 어려움이 있다. 또한 디지털 서보 시스템의 피드백을 위한 센서로는 일반적으로 엔코더가 널리 이용되고 있다. 엔코더를 이용하여 위치 및 속도를 측정하는 경우, 엔코더의 디지털적인 특성에 의해 샘플링 순간에 정확한 위치 정보를 얻을 수 없게 되며, 그 오차는 운전 속도가 느릴수록 더 크게 된다. 이는 엔코더를 이용한 속도 측정에 결정적인 오차를 유발하게 된다. 쿨롱(Coulomb) 마찰력을 비롯한 비선형 마찰력과 백래쉬(Backlash), 제어기의 포화 등과 같은 비선형 요소들에 의하여 유발되는 오차와 엔코더 등의 센서의 응답특성에 따른 오차 그리고 시스템 파라미터 값들의 변화와 외부 외란(Disturbance)으로 인하여 유발되는 오차들은 정밀 서보 제어에서 오차의 주요인이 된다. 현재 순시 속도를 측정하기 위해 다음과 두 가지 형태의 방법이 주로 이용되고 있다. 첫 번째 방법은 중속 이상에서 일정한 주기를 가지는 엔코더 펄스의 수를 세어서 위치에 대한 정보를 얻기 위한 "위치 입력 형태"이고(1), 두 번째 방법은 저속에서 고속 카운터를 사용하여 인접한 두 엔코더 펄스 사이의 시간을 구하고 이로부터 평균 속도를 구해내는 "평균 속도 형태"가

있다[2]. 따라서 본 논문에서는 이러한 서보 시스템에 있어서 실제 시스템에 부합되게 2 관성계로 모델링하였으며[3][4], 또한 위치와 속도 추정 성능의 향상을 위하여 칼만필터(Kalman Filter)[5]를 이용한 관측자를 제안하였다.

2. 본 론

2-1. 시스템 구성도

그림 1은 대상 시스템에 대한 블록선도이다.

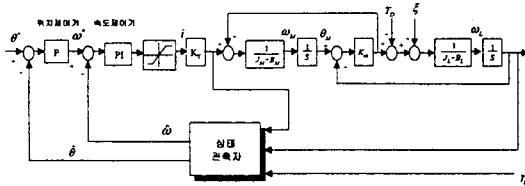


그림 1. 제안한 시스템의 블록 선도

제어 대상 시스템은 X-Y 테이블 중 한 축이며, 시스템 제어기로는 비례 제어에 의한 위치 제어기와 비례-적분 제어에 의한 속도 제어기로 구성되어 전동기 및 테이블의 축에 대하여 모델링 하였다. 시스템의 메카니즘은 서보 전동기의 회전 운동이 커플링 및 볼 스크류의 직선 운동으로 변환된다. 따라서 관성 모멘트 측면에서 보면, 전동기와 부하(테이블)의 두 가지 형태로 나눌 수 있다. 부하(테이블)을 고려한 전체 시스템을 실제와의 근사화를 위하여 2 관성계로 모델링 하였으며, 상태 관측자로 칼만 필터(Kalman filter)를 사용하였다. 그림 1에서 \$K_i\$는 토크 정수로써 토크 분 전류에 대한 발생되는 토크의 비다. 또한 \$\xi, \eta\$는 각각 시스템 잡음과 측정 잡음을 나타낸 것이며, 기타 변수에 대해서는 2.2절에 설명하였다.

2.2 시스템의 수학적 모델링

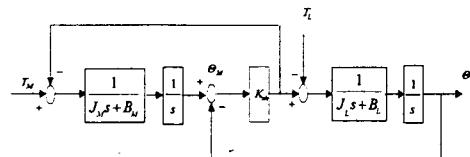


그림 2. 2관성계 블록 선도

시스템의 모델링에 있어서 여타 부분 뿐 만 아니라

전동기와 부하부(테이블) 및 연결부에 대한 모델링도 필요하다. 이를 고려한 시스템의 모델링은 그림2.에서와 같이 연결부를 중심으로 한 2 관성체로 나타낼 수 있다. 상기 모델에 대한 블록 선도는 그림 2와 같이 구성되어 진다.

$$T_M = J_M \frac{d^2 \theta_M}{dt^2} + B_M \frac{d \theta_M}{dt} + K_{sh}(\theta_M - \theta_L) \quad (1)$$

$$K_{sh}(\theta_M - \theta_L) = J_L \frac{d^2 \theta_L}{dt^2} + B_L \frac{d \theta_L}{dt} - T_D \quad (2)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \theta_M &= x_1, \quad \frac{d \theta_M}{dt} = x_2, \quad \theta_L = x_3, \quad \frac{d \theta_L}{dt} = x_4 \\ \begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \frac{dx_3}{dt} \\ \frac{dx_4}{dt} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_{sh}}{J_M} & -\frac{B_M}{J_M} & \frac{K_{sh}}{J_M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_{sh}}{J_L} & 0 & -\frac{K_{sh}}{J_L} & -\frac{B_L}{J_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_M} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} T_M + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_L} \end{bmatrix} T_D \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,

- J_M, J_L : 전동기, 부하 관성 모멘트 [kgm^2]
- B_M, B_L : 전동기, 부하 점성 마찰계수 [N/m/s]
- K_{sh} : 정적 조임 스프링 정수 [Nm/rad]
- Θ_M, Θ_L : 전동기, 부하 각속도 [rad/s]
- T_M, T_D : 전동기 토크, 외란 [kgm^2]

상기 식(1)~(3)은 상태 방정식으로 표현한 것이며, 도출된 식에서 알 수 있듯이 구성된 시스템은 부하(테이블) 자체뿐만 아니라 전동기의 점성 마찰력 B , 스프링 정수 K_{sh} 등 비선형 요소를 갖고 있으며, 이러한 요소중 특히 쿨통 마찰력은 많은 하모닉 성분을 포함하고 있기 때문에 고정도의 위치 제어기를 구현하는데 어려움이 있다. T_D 은 외란 성분이다.

2.3 상태 관측자

시스템에 대한 연속시간 상태공간 모델은 다음의 관계식 (4)로 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (4)$$

일반적으로 n 개의 상태를 가지는 이산형 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \Phi x(k) + \Gamma_1 u(k) + \Gamma_2 w(k) \\ z(k) &= Hx(k) + v(k) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, 상태 $x(k)$, 확정 입력 $u(k)$, 출력 $z(k)$, 시스템 잡음 $w(k)$, 측정 잡음 $v(k)$ 는 각각

$$x(k) = [x_1(k) \ x_2(k) \ \dots \ x_n(k)]^T,$$

$$u(k) = [u_1(k) \ \dots \ u_m(k)]^T, \quad z(k) = x_i(k),$$

$w(k) = [w_1(k) \ \dots \ w_n(k)]^T, \quad v(k) = v(k)$. 이고, Φ 는 $n \times n$, Γ_1 은 $n \times m$, Γ_2 는 $n \times l$ 행렬이며, $H = [0 \ \dots \ 1_i \ \dots \ 0]$ 이다.

상태관측 기법으로 사용되는 칼만필터(1)는 실제 시스템 모델에서의 여러 잡음을 확률적인 잡음으로 고려하여 이를 추정해 올바른 상태값을 추정하기에 적합한 알고리즘이다. 여기서

$$\Phi = e^{AT}$$

$$\Gamma_1 = \int_0^T e^{As} dB \quad (6)$$

$$\Gamma_2 = e^{AT} \int_0^T e^{As} dB$$

시스템 잡음과 측정잡음의 기대값과 상호분산은 다음의 식과 같다고 가정한다.

$$E<\xi_k> = 0, \quad E<\eta_k> = 0$$

$$E<\xi_{k-1}\xi_{k-1}^T> = Q_{k-1}, \quad E<\eta_k \eta_k^T> = R_k$$

칼만필터 식들을 전개하면 다음의 칼만필터 알고리즘을 구할 수 있다.

사전추정자 $\hat{x}_k(-)$,

$$\hat{x}_k(-) = \Phi \hat{x}_{k-1}(+) + \Gamma_1 u_{k-1} + \Gamma_2 u_{k-2} \quad (7)$$

사전 추정 오차 상호 분산 $P_k(-)$,

$$P_k(-) = \Phi P_{k-1}(+) \Phi^T + \Lambda Q_{k-1} \Lambda^T \quad (8)$$

칼만 이득 행렬 \bar{K}_k ,

$$\bar{K}_k = P_k(-) C_k^T [C_k P_k(-) H_k^T + R_k]^{-1} \quad (9)$$

사후 추정 오차 상호 분산 $P_k(+)$,

$$P_k(+) = [I - \bar{K}_k H_k] P_k(-) \quad (10)$$

사후추정자 $\hat{x}_k(+)$

$$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + \bar{K}_k [y_k - C \hat{x}_k(-)] \quad (11)$$

여기서, 초기치로 $P_0(+) (= Var(x_0))$ 는 사후추정자 초기치의 상호 분산값으로 나타나고, $\hat{x}_0(+) (= E<x_0>)$ 는 사후추정자 초기치의 평균값으로 나타난다.

2.4 서보 시스템의 적용

연속 시간 상태 공간 모델은 상태 x 를 $x = [\omega \ \theta]^T$ 로 정의할 경우, 다음의 (12)식과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= A x + B u \\ y &= C x \end{aligned} \quad (12)$$

여기서, 시스템 행렬 A, B, C 는 식 (3)에서 다음과 같이 된다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_{sh}}{J_M} & -\frac{B_M}{J_M} & \frac{K_{sh}}{J_M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_{sh}}{J_L} & 0 & -\frac{K_{sh}}{J_L} & -\frac{B_L}{J_L} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$B = [0 \ \frac{1}{J_M} \ 0 \ 0]^T \quad (14)$$

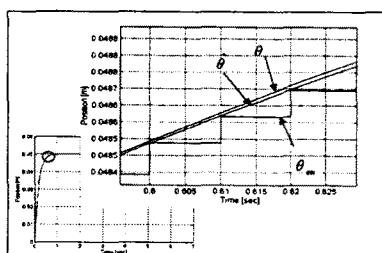
$$C = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$$

이러한 연속 시간 상태 공간 모델에 대하여 시스템 잡음과 측정 잡음을 고려한 이산 시간 상태 공간 모델은 상기 식(5)와 같다. 그리고, $\emptyset, \Gamma_1, \Gamma_2$ 는 각각 (6)식에 의하여 구하고, 시스템 잡음 행렬 A 는 Γ_1 와 같다.

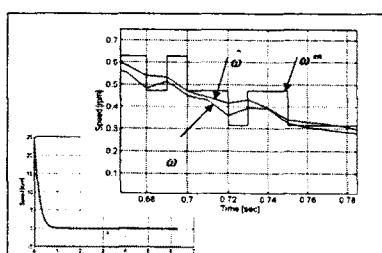
3. 모의 실험 및 고찰

3.1 상태 추정자에 대한 모의 실험

제안한 전체 시스템의 블록 선도는 그림 1과 같다. 모의 실험에서는 한바퀴당 4000개의 펄스가 나오는 엔코더를 가정하였고, 시스템 파라미터 값은 다음과 같다. $J_M = 0.001038, J_L = 0.0105 [Kg \cdot m^2], K_{sh} = 1, B_M = 0.0137, B_L = 0.065 [N \cdot m \cdot s/rad]$. K_t 는 0.35이다. 그림 3과 그림 4는 상태 관측자로서 칼만필터를 사용한 위치-속도 제어기에 의해 관측된 위치와 속도가 실제의 위치와 속도를 잘 따라가는지를 보기 위한 모의 실험 결과이다. 다음 그림에서 볼 수 있듯이, 단위 계단 입력과 사인파 입력에 대해 관측된 위치와 속도가 엔코더 파형에 의해 계산되어지는 값에 비해 실제 값과 잘 추적하고 있음을 알 수 있다.

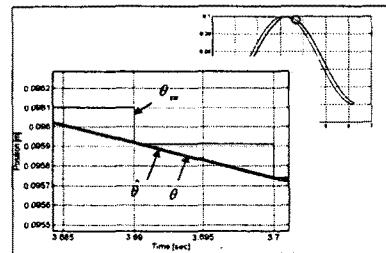


(a) 위치 파형

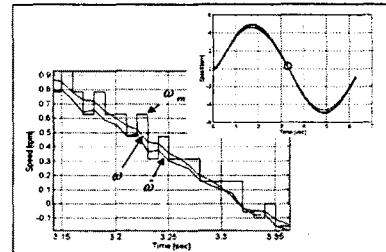


(b) 속도 파형

그림 3. 단위계단($\theta_r = 0.05[m]$) 입력시에 위치와 속도 파형



(a) 위치 파형



(b) 속도 파형

그림 4. 사인파($\theta_r = 0.1(1 - \sin(t))[m]$) 입력시에 위치와 속도 파형

3. 결론

본 논문은 서보 시스템에 있어서 실제와 부합되게 2관성체로 모델링하였으며, 시스템 오차와 측정오차를 가지는 일반적인 서보시스템의 상태를 관측하기 위한 상태 관측자를 제안하였다. 이러한 상태 관측자는 시스템의 모델링 오차를 시스템 잡음항으로, 측정시기에 발생하는 오차를 측정잡음항으로 각각 고려하여 전 상태와 현재의 출력으로부터 현재의 상태를 추정하도록 설계하였다. 그림 3, 그림 4에서 알 수 있듯이 상태 관측자는 단위계단 입력과 사인파 입력에 대한 모의실험 결과 파형으로서 상태의 추정이 잘 이루어짐을 볼 수 있다.

(참고문헌)

- [1] K. Fujita and K. Sato, "Instantaneous speed detection with parameter identification for ac servo system", IEEE Trans. Industry Applications, vol. 28 no. 4, July/August 1992
- [2] Y. Hori, T. Umeno, T. Uchida and Y. Konno, "An instantaneous speed observer for high performance control of dc servomotor using DSP and low precision shaft encoder", EPE FIRENZE, no. 3, pp. 637-652, 1991
- [3] Masatoshi Nakamura, Takanobu Maeda, Nobuhiro Kyura, "A Method of Contour for Mechatronic Servo System by use of Error Feedback Synchronous Position Control", IEE Japan, vol. 117, No. 5, pp. 544-551, 1997
- [4] Koji Sugiyama, Yoichi Hori, "Vibration Suppression in 2-and 3-Mass system Based on the Feedback of Imperfect Derivative of the Estimated Torsional Torque", IEEE trans. IE, vol. 43, No. 1, pp. 56-64, 1996
- [5] Mohinder S. Grewal, Angus P. Andrews, "Kalman Filtering Theory and Practice", Prentice Hall, pp. 106-159.