

Minimal Order LQG/LTR 기법에 의한 모형헬리콥터의 정지비행 자세제어

양준선*, 한권희*, 이자성**

* 아주대학교 대학원 제어계측공학과, ** 아주대학교 전자공학부

Hovering Flight Control for a Model Helicopter using the Minimal-Order LQG/LTR Technique

J.S.Yang*, K.H.Han*, J.S.Lee**

* Dept. of Control & Instrumentation Eng. Ajou Univ. ** School of Electronics Eng. Ajou Univ.

Abstract - This paper presents a 3-DOF hovering flight controller for a model helicopter using the minimal order LQG/LTR technique. A model helicopter is an unstable multi-input multi-output nonlinear system strongly exposed to disturbances, so a robust multi-variable control theory should be applied to control it. The minimal order LQG/LTR technique which uses a reduced-order observer in the LTR procedure is used to design the controller.

Performances for the 3-DOF hovering flight controller are evaluated through computer simulations.

1. 서 론

헬리콥터는 운동방향 상호간에 서로 간섭하는 비선형성을 가진 불안정한 다변수 시스템으로 심한 외란에 노출되어 있다. 따라서, 헬리콥터 자세제어를 위한 제어기는 선형화에 따른 모델 불확실성과 심한 외란에 대하여 시스템이 견실성을 가지고도록 설계되어야 한다.

실제의 헬리콥터와 유사한 비행특성을 가진 모형 헬리콥터는 헬리콥터 제어의 기초단계에서 많이 이용된다. 이 논문에서는 모형 헬리콥터가 적절한 구조의 gimbal에 의해 고정되고, 센서 출력의 잡음이 무시할 수 있을 정도로 작다고 가정한다. 이러한 가정 하에 minimal-order LQG/LTR 기법은 3-자유도 정지비행 자세제어를 위한 제어기 설계에 이용할 수 있다. Minimal-order LQG/LTR은 루프 전달 회복 단계에서 감차수(reduced-order) 관측기에 의해 루프 전달 회복이 이루어지도록 제안된 기법이다[1][2][3]. 헬리콥터와 같은 비선형성을 가지는 시스템의 경우 감차수 관측기의 사용은 전차수 관측기를 사용하는 경우보다 선형화에 따른 모델 불확실성에 의한 추정오차의 감소와 제어기 구현상의 용이함을 기대할 수 있다.

이 논문에서는 minimal-order LQG/LTR 기법을 이용하여 모형 헬리콥터의 3-자유도 정지비행 자세제어를 위한 제어기를 설계하고, 시뮬레이션을 통하여 그 성능을 검증한다.

2. 본 론

2.1 플랜트 모델

플랜트 모델은 먼저 헬리콥터의 6-자유도 동역학식을 선형화 함으로써 3-자유도 상태방정식을 유도하고, 서보와 연결기구의 모델을 추가하여 구한다.

다음은 플랜트 모델을 구할 때 사용한 기호이다.

X, Y, Z : 축방향 총 힘

R, M, N : 둘, 피치, 요 총 토크

$x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$: 축방향 변위, 속도

$\phi, \theta, \psi, p, q, r$: 둘, 피치, 요의 각도, 각속도

I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} : 축방향 관성 모멘트

m : 헬리콥터 총 질량

g : 지구 중력 가속도

θ_M, θ_T : 메인, 테일 로터 콜렉티브 피치각

A_1, B_1 : 축, 장방향 사이클릭 피치각

$u_{\theta_T}, u_{A_1}, u_{B_1}$: 피치각 구동 서보 입력

2.1.1 6-자유도 동역학식과 선형화

다음 방정식은 헬리콥터의 6-자유도 동역학식이다[4].

$$X = mg\sin\theta + m(\dot{x} - \dot{y}r + \dot{z}q)$$

$$Y = -mg\sin\phi + m(\dot{y} + \dot{x}r - \dot{z}p)$$

$$Z = -mg\cos\theta + m(\dot{z} - \dot{x}q + \dot{y}p)$$

(1)

$$R = I_{xx}\dot{p} - qr(I_{yy} - I_{zz})$$

$$M = I_{yy}\dot{q} - pr(I_{zz} - I_{xx})$$

$$N = I_{zz}\dot{r} - pq(I_{xx} - I_{yy})$$

식(1)의 선형화 방정식은 다음과 같다[5].

$$m\ddot{x} = \frac{\partial X}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial X}{\partial y}\dot{y} + \frac{\partial X}{\partial z}\dot{z} + \frac{\partial X}{\partial q}q - mg\theta + \frac{\partial X}{\partial p}p + \frac{\partial X}{\partial r}r + \frac{\partial X}{\partial \theta_M}\theta_M + \frac{\partial X}{\partial \theta_T}\theta_T + \frac{\partial X}{\partial A_1}A_1 + \frac{\partial X}{\partial B_1}B_1$$

$$m\ddot{y} = \frac{\partial Y}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial Y}{\partial y}\dot{y} + \frac{\partial Y}{\partial z}\dot{z} + \frac{\partial Y}{\partial q}q + mg\phi + \frac{\partial Y}{\partial p}p + \frac{\partial Y}{\partial r}r + \frac{\partial Y}{\partial \theta_M}\theta_M + \frac{\partial Y}{\partial \theta_T}\theta_T + \frac{\partial Y}{\partial A_1}A_1 + \frac{\partial Y}{\partial B_1}B_1$$

$$m\ddot{z} = \frac{\partial Z}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial Z}{\partial y}\dot{y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\dot{z} + \frac{\partial Z}{\partial q}q + \frac{\partial Z}{\partial p}p + \frac{\partial Z}{\partial r}r + \frac{\partial Z}{\partial \theta_M}\theta_M + \frac{\partial Z}{\partial \theta_T}\theta_T + \frac{\partial Z}{\partial A_1}A_1 + \frac{\partial Z}{\partial B_1}B_1$$

$$I_{xx}\ddot{p} = \frac{\partial R}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial R}{\partial y}\dot{y} + \frac{\partial R}{\partial z}\dot{z} + \frac{\partial R}{\partial q}q + \frac{\partial R}{\partial p}p + \frac{\partial R}{\partial r}r + \frac{\partial R}{\partial \theta_M}\theta_M + \frac{\partial R}{\partial \theta_T}\theta_T + \frac{\partial R}{\partial A_1}A_1 + \frac{\partial R}{\partial B_1}B_1$$

$$I_{yy}\ddot{q} = \frac{\partial M}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial M}{\partial y}\dot{y} + \frac{\partial M}{\partial z}\dot{z} + \frac{\partial M}{\partial q}q + \frac{\partial M}{\partial p}p + \frac{\partial M}{\partial r}r + \frac{\partial M}{\partial \theta_M}\theta_M + \frac{\partial M}{\partial \theta_T}\theta_T + \frac{\partial M}{\partial A_1}A_1 + \frac{\partial M}{\partial B_1}B_1$$

$$I_{zz}\ddot{r} = \frac{\partial N}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial N}{\partial y}\dot{y} + \frac{\partial N}{\partial z}\dot{z} + \frac{\partial N}{\partial q}q + \frac{\partial N}{\partial p}p + \frac{\partial N}{\partial r}r + \frac{\partial N}{\partial \theta_M}\theta_M + \frac{\partial N}{\partial \theta_T}\theta_T + \frac{\partial N}{\partial A_1}A_1 + \frac{\partial N}{\partial B_1}B_1$$

(2)

2.1.2 3-자유도 동체 모델 및 플랜트 모델

동체의 3-자유도 상태방정식은 식(2)에서 $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ 이 0이고 $\phi, \theta, \psi, p, q, r$ 과 $\theta_M, \theta_T, A_1, B_1$ 을 각각 시스템의 상태와 입력으로 하여 구한다. 이 논문에서 사용한 플랜트의 상태방정식은 동체의 3-자유도 상태방정식에 서보와 연결기구의 모델을 추가했을 때 다음 식과 같다[5].

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \\ x &= [\phi \ p \ \theta \ q \ \psi \ r \ \theta_M \ A_1 \ B_1]^T \\ u &= [u_{\theta_T} \ u_{A_1} \ u_{B_1}]^T \\ y &= [\phi \ \theta \ \psi]^T \end{aligned} \quad (3)$$

2.2 제어 설계

이 논문에서는 헬리콥터의 정지비행 자세제어를 위하여 Minimal-order LQG/LTR을 사용한다. Minimal-order LQG/LTR은 기존의 LQG/LTR 설계 과정에서 감차수 관측기에 의해 플랜트 입력 단에서 루프 전달 회복을 수행하는 제어 기법이다. 설계 과정은 먼저 LQ 레귤레이터의 설계에 의해 전체 시스템이 시스템의 입력 단에서 갖기를 원하는 궤환비(return ratio)를 결정한 후, 감차수 관측기의 칼만 이득을 적절히 설정하여 루프 전달 회복을 수행한다.

2.2.1 LQ 레귤레이터 설계

루프 전달 회복 과정에서의 감차수 관측기 설계를 고려하여 식 (3)을 측정되는 상태 x_1 과 추정되는 상태 x_2 로 나누어 다음 식과 같이 분할한다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= A_p x + B_p u \\ &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u \\ y &= [I \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

제어 이득 행렬 K_c 는 식(4)에 대해 LQR 문제의 해를 구함으로써 다음 식과 같이 주어진다[8].

$$K_c = R^{-1} B_p^T S \quad (5)$$

$$A_p^T S + S A_p - S B_p R^{-1} B_p^T S + Q = 0 \quad (6)$$

식 (6)에서 R 은 제어 가중치 행렬이고, Q 는 상태 가중치 행렬이다. 설정된 제어 이득 행렬에 의한 플랜트 입력에서의 궤환비는 다음 식과 같다.

$$L(s) = K_c (sI - A_p)^{-1} B_p \quad (7)$$

그림 1은 제어 시스템의 성능조건을 고려하여 설정된 식 (7)의 특이값 선도이다.

2.2.2 루프 전달 회복

감차수 관측기를 설계하기 위한 가상의 공정 잡음을 가지는 수정된 플랜트의 상태 방정식은 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= A_p x + B_p (u + qv) \\ y &= [I \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

식(8)에 대한 감차수 관측기의 상태 방정식은 다음 식과 같다[1].

$$\begin{aligned} \dot{z} &= A_r z + G_r y + B_r u \\ \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} I \\ K_r \end{bmatrix} y \end{aligned} \quad (9)$$

단,

$$\begin{aligned} A_r &= A_{22} - K_r A_{12} \\ B_r &= B_{22} - K_r B_1 \\ G_r &= A_{22} K_r - K_r A_{12} K_r + A_{21} - K_r A_{11} \end{aligned}$$

식 (9)의 K_r 은 감차수 관측기의 칼만 이득이고, 다음 식과 같이 주어진다[3].

$$K_r = P A_{12}^T \Sigma^{-1} \quad (10)$$

$$A_{22} P + P A_{22}^T + \Gamma - P A_{12}^T \Sigma^{-1} A_{12} P = 0 \quad (11)$$

단.

$$\Gamma = \Gamma_0 + q^2 B_2 V B_2^T \quad (12)$$

식(11)과 (12)에서 Σ 는 센서 잡음 공분산 행렬, V 는 공정 잡음 공분산 행렬이다.

그림 2는 전체 제어 시스템의 블록 선도이다. 그림에서 제어 법칙 u 는 식 (5)의 제어 이득 행렬과 감차수 관측기에 의해 다음과 같다.

$$u = -K_c \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + r \quad (13)$$

전체 제어 시스템의 궤환비의 특이값들은 식 (12)의 q 가 무한대로 갈수록 LQ 레귤레이터에 의한 궤환비, 식 (7).의 특이값들로 접근한다[3]. 즉, 루프 전달 회복의 정도는 식 (12)의 q 의 변화에 따른 칼만 이득의 설정에 의해 조절할 수 있다. 이 논문에서는 q 를 10으로 하여

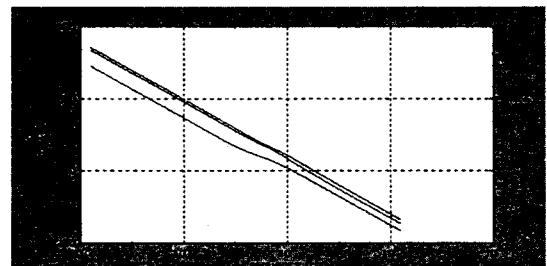


그림 1. LQ 레귤레이터에 의해 설정된 궤환비의 특이값 선도

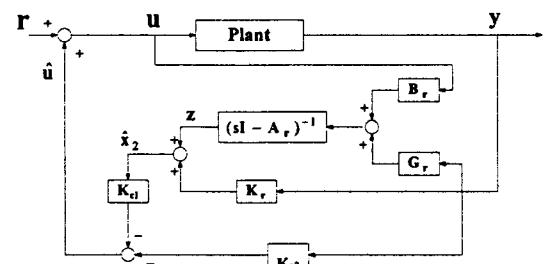


그림 2. 전체 제어 시스템의 블록 선도

감차수 관측기의 칼만 이득을 설정하였다. 그림 3은 설정된 설계 매개 변수들에 의한 전체 제어 시스템의 루프 전달 회복을 도시한 것이고, 그림 4는 지령 입력 r 에서 출력 y 까지의 폐루프 시스템에 대한 특이값 선도이다.

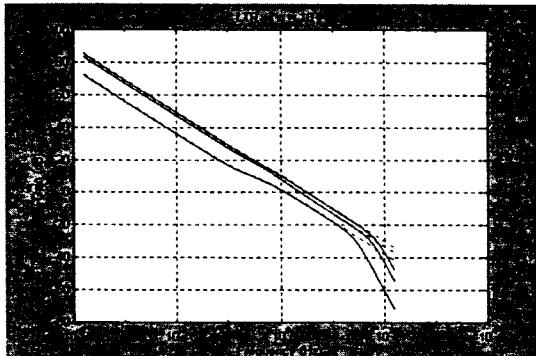


그림 3 . 루프 전달 회복 ($q = 10$)

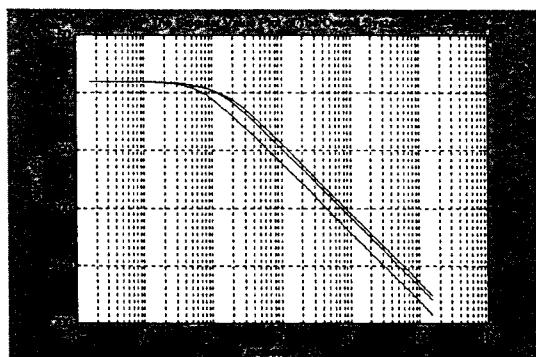


그림 4 . r 에서 y 까지의 폐루프 시스템에 대한 특이값 선도

2.3. 시뮬레이션

그림 5는 계단 입력에 대한 시스템의 출력 시간 응답을 도시한 것이다. 각 지령 입력에 대한 출력값인 헬리콥터의 롤각(roll angle), 피치각(pitch angle), 요각(yaw angle)들은 오버슈트 없이 약 1.5초후 정상상태에 도달한다. 시간 응답에서 오버슈트가 보이지 않는 것은 LQ 페달레이터의 설계시 속도 상태에 가중치를 주어 제어 이득을 설정했기 때문이다. 그림 6은 계단 지령 입력에 대한 플랜트 입력을 도시한 것이다.

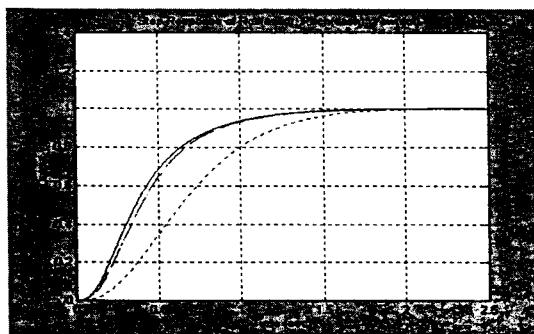


그림 5 . 계단 입력에 대한 시스템의 출력

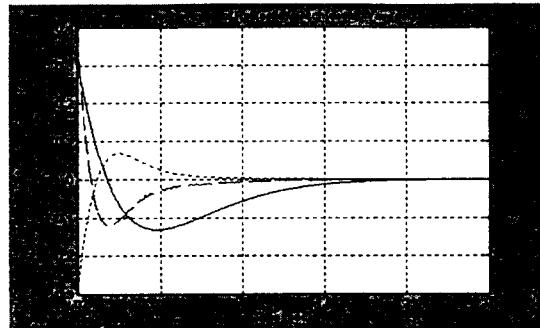


그림 6 . 계단 입력에 대한 플랜트의 제어 입력

3. 결 론

이 논문에서는 모형 헬리콥터의 3-자유도 정지비행 제어기를 minimal-order LQG/LTR 기법을 이용하여 설계하였다. Minimal-order LQG/ LTR 기법은 감차수 관측기를 사용하여 루프 전달 회복을 플랜트 입력에서 수행한다. 비선형적 동특성을 가진 헬리콥터의 경우, 감차수 관측기의 사용은 실제 측정된 상태값을 제어 법칙을 결정하는 데 이용함으로써 시스템의 선형화에 따른 모델 불확실성에 대한 전체 제어 시스템의 견실성을 기대할 수 있다.

(참 고 문 헌)

- [1] B.M.Chen, A.Saberi, P.Sannuti, "A new stable compensator design for exact and approximate loop transfer recovery". Automatica, vol.27, pp.257-280, 1991
- [2] A.N.Madiwale, D.E.Williams, "Some extensions of loop transfer recovery", Proc. 1985 ACC, pp.790-795
- [3] P.Sogaard-Anderson, "Loop transfer recovery with minimal order observers", Proc. 26th CDC, pp.933-938
- [4] A.R.S.Bramwell, Helicopter Dynamics, Edward Arnold, 1986
- [5] 심현철, 모형 헬리콥터의 정지비행 제어기의 설계에 관한 연구, 서울대학교 공학석사학위논문, 1993
- [6] 박현식, 마이크로콘트롤러를 이용한 모형 헬리콥터 정지비행 제어기 설계, 서울대학교 공학석사학위논문, 1994
- [7] G.F.Franklin, J.D.Powell, A.E.Naeini, Feedback Control of Dynamic Systems, Addison-Wesley, 1994
- [8] J.M.Maciejowski, Multivariable Feedback Design, Addison-Wesley, 1989